

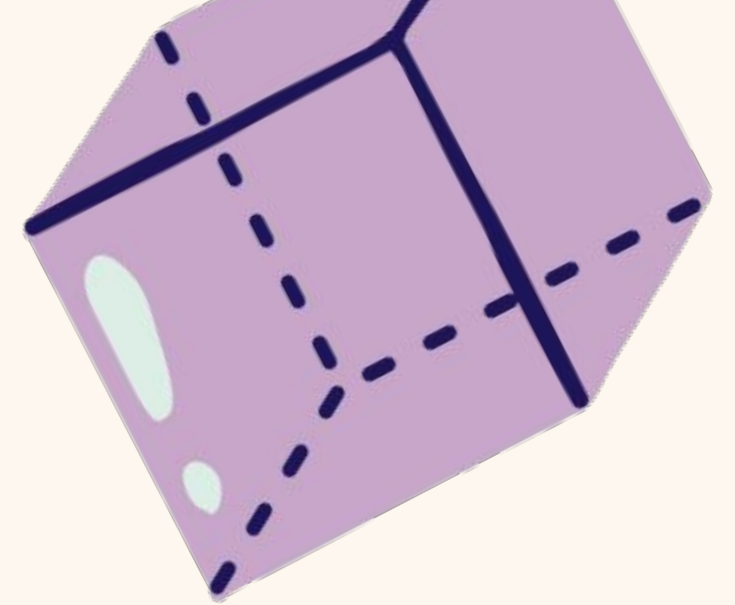
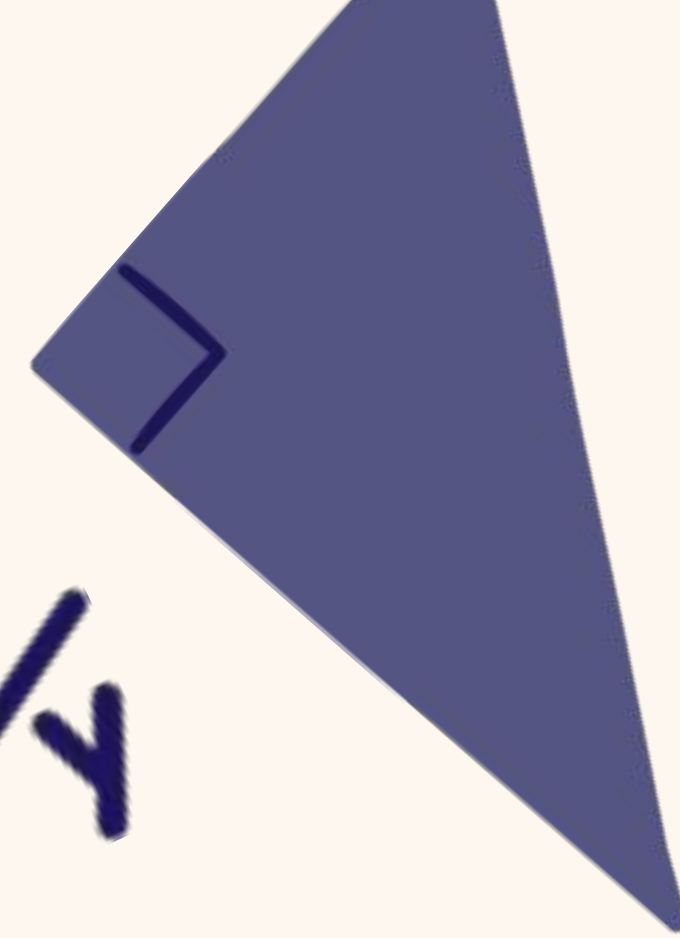
EJE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA:

Bastían Núñez Jara, Estudiante de Física UC

REGLAS DE LAS

OBJETI

$$x/y$$



$$f(x)$$

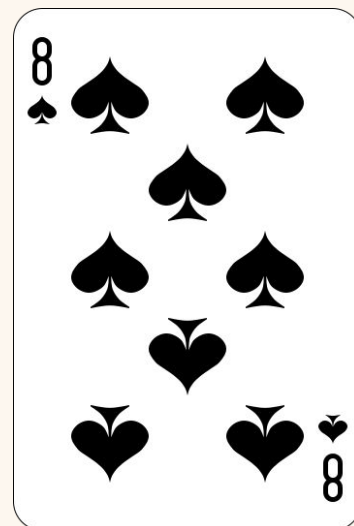
- Comprender el concepto de probabilidad como medida de incertidumbre.

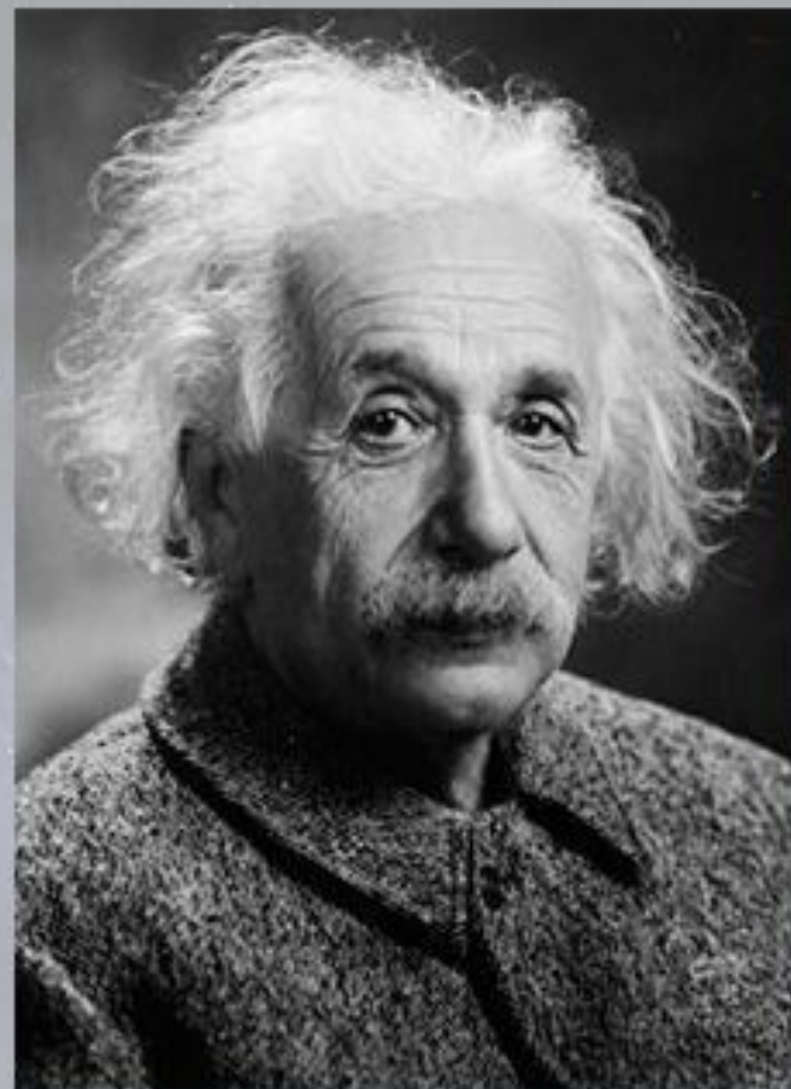
VOS:

- Conocer y aplicar la regla de Laplace y las reglas básicas de probabilidad.

INTRODUCCIÓN

La probabilidad nos permite medir la posibilidad de que ocurra un evento en situaciones de azar o incertidumbre. Desde lanzar un dado hasta estimar la chance de aprobar una prueba, las reglas de probabilidad nos dan herramientas para tomar decisiones y resolver problemas. En la universidad, este concepto es clave en carreras como estadística, ciencias, ingeniería y economía.





*"Me basta reflexionar sobre
la maravillosa estructura
del Universo y tratar humildemente
de penetrar siquiera una parte
infinitesimal de la sabiduría
que se manifiesta en la Naturaleza".*

Dios no juega a los dados

Albert Einstein

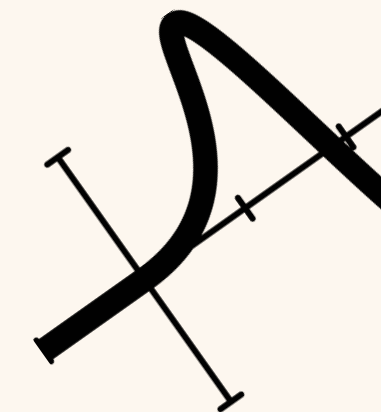
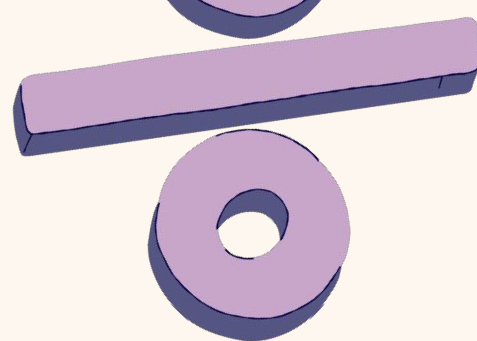
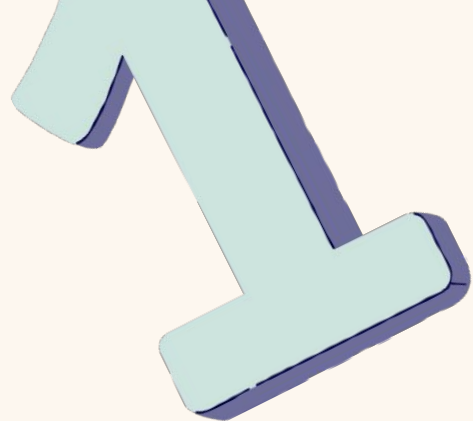
DEFINICIÓN DE PROBABILIDAD:

PROBABILIDAD = MEDIDA DE LA
POSIBILIDAD DE UN EVENTO.

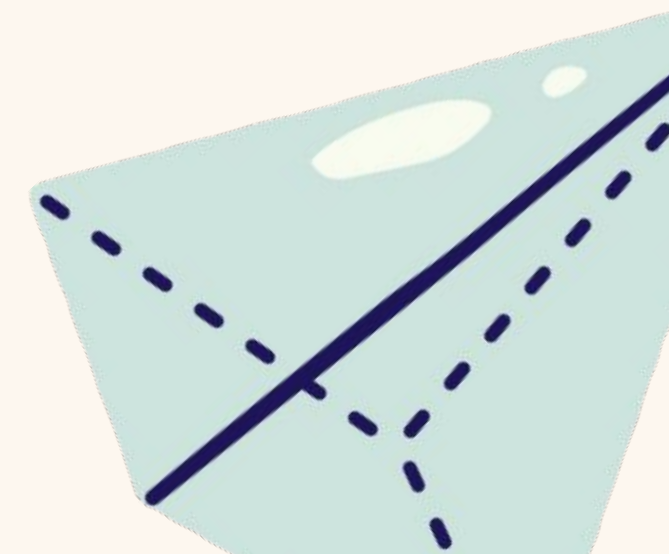
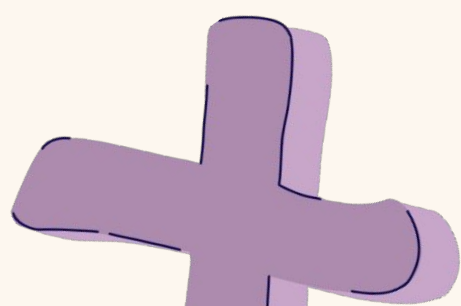
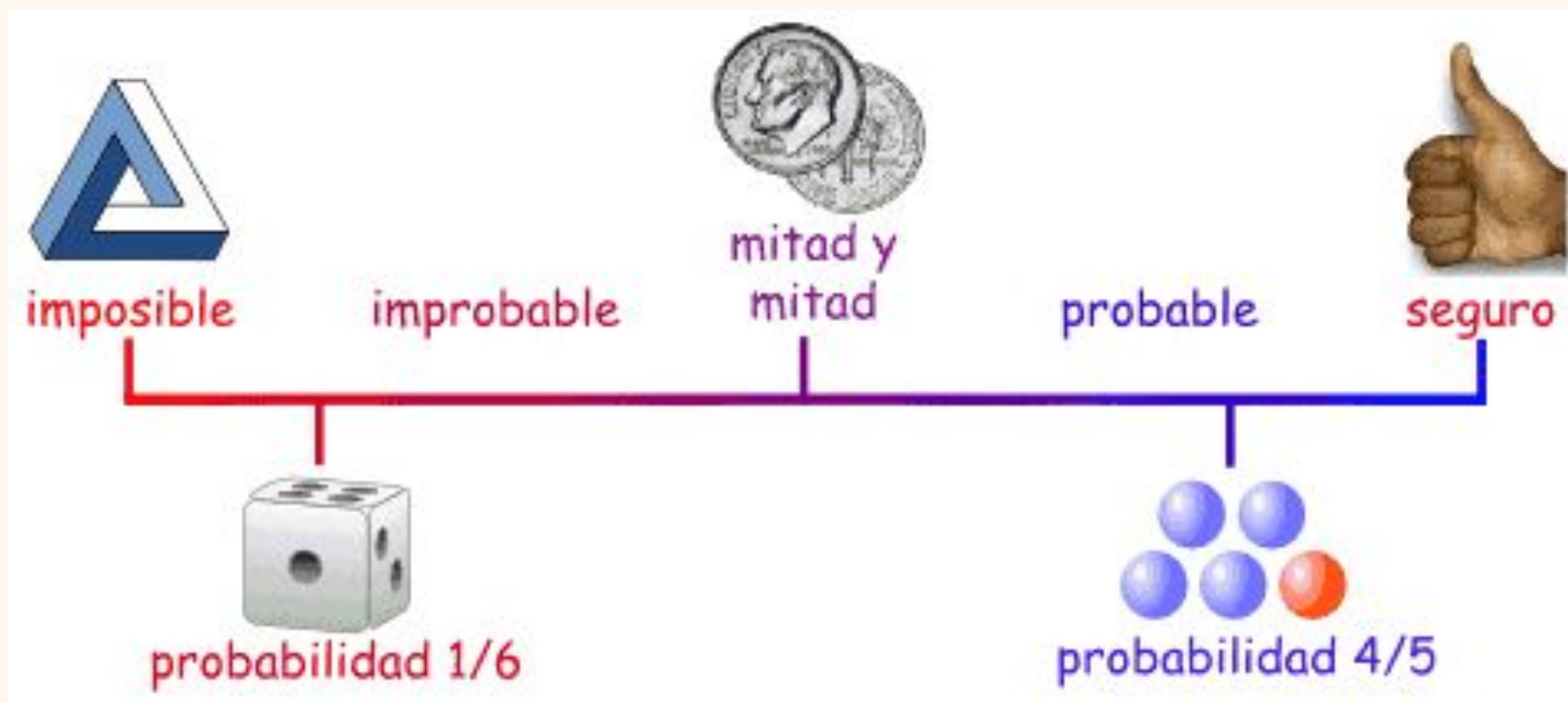
FÓRMULA **Regla de Laplace**:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

$f(x)$



probabilidad $\neq$ posibilidad



CONCEPTOS:

Experimento aleatorio: es un experimento en el que no se puede predecir previamente el resultado. Por ejemplo, el lanzamiento de un dado.

Espacio muestral: son todos los posibles resultados del experimento. En nuestro ejemplo, el espacio muestral estaría compuesto por estos resultados: "obtener un 1", "obtener un 2", "obtener un 3", "obtener un 4", "obtener un 5" y "obtener un 6".

Suceso o evento: es cualquier parte del espacio muestral. Algunos sucesos podrían ser: "obtener un 5", "obtener un número par", "obtener un número múltiplo de 3", etc.

TIPOS DE SUCESOS O EVENTOS:

Suceso seguro: Es el que siempre se verifica. Por ejemplo, un suceso seguro sería "obtener un número menor que 7".

Suceso imposible: Es el suceso que no se puede obtener. Por ejemplo, un suceso imposible sería "obtener un número mayor que 10".

Suceso contrario: El suceso contrario (o complementario) a un suceso A es el que se verifica cuando no ocurre A . Por ejemplo, si $A = \text{"Obtener un 4"}$, el suceso contrario de A se escribe $A^c = \{1, 2, 3, 5, 6\}$

Suceso unión: Es el suceso que se obtiene por unión de otros. Por ejemplo, un suceso unión sería "obtener un 1 o un 2".

Suceso intersección: Es el suceso que se obtiene cuando se verifican otros dos. Por ejemplo, el suceso intersección de "obtener un número par" y "obtener un número mayor que 3" sería el suceso "obtener 4 o 6".

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

EJEMPLO BÁSICO:

Un dado se lanza una vez. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor a 4?

- Casos favorables: {5, 6}
- Casos totales: 6
- $P(A)=2/6=1/3$.



REGLA DE LA PROBABILIDAD COMPLEMENTARIA:

- Ejemplo: si la probabilidad de aprobar un examen es 0,7 → la de reprobar es 0,3

REGLA DE LA SUMA (EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES):

Si A y B no pueden ocurrir al mismo tiempo.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ejemplo: sacar rey o as en una baraja → $4/52+4/52=8/52$

REGLA DE LA SUMA (EVENTOS NO EXCLUYENTES):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Ejemplo: sacar carta roja o figura.

REGLA DEL PRODUCTO (EVENTOS INDEPENDIENTES):

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Ejemplo: lanzar un dado y una moneda.

EJEMPLO BÁSICO:

En una bolsa hay 3 bolas rojas y 2 azules. Se extrae una al azar.

1. Probabilidad de sacar azul = $2/5$
2. Probabilidad de NO sacar azul = $3/5$



PROBABILIDAD

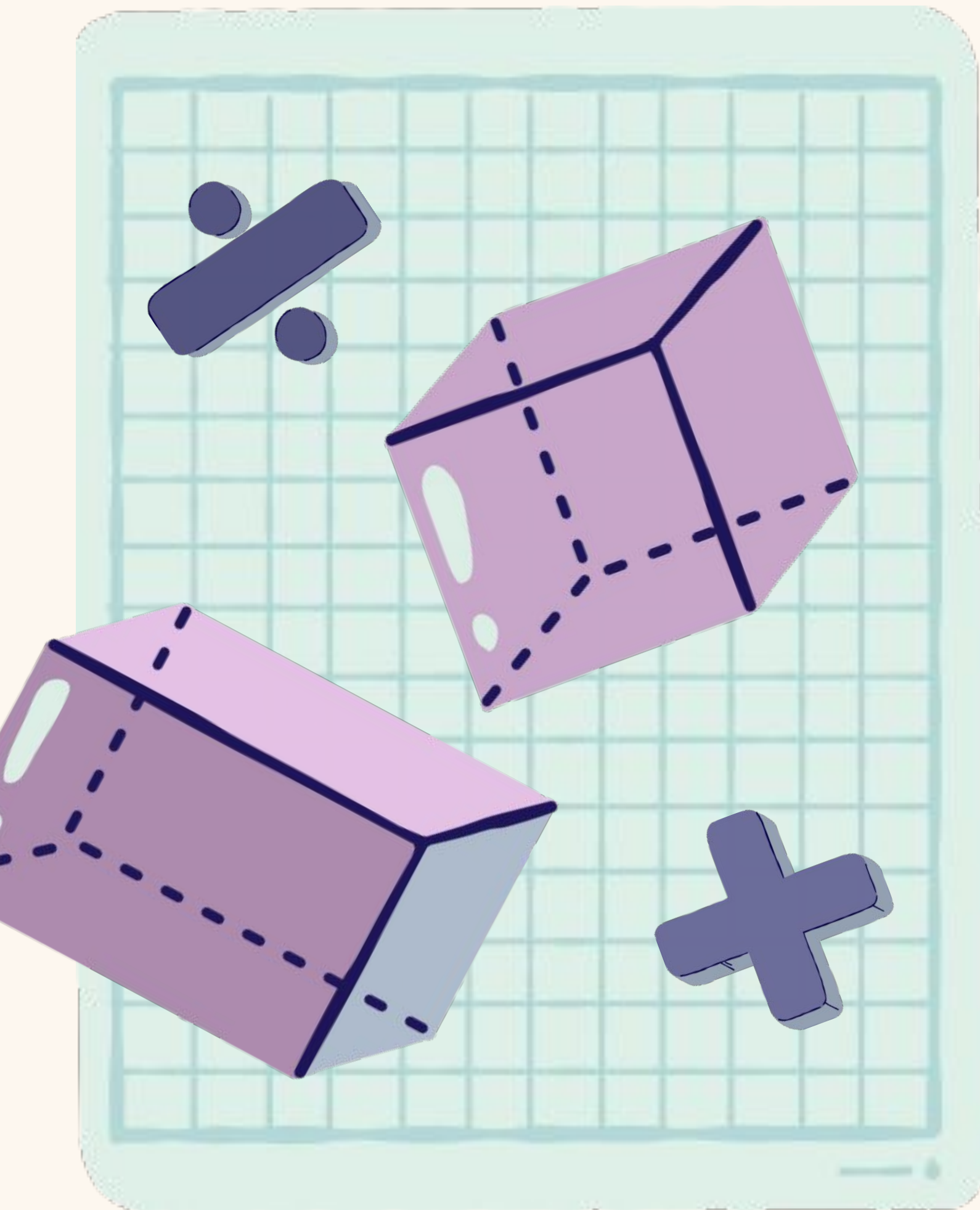
CONDICIONAL:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Ejemplo: En un curso, 40% son mujeres, y 10% son mujeres con promedio sobre 6. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante sea mujer de promedio sobre 6, dado que es mujer?

- $P(\text{Mujer})=0.40$
- $P(\text{Mujer y promedio sobre 6})=0.10$
- Reemplazando entonces

$$P(A|B) = \frac{0.10}{0.40} = 0.25$$



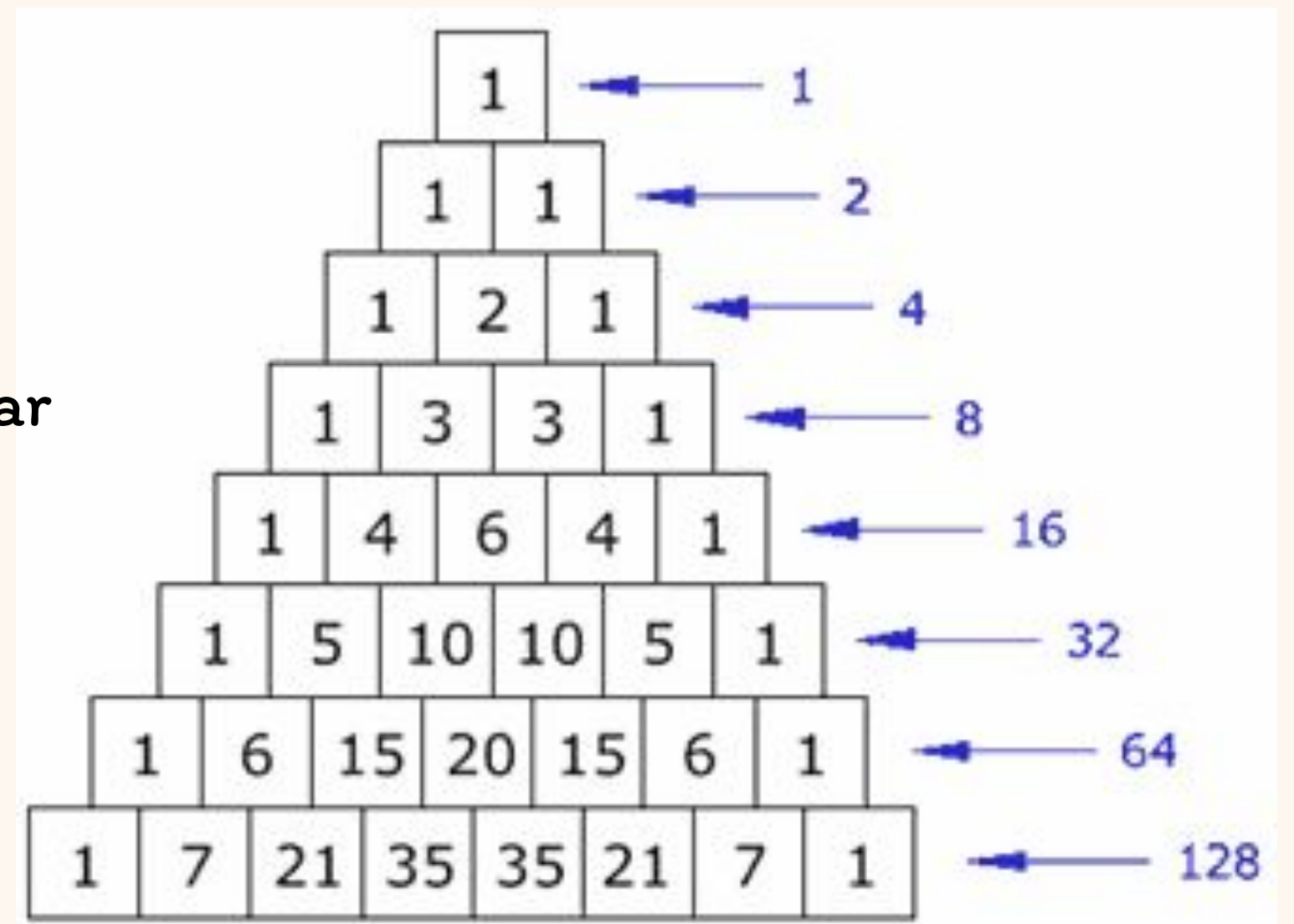
TRIÁNGULO DE PASCAL

El Triángulo de Pascal es una disposición triangular de números donde cada número es la suma de los dos números que están justo arriba de él.

- La cima del triángulo empieza con 1.
- Cada fila representa los coeficientes binomiales.

Coeficientes del triángulo sirven para calcular probabilidades en experimentos binomiales.

Ejemplo: probabilidad de obtener 2 caras al lanzar 4 monedas → coeficiente = 6 →
 $P(2 \text{ caras}) = 6/16$



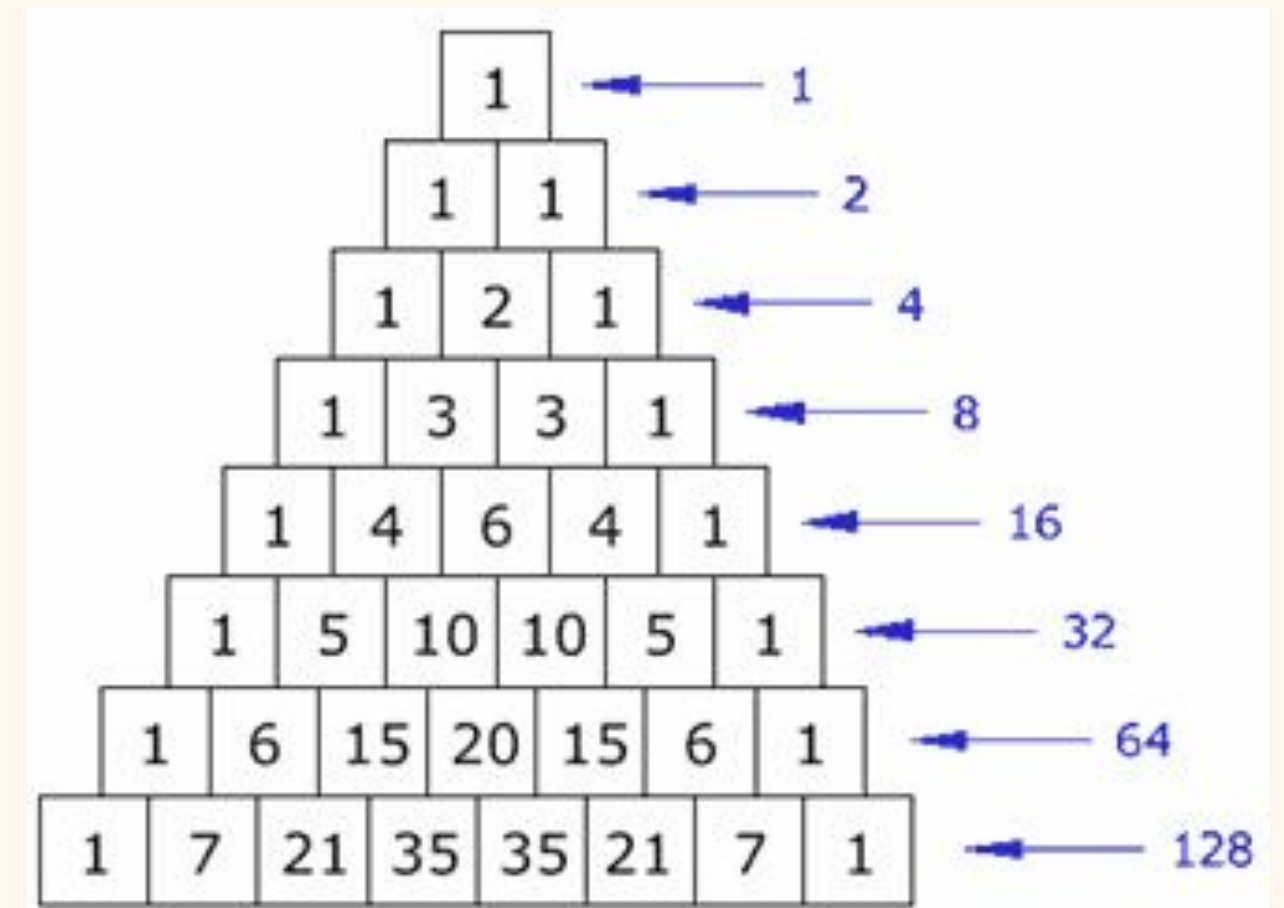
TRIÁNGULO DE PASCAL

Ejercicio: Monedas

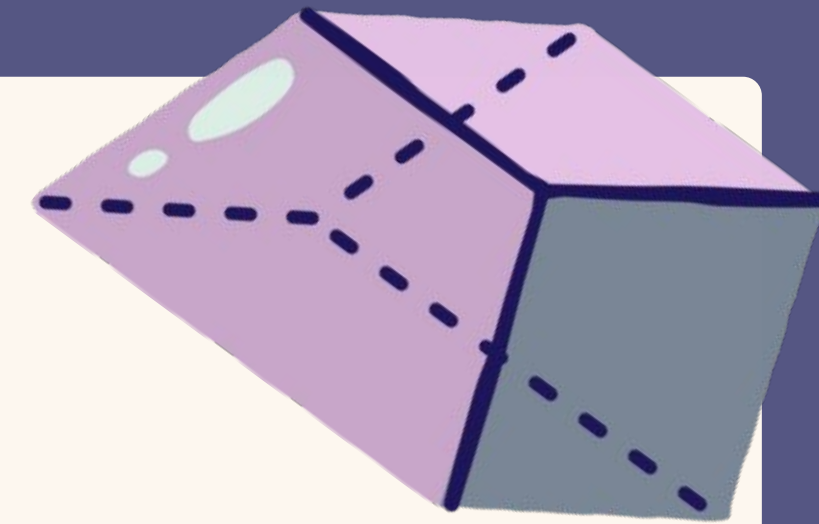
Se lanzan 2 monedas justas.

¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 1 cara?

En un juego se lanza una moneda 3 veces y gano si me salen más caras que sellos. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?



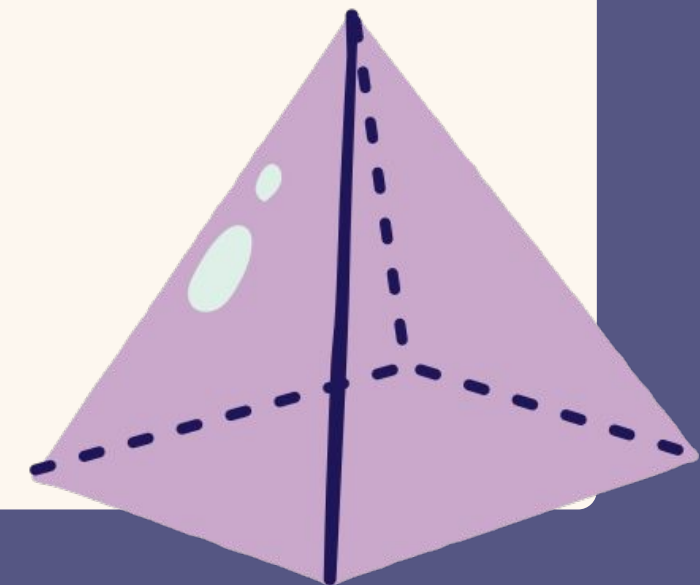
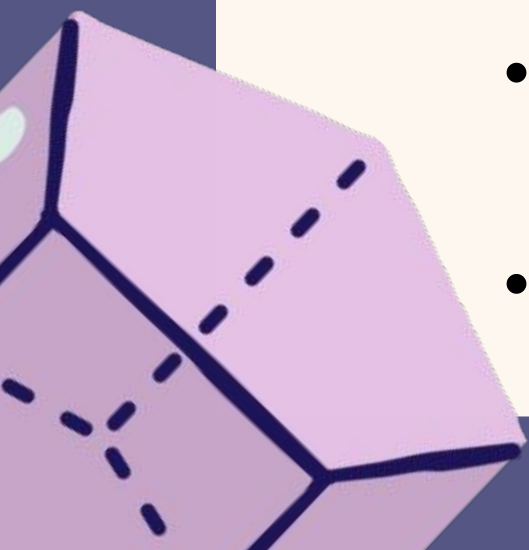
EJERCICIO



De los siguientes experimentos, indica los que son aleatorios:

S:

- Lanzar al aire una moneda y observar si sale cara o cruz.
VERDADERO
- Dejar caer una moneda desde 20 metros de altura y observar el tiempo que tarda en llegar al suelo.
FALSO
- Introducir un vaso en un cubo lleno de agua y observar qué cantidad de agua se derrama.
FALSO
- Observar el número de días lluviosos a lo largo del mes.
VERDADERO
- Girar una ruleta y observar si se para.
FALSO



EJERCICIOS:

Teniendo estos datos de una encuesta realizada respecto a la preferencia de animales domesticos,

¿Cual es la probabilidad de escoger a alguien que prefiera los perros?

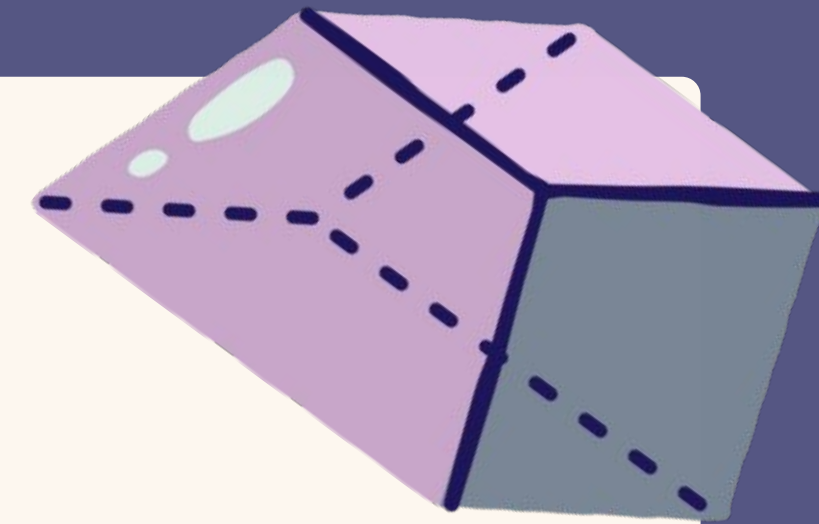
¿Cuál es la probabilidad de escoger a alguien que le guste las tortugas?

¿Cuál es la probabilidad de escoger a alguien que le gusten los perros o los conejos?

Considerando que las personas encuestadas solo pudieron elegir un animal como favorito ¿Cuál es la probabilidad de escoger a alguien que le gusten los perros y los conejos?



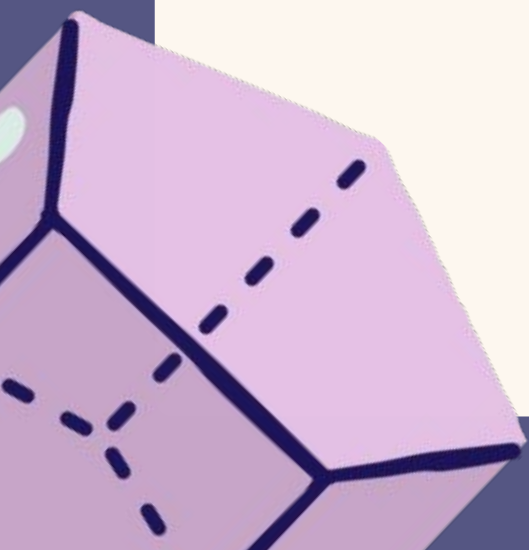
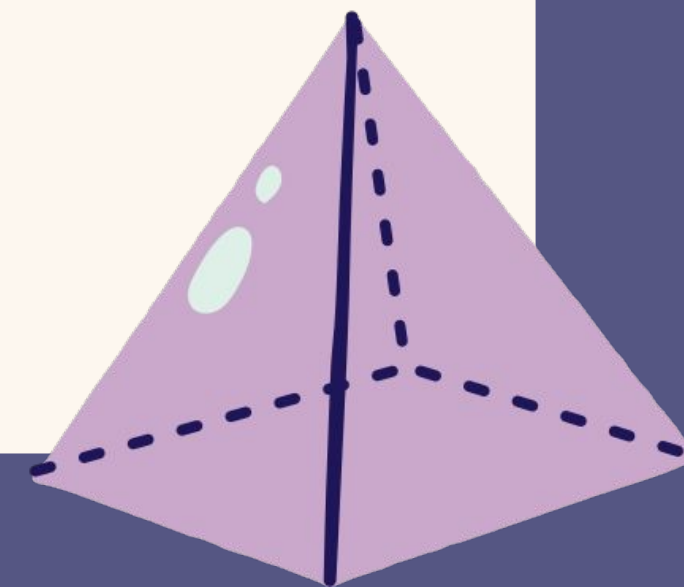
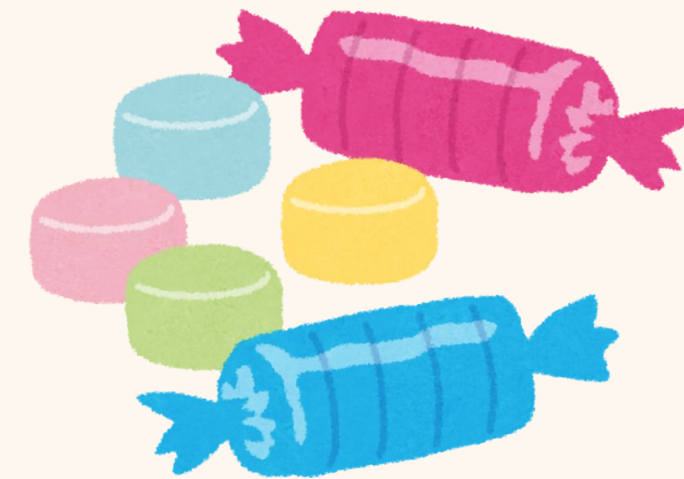
EJERCICIO



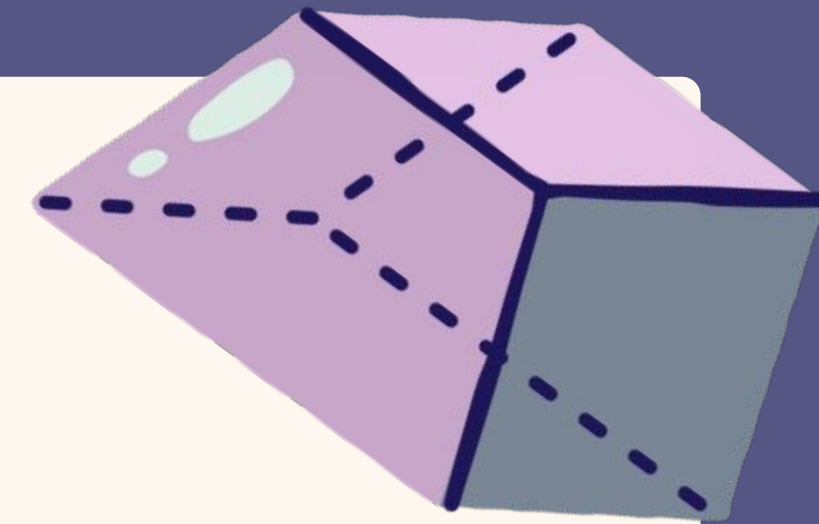
S:

Una bolsa tiene 5 caramelos rojos, 3 verdes y 2 azules. Se saca un caramelo al azar.
¿Cuál es la probabilidad de que no sea azul?

- A) $2/10$
- B) $3/10$
- C) $7/10$
- D) $8/10$



EJERCICIO

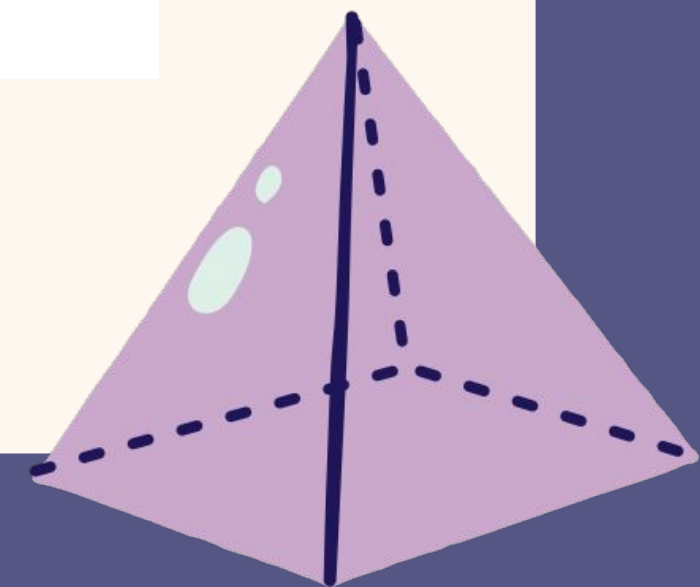


Si

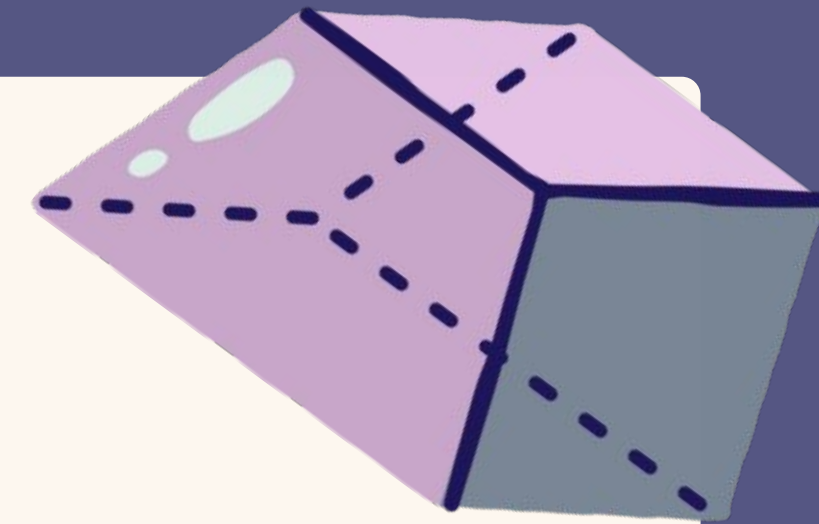
En un curso de 30 estudiantes, 18 estudian inglés, 12 estudian francés y 5 estudian ambos idiomas. Si elegimos un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que estudie inglés o francés?

- A) 25/30
- B) 18/30
- C) 12/30
- D) 35/30

$$\begin{aligned} P(\text{Inglés o Francés}) &= P(\text{Inglés}) + P(\text{Francés}) - P(\text{Ambos}) \\ &= \frac{18}{30} + \frac{12}{30} - \frac{5}{30} = \frac{25}{30} \end{aligned}$$



EJERCICIO



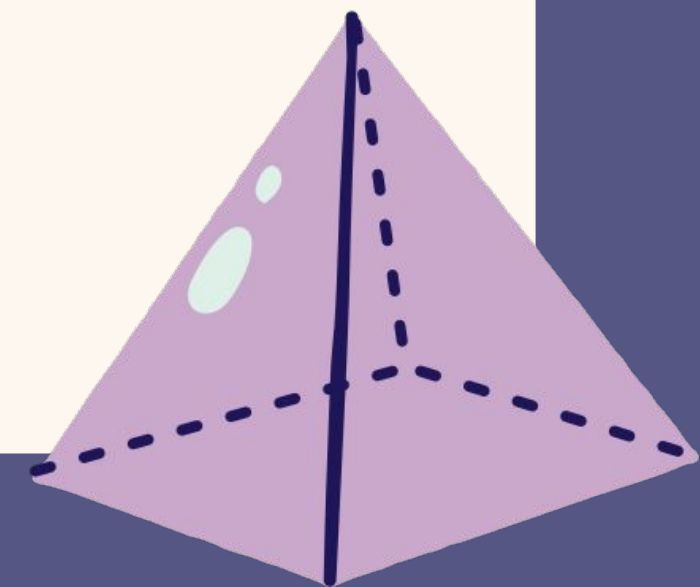
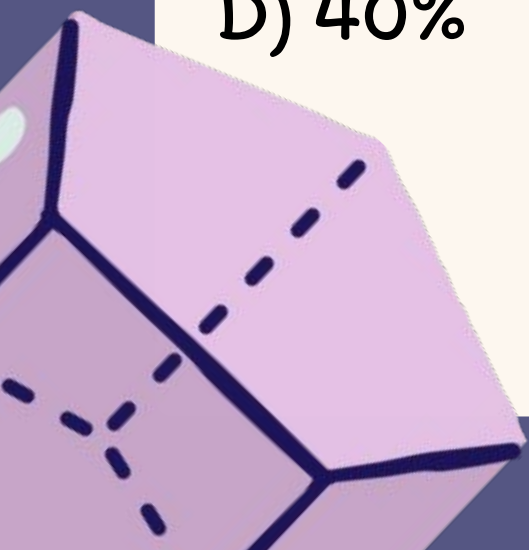
Si

En un colegio, el 30% de los estudiantes juega fútbol. El 12% de los estudiantes juega fútbol y además participa en atletismo.

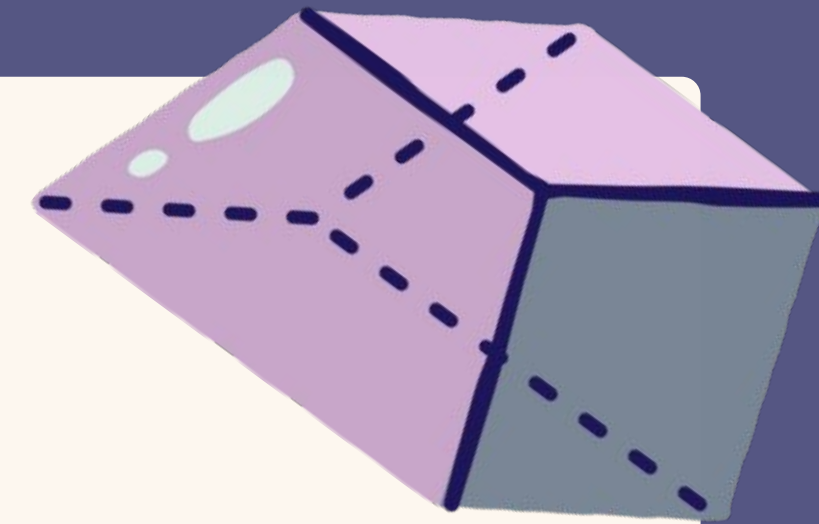
Si un estudiante elegido al azar juega fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que también participe en atletismo?

- A) 12%
- B) 20%
- C) 30%
- D) 40%

$$P(\text{Atletismo} \mid \text{Fútbol}) = \frac{P(\text{Fútbol y Atletismo})}{P(\text{Fútbol})} = \frac{0.12}{0.30} = 0.40$$



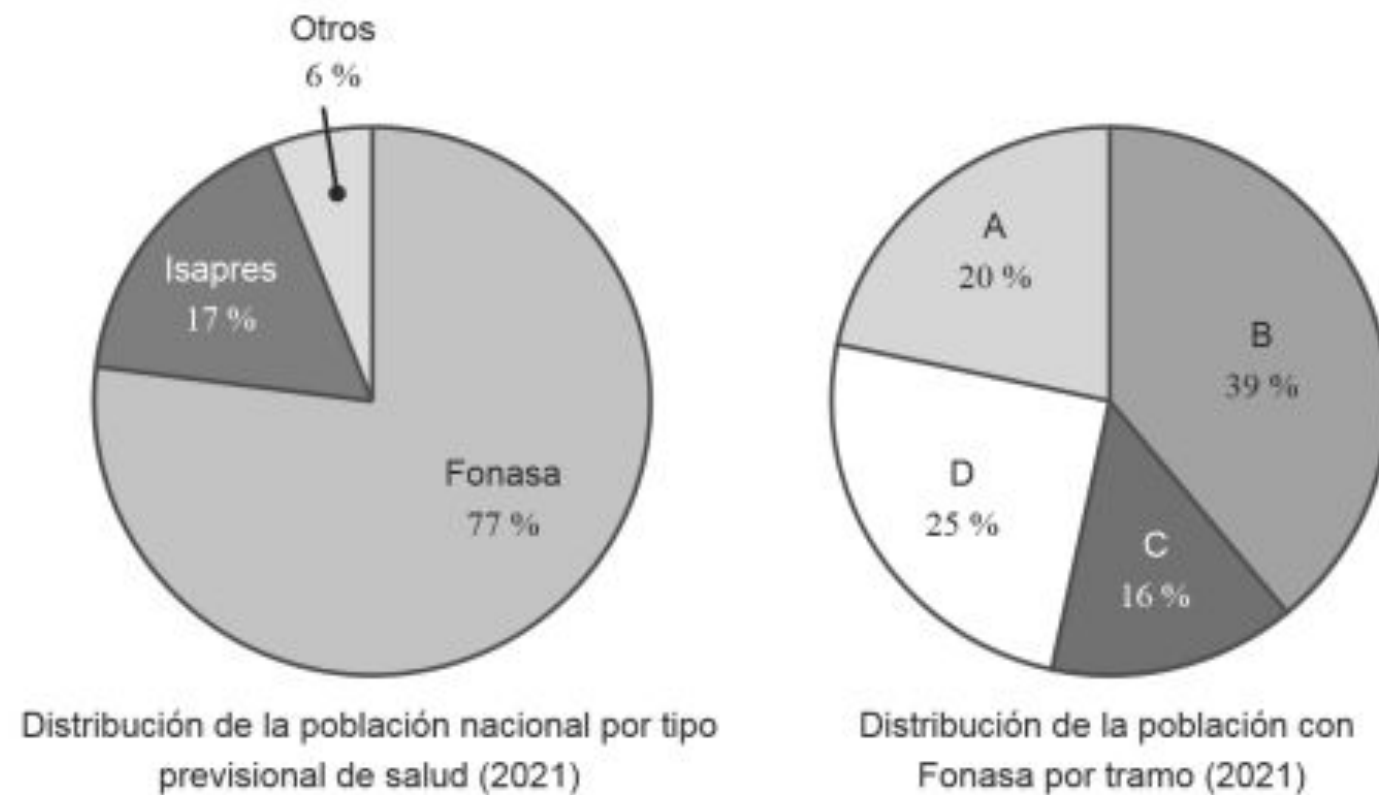
EJERCICIO



55. El Fondo Nacional de Salud (Fonasa) es un tipo de previsión de salud, junto con las Isapres y otras instituciones.

Las personas solo pueden tener un tipo de previsión y las que tienen Fonasa se categorizan en los tramos A, B, C y D, según su nivel socioeconómico.

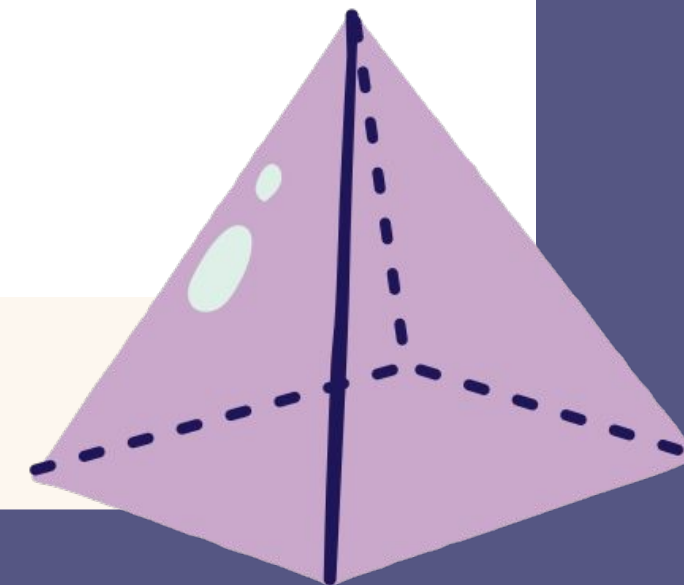
En los gráficos adjuntos se presenta la distribución de la población de acuerdo con los tipos de previsión y la distribución de la población con Fonasa en los distintos tramos en 2021.

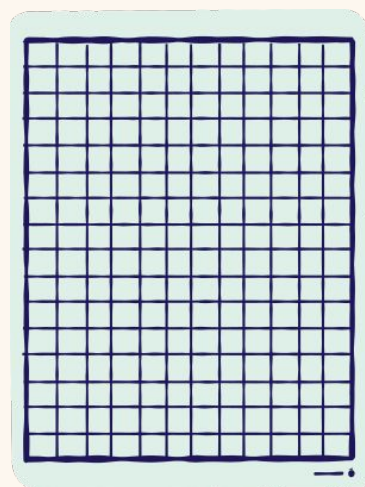
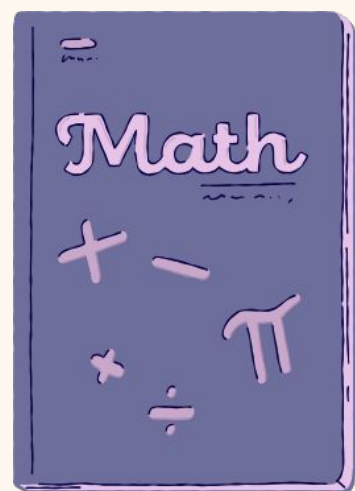


Adaptado de: Fonasa (2022). Cuenta Pública Participativa 2022.

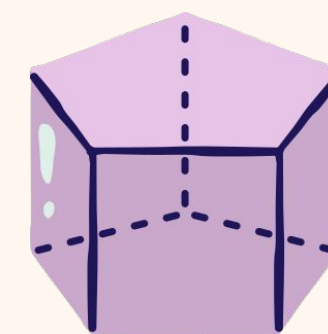
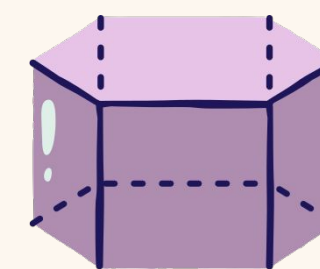
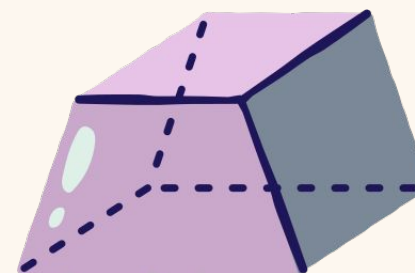
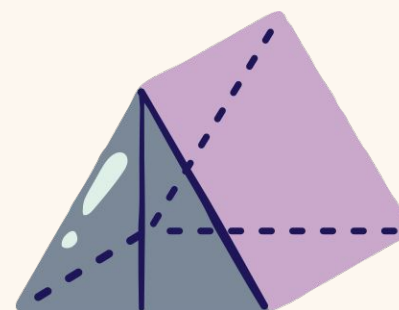
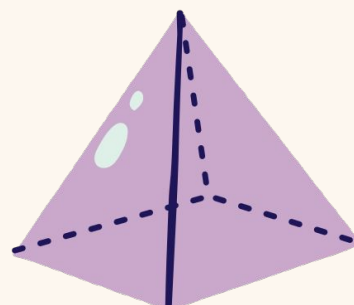
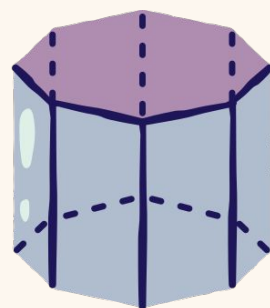
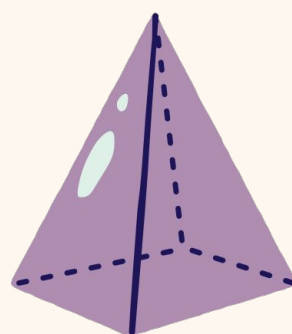
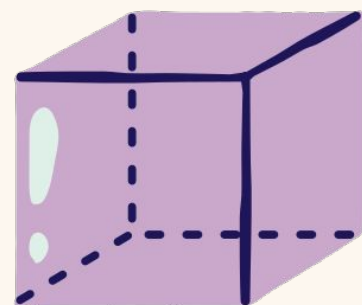
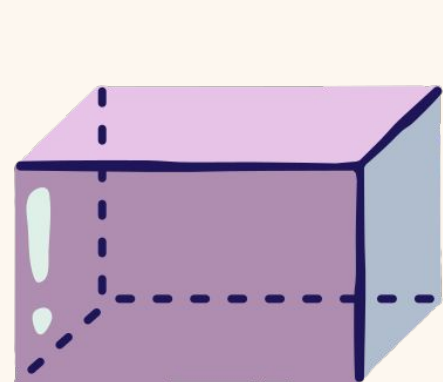
Si se escogía al azar a una persona de la población nacional en 2021, ¿cuál es la probabilidad de que hubiera estado clasificada en el tramo A de Fonasa?

- A) 0,154
- B) 0,2
- C) 0,25
- D) 0,97

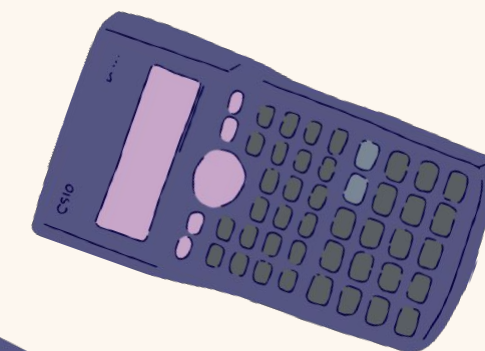
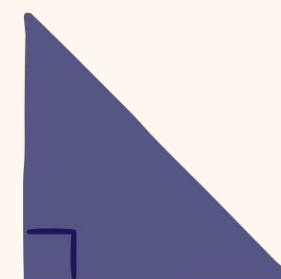
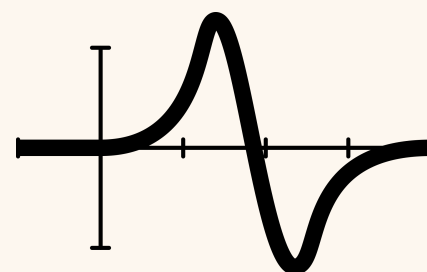




RECURSOS GRÁFICOS



$\frac{x}{y}$ $f(x)$ $\sqrt{x}$



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 % ÷ × + =