Inecuaciones

Definición

En nuestra vida cotidiana, usualmente necesitamos saber cuándo algo es más grande o más chico que otra cosa, ¿Qué es más barato? ¿Cuál celular es mejor? Tenemos que poder distinguir de alguna forma dos cosas, y además de eso decir cual es mejor o peor para lo que queremos (nos gustaría poder comprar el producto a menor precio por ejemplo, o un celular con más memoria). ¿Hay alguna forma de escribir o traspasar estas nociones a un lenguaje matemático? La respuesta a esta pregunta es **SÍ**. A continuación introduciremos esta noción matemática:

¿Cómo podemos decir que un número es *mejor* que otro? En sí no podemos, depende de lo que queramos hacer con los números, por ejemplo: Sabemos que la tarifa del metro estudiante (230 pesos) es más barata que la tarifa del metro adulto (800 pesos). Entonces, si nosotros somos usuarios del metro, buscamos el pasaje que nos salga más barato. En este sentido, la tarifa estudiante es mejor para nosotros porque queremos *la más barata* y la tarifa estudiante (230 pesos) es *menor que* la tarifa adulto (800 pesos). En este ejemplo introdujimos el término **menor que**:

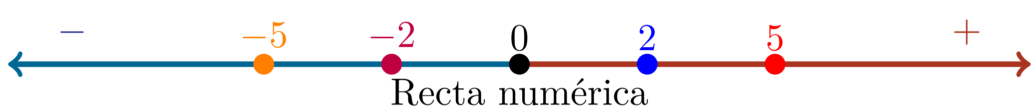
Menor que: Dados dos números reales a y b, se dice que a es menor que b si, al ponerlos en la recta numérica, a está a la izquierda de b. Esto se señala por $a < b$. [1] Algunas aplicaciones directas de esto puede ser la definición de los **números negativos**, que son los números reales que son **menores que** 0.

Menor o Igual: ¿Y qué pasa si ambos números que quiero comparar son iguales? No podemos decir que haya alguna diferencia entre ambos. Para evitar confusiones extrañas se crean 2 definiciones (con sus respectivos símbolos):

$<$ Un número es menor a otro si es que es **distinto** al otro y además está a la izquierda del otro.

$\leq$ Un número es menor o igual que otro si es **menor** que el otro o **igual** que el otro.

Para confirmar esta idea bien, podemos decir que siempre tenemos que $5 \leq 5$, pero no tenemos que $5 < 5$, ya que 5 no es distinto de 5, por lo que no satisface la definición para $<$.



Nótese que $-2 < 0$ y que $0 < 5$, sin embargo es falso que $5 < 5$, pues ambos son iguales: 5 no está a la izquierda de sí mismo.

Análogo al *menor que*, tenemos la idea del *mayor que*, o más grande. Veamos un ejemplo: ganamos un concurso y nos dan a escoger entre dos celulares iguales en todo sentido, salvo en una cosa: la memoria. Uno

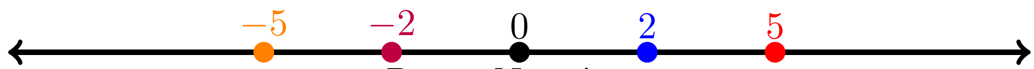
[1] Si hay alguien un poco más quisquilloso con esta definición o que no le gusta hacerlo con tantos dibujos, se puede definir como que $a < b$ si $b - a$ es positivo.

de los celulares tiene memoria de 32 Gb y otro de 16 Gb ¿Cuál nos convendría más? Pensando en que queremos un celular con más memoria, nos convendría más el de 32 Gb, ya que 32 Gb es **mayor que** 16 Gb.

Mayor que: Dados dos números reales, a y b, se dice que a es mayor que b si a está más a la derecha que b en la recta numérica, lo que se señala por $a > b$.[2] Coloquialmente se dice que un número es más grande, o cosas similares. Por ejemplo, se dice que los **número positivos** son aquellos **mayores que** 0**.**

De forma análoga a las nociones de menor y menor o igual, podemos dar la idea de mayor y mayor o igual:

- $>$ Un número es mayor a otro si es que es **distinto** al otro y además está a la derecha del otro.
- $\geq$ Un número es mayor o igual que otro si es **mayor** (está a la derecha del otro en la recta numérica) o **igual** que este.



Recta Numérica

Nótese que aquí que $0 > -2$ y que $0 > -5$, sin embargo es falso que $-5 < -5$, pues ambos son iguales: -5 no está a la izquierda de sí mismo.

Los conceptos $<$, $>$, $\leq$ y $\geq$ cumplen una propiedad muy importante: la **transitividad**. La transitividad nos dice que si tienes $a < b$ y $b < c$, puedes usar b como puente para decir $a < c$. Esta propiedad puede ser de gran utilidad en multitud de ocasiones. Podemos ver de manera más "formal" esta propiedad en el siguiente cuadro:

Desigualdad	Cómo se ve la transitividad
$<$	Si tengo $a < b$ y $b < c$, entonces tengo $a < c$
$>$	Si tengo $a > b$ y $b > c$, entonces tengo $a > c$
$\geq$	Si tengo $a \geq b$ y $b \geq c$, entonces tengo $a \geq c$
$\leq$	Si tengo $a \leq b$ y $b \leq c$, entonces tengo $a \leq c$

La transitividad aplicada a cada caso

Como propiedad útil: decir $a < b$ es lo mismo que decir $b > a$. Con sus versiones similares, también se tiene que $a \leq b$ es lo mismo que decir $b \geq a$. Como regla mnemotécnica podría verse como una boca que va a comer lo que hay donde está el número mayor y que siempre apunta allá (como si hubiera más comida en un lado entre los dos números). **OJO!** No siempre que se tiene $a \leq b$ significa que $b > a$, pues podría darse el caso de que $a = b$ y se cumple en el primero pero no en el segundo.

PRECAUCIÓN! Usualmente vemos cosas como que $2 < 5$ por ejemplo, sin embargo, con los negativos esta noción se "invierte", y es lo que veremos en la próxima sección, que respecta a propiedades relativas a las desigualdades de números.

Inecuaciones

¿Cómo utilizamos lo anterior para resolver problemas y calcular valores desconocidos? Por ejemplo, si tengo una cierta cantidad de dinero, digamos $10.000, queremos comprar regalos para 5 amigxs nuestrxs y no queremos

[2] Si alguien es un poco más quisquilloso con esta definición o que no le gusta hacerlo con tantos dibujitos, se dice que $a > b$ si $a - b$ es positivo.

hacer distinción entre ellxs, deberíamos gastar **exactamente** 2.000 pesos en cada unx? No necesariamente, por ejemplo podríamos encontrar un regalo para nuestrxs amigxs que cueste distinto, *con una condición:* debe costar menos de $2.000 para que nos alcance la plata, ¿Cómo podemos escribir de forma más rigurosa esta idea? usaremos la noción de inecuación. La situación sería la siguiente:

"Quiero comprar 5 regalos iguales para mis amigxs sin pasarme del presupuesto, que son 10.000."

¿Qué cosas sabemos aquí? Si queremos comprar un regalo con cierto precio, que denotaremos con una incógnita: la letra p, debe cumplirse que al comprar 5 unidades (que significaría que nos costaría en total $5 \cdot p$), no podemos salirnos del presupuesto, entonces necesitamos que este valor sea **menor o igual** que el dinero del que disponemos, es decir, $10.000. Menor o igual porque tenemos tres posibilidades: 1) Sale exactamente 10.000 entre todo, lo que representaría nuestro caso límite, 2) Sale menos de 10.000 y estaríamos gastando menos de lo que tenemos o 3) No nos alcanza el dinero para los 5 regalos, pero en tal caso no podríamos comprar, así que no lo consideraremos. Planteando la situación nos quedaría:

$$5p \leq 10.000$$

Nótese que esto se parece a las ecuaciones que vimos en las clases anteriores, solo que ahora en vez de poner un signo $=$ ponemos un $<, \leq, \geq$ o $>$. Entonces, si antes se llamaba *ecuación* porque era una igualdad con variables que desconocíamos, aquí estaríamos frente a una *inecuación*, porque tenemos justamente una situación que **no es una igualdad**. A continuación veremos cómo manipular estas expresiones para poder llegar a cosas que nos sean útiles.

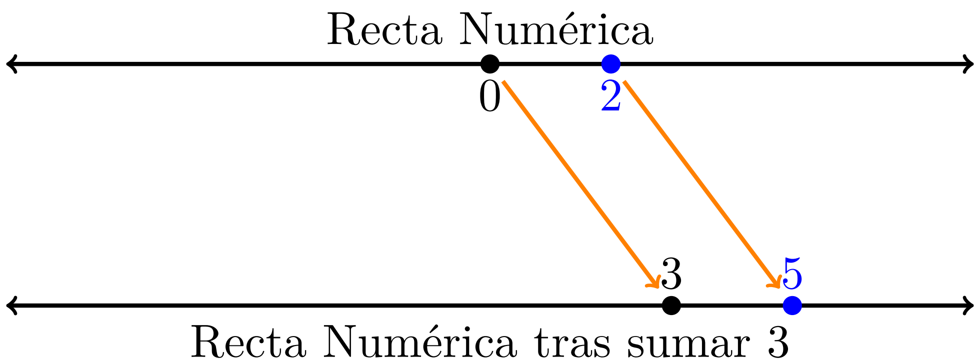
El caso que vamos a ver en esta guía son las llamadas **inecuaciones de primer grado**, es decir, inecuaciones con una incógnita y que esta aparezca "en primer grado" (lo que quiere decir que la incógnita x aparecerá elevada a 1). Es como una ecuación de primer grado (algo de la forma $mx + n = y$) pero con una desigualdad ($mx + n \leq y$). En general, su resolución es **muy similar** al desarrollo de una ecuación de primer grado, con la salvedad de que hay que tener cuidado con ciertos pasos que pueden **cambiar el sentido de la inecuación**. Un ejemplo de inecuación de primer grado es el caso mostrado arriba, que es justamente algo del estilo $5p \leq 10.000$, donde la incógnita es $p^1 = p$.

Propiedades

Para operar las inecuaciones y encontrar el valor de las incógnitas, se realiza un proceso similar al de una ecuación, es decir, aplicando las mismas operaciones a ambos lados de la desigualdad hasta despejarla (dejar en un lado los valores conocidos y en el otro la incógnita), pero ahora teniendo cuidado con que esto no cambie las desigualdades.

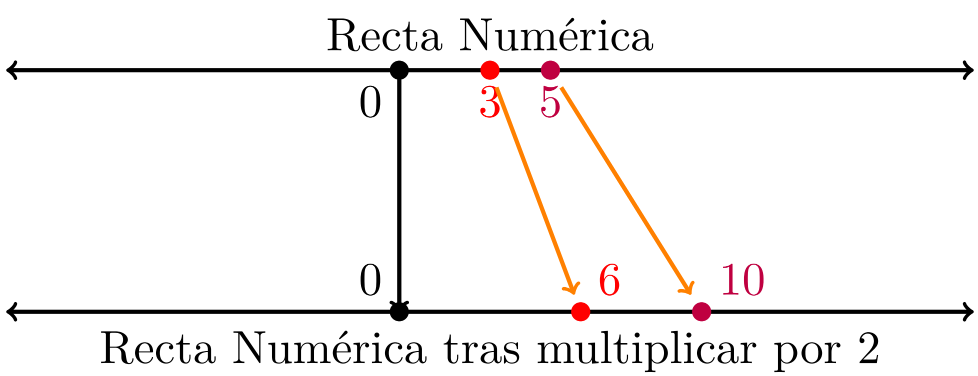
PROPIEDAD 1

Al sumar o restar un valor a un número éste se mueve sobre la recta numérica hacia los lados. En el caso de una desigualdad, si se suma o resta un valor a ambos lados de esta, los dos valores se moverán sobre la recta en el mismo sentido, por lo que estas operaciones no cambian la desigualdad. Es decir, si se tiene dos números reales **a** y **b**, con **a >b** y se le suma el mismo valor **c** a ambos, la desigualdad entre ellos se conserva siendo **a+c >b+c**. A continuación un dibujo mostrando que en $0 < 2$ podemos sumar a ambos lados algo como 3 y se seguirá manteniendo la desigualdad.



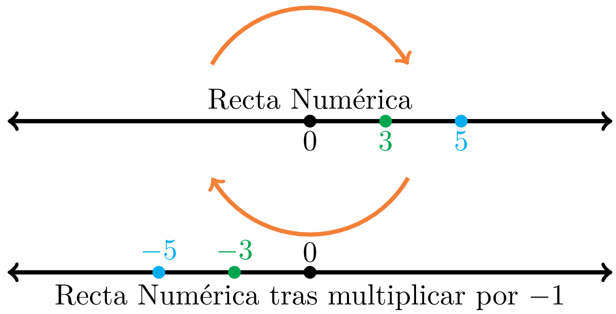
PROPIEDAD 2

Al multiplicar o dividir un número por valores positivos, este se achica o agranda moviéndose sobre la recta numérica. Al tener una inecuación, esto ocurre con ambos números a cada lado de ella y la desigualdad se mantiene. Por ejemplo, si se tiene -2 <2 y se multiplica ambos lados por 2, el resultado sería -4 <4. Podemos notar que ambos números se movieron, el primero haciéndose más negativo y el segundo más positivo y no cambió la desigualdad. Es decir, si **a**, **b** y **c** son números reales tal que **a <b**, entonces al multiplicar por **c** a ambos lados la desigualdad sería: **ac <bc** (lo mismo se puede aplicar para la división con positivos). A continuación, un ejemplo demostrando que al multiplicar por un número positivo vamos a mantener la desigualdad. Esto es porque lo que hace la multiplicación se puede ver como "estirar" o "comprimir" un número o una diferencia entre números, lo que significa que en verdad no estamos cambiando el orden de nada. Veamos qué pasa si multiplicamos el 3 y el 5 por 2:



PROPIEDAD 3

Al multiplicar o dividir por números negativos, estos cambian el signo del valor final, por lo que **se cambia el lado de la recta numérica en el que se está operando**. Por lo anterior, **si se tiene una desigualdad y se aplica una multiplicación o división por un número negativo se debe cambiar el sentido de esta**, lo que se debe al cambio de signo. Por ejemplo, si se tiene un 3 y un 5 se sabe que 3<5. Al multiplicar ambos números por -1, luego -3 no será menor que -5, sino que mayor (está más a la derecha en la recta numérica), ya que cambiamos de lado en la recta, -3>-5. Es decir si **a**, **b**, **c** son números reales tales que **a <b** y **c <0**, entonces **ac >bc**. A continuación una muestra dibujística de lo que pasa, en el fondo "giramos" la recta en torno al 0 y por eso se cambian los órdenes.



PROPIEDAD 4

Un recíproco (o inverso multiplicativo) de un número es tal que ambos multiplicados dan 1, el recíproco de a se puede denotar como a^{-1} o $\dfrac{1}{a}$, con esto último se puede ver que mientras más grande el número, más pequeño es su recíproco y viceversa. Tomando en cuenta lo anterior, si se tiene una inecuación y se toma el recíproco (siempre a ambos lados de la inecuación), se debe cambiar el sentido de la desigualdad. Por ejemplo, al tener 3<6 y tomar los recíprocos de ambos, el resultado sería $\dfrac{1}{3} > \dfrac{1}{6}$ para que la desigualdad se siga cumpliendo. Es decir, si se tiene **a** y **b** reales y del mismo signo, tal que a <b, se tiene que $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$

A modo de resumen, se pueden poner las propiedades anteriores en el siguiente cuadradito de resumen:

1. **Suma:** Si tenemos una desigualdad, sumar o restar en ambos lados de ella mantiene el sentido:

$$a < b$$
$$a + c < b + c$$

2. **Multiplicación desigualdad positivos:** Si tenemos $c > 0$, multiplicar una desigualdad (a ambos lados) por c no cambia su sentido:

$$a < b$$
$$ac < bc$$

3. **Multiplicación desigualdad negativos:** Si tenemos $c < 0$ entonces se tiene que al multiplicar por c una desigualdad, ésta cambia el sentido:

$$a > b$$
$$ac < bc$$

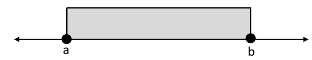
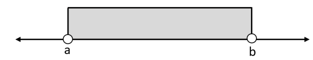
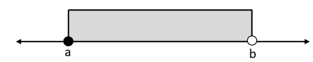
4. **Recíprocos:** Si tenemos dos números **del mismo signo**, entonces obtenemos que:

$$a < b$$
$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

Intervalo de soluciones

Si bien en las inecuaciones el proceso para despejar la incógnita es muy similar al de las ecuaciones, ahora nuestra solución tendrá otra forma. Para entender esto, pensemos: cuando yo despejo una ecuación llego a que x es igual a algún número: $x = 5$, $x = \frac{1}{34}$, $x = \sqrt{6.5}$, etc. Es decir, se encuentra en general una solución única o a lo más dos. Cuando resolvemos una inecuación, la expresión que obtenemos indica que x es **mayor** o **menor** que algún número: $x > 2$, $x < \sqrt{\frac{2}{15}}$, $1.2 < x < 3.4$, etc. Entonces ¿cuántos x cumplen con $x > 2$? El 2,1 lo

cumple, el 2,005 también, el 100000, el 3, el 7, el 465, es decir, infinitos números cumplen con la condición $x > 2$. Para representar estas soluciones ya no podemos decir que x es un valor o una lista de valores, su representación será a través de **Intervalos**:
Un intervalo toma en cuenta **TODOS** los números que están entre un extremo y otro. Dependiendo de si se toman o no en cuenta los extremos, tendremos cuatro tipos de intervalos:

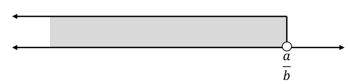
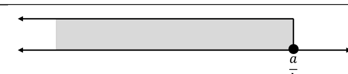
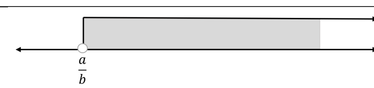
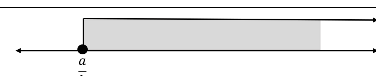
Intervalo **cerrado desde** a hasta b	$a \leq x \leq b$	$x \in [a, b]$	
Intervalo **abierto entre** a y b	$a < x < b$	$x \in (a, b)$ $x \in \ ]a, b[$	
Intervalo **semiabierto** o **semicerrado**	$a < x \leq b$	$x \in (a, b]$	
	$a \leq x < b$	$x \in [a, b)$	

Un intervalo cerrado implica que los extremos de éste se tomarán en cuenta como solución, por ejemplo, si nuestro intervalo solución es $0 < x \leq 1$ entonces el 0 **no será parte de la solución**, mientras que el 1 **sí lo será**. Otra forma de verlo es que el intervalo nos dice que x tiene que ser **mayor a** 0 (**0<x**) , al mismo tiempo, x puede **tanto menor como igual a** 1 (**x≤1**)

Como se mostró en la tabla, los intervalos se pueden respresentar, además de con la recta numérica, de la forma: $x \in [a, b]$, donde el símbolo $\in$ indica que x puede ser cualquiera de los valores dentro del intervalo $[a, b]$ (*pertenece* a $[a, b]$) y los paréntesis indican si se toma en cuenta el extremo: **']'**, o no: **')'**.

Intervalos con infinito (∞)

Los intervalos vistos antes implican que x está *entre* dos números *finitos*. Sin embargo, la solución puede estar definida por una sola desigualdad: $x < 2$, $\sqrt{2} < x$, etc. Esto implica que el intervalo solución para esa inecuación parte de un número y va al infinito, lo que se representa de la siguiente manera:

Inecuación	Conjunto Solución	Representación gráfica
$x < \frac{-b}{b}$	$x \in]\infty, \frac{a}{b}[$	
$x \leq \frac{-b}{a}$	$x \in]\infty, \frac{a}{b}]$	
$x > \frac{-b}{a}$	$x \in]\frac{a}{b}, \infty[$	
$x \geq \frac{-b}{a}$	$x \in \ [\frac{a}{b}, \infty[$	

(Notar que **el ∞ nunca se incluye en el intervalo:** $]\infty\ , \infty\ [$):

Problemas de inecuaciones

Por último, para aplicar lo aprendido en esta clase, necesitaremos ser capaces de traducir las situaciones a las que nos enfrentemos **desde el lenguaje español hacia el lenguaje matemático**. El objetivo de todas las propiedades y técnicas de resolución que hemos visto es permitirnos traducir problemas a ecuaciones o inecuaciones matemáticas. En esta línea, nos enfrentaremos a una traducción similar a la aprendida en la Guía de Planteamientos de Problemas, solo que con especial énfasis en problemas que incluyan situaciones donde ya no se establecerá una relación de igualdad, sino que de desigualdad. Por lo mismo, cuando la situación presente datos desconocidos, o incógnitas, ya no tendremos ecuaciones, sino inecuaciones.

Si anteriormente nos habíamos interesado en traducir situaciones del estilo ”El celular tiene 32 Gb de memoria”, lo que en matemático escribiríamos como Memoria=32 Gb, ahora buscaremos traducir expresiones del estilo ”Me gustaría que el celular tuviera a lo menos 32Gb de memoria”, ”Puedo pagar como máximo 150.000 por el celular” o ”La edad de mi tía sobrepasa a la edad de mi tío”. Para esto, seguiremos los mismos pasos que habíamos aprendido, los que resumimos a continuación:

1) Leer el ejercicio completo para contextualizarnos (saber de qué situación nos están hablando).

2) Leer el ejercicio por partes para anotar los datos del problema.

3) Determinar qué es lo que nos están preguntando, en otras palabras, cuál es nuestra incógnita. Es muy importante que le pongamos nombre a la incógnita.

En algunas ocasiones, para entender de mejor manera la situación planteada, nos puede ser útil hacer dibujos, tablas o gráficos.

4) Por último, a partir de la información de los pasos anteriores traduciremos esta a desigualdades e inecuaciones.

En este último paso, cuando nos enfrentemos a la traducción misma, una buena forma de determinar si la relación que nos dan en español corresponde a un mayor, mayor o igual, menor o menor o igual, es ponernos en estos 4 casos posibles, identificando cuál es el caso que corresponde a la expresión dada, y de esta forma, determinando cuál es la expresión matemática detrás.

Así, por ejemplo, si nos enfrentamos a un ejercicio en que nos plantean que ”Me gustaría que el celular tuviera a lo menos 32 Gb de memoria”, una forma de proceder sería la siguiente:

Primero, leemos la información completa para contextualizarnos. Segundo, anotamos los datos del problema, los que en este caso corresponden a que la Memoria, que denominaremos como M, sea al menos de 32 Gb.

Luego, ya con la mente en traducir esto al matemático, nos ponemos en las 4 situaciones posibles (mayor, mayor o igual, menor o menor o igual). Sabiendo que queremos que la memoria (M) sea de a lo menos 32 Gb, planteamos la posibilidad de que M sea menor, menor o igual, mayor o mayor o igual que 32 Gb.

i) $M < 32\,Gb$

ii) $M \leq 32\,Gb$

iii) $M > 32\,Gb$

iv) $M \geq 32\,Gb$

La idea es ponernos en los 4 casos y ver cuál corresponde a la situación del enunciado. Una buena forma de hacer esto, es elegir un número que cumpla cada una de estas 4 desigualdades. En este sentido para i) podemos elegir 20 Gb, para ii) elegimos 30 Gb, para iii) 35 Gb y para iv) 40 Gb. Así, recordando la frase que queremos traducir: ”Me gustaría que el celular tuviera a lo menos $32\,Gb$ de memoria”, vemos si los valores escogidos para los 4 casos cumplen con la afirmación de que ”el celular tenga a lo menos $32\,Gb$ de memoria”.

i) En este caso habíamos escogido $20\,Gb$, por lo que nos preguntamos, si es que quisiéramos un celular con a lo menos $32\,Gb$ de memoria, ¿nos sirve uno con $20\,Gb$? Como es posible notar, un celular con esa cantidad de memoria no nos sirve, por lo que la situación que nos plantean no puede ser traducida como $M < 32\,Gb$.

ii) De manera similar, analizamos si nos sirve un celular con $30\,Gb$ de memoria. Nuevamente, este celular no nos sirve si queremos uno con a lo menos $32\,Gb$. Por lo tanto, la relación buscada tampoco corresponde a una de menor o igual.

iii) En tercer lugar, analizamos si un celular con $35\,Gb$ nos serviría. En este caso si nos sirve, ya que un celular con $35\,Gb$ si cumple con tener a lo menos $32\,Gb$ de memoria. Por lo tanto, una posible traducción seria $M > 32\,Gb$.

iv) Eso si, aun nos falta chequear la cuarta posibilidad. En este caso queremos saber si un celular con $40\,Gb$ no serviría, lo que resulta ser afirmativo, ya que si buscamos un celular con al menos $32\,Gb$, uno que tenga $40\,Gb$ de memoria si nos sirve. Por lo tanto, una segunda posible traducción sería $M \geq 32\,Gb$.

Entonces, ¿cómo determinamos si la traducción para ”al menos $32\,Gb$ de memoria” corresponde a un mayor o un mayor o igual? Acá debemos recordar la definición de ambos, según la cual lo que los diferencia es que en el caso del mayor solo nos sirven números mayores, pero en el caso del mayor o igual nos sirven números mayores o el mismo número con el que estamos comparando.

Por lo tanto, nos preguntamos, un celular con $32\,Gb$ nos sirve si buscamos uno con ”al menos $32\,Gb$ de memoria”? Como se pueden fijar, la respuesta a esta pregunta es Sí, ya que si queremos un celular con al menos $32\,Gb$, sí nos sirve uno que tenga $32\,Gb$, por lo que sí admitimos en nuestra respuesta el mismo valor con el que estamos comparando. De esta forma, la traducción matemática para ”Me gustaría que el celular tuviera a lo menos $32\,Gb$ de memoria” corresponde a $M \geq 32\,Gb$.

Para asegurarnos de que esta técnica de traducción quedó clara, traduciremos la siguiente situación: ”La edad de mi tía sobrepasa a la edad de mi tío”. Nuevamente, lo primero que hacemos es leer la oración completa para contextualizarnos y después, nombramos las variables de interés. En este caso nombraremos *tia* a la edad de la tía y *tio* a la edad del tío. Al igual que en el ejemplo anterior, para determinar cuál de las cuatro relaciones de desigualdad corresponde a la situación planteada (menor, menor o igual, mayor o mayor o igual), plantearemos las cuatro y luego, mediante ejemplos, veremos cuál satisface lo pedido. Así, las cuatro posibilidades corresponden a:

i) $tia < tio$

ii) $tia \leq tio$

iii) $tia > tio$

iv) $tia \geq tio$

Ahora, elegimos ejemplos numéricos para cada una de las 4 situaciones, los que comprobaremos con la expresión a traducir: ”La edad de mi tía sobrepasa a la edad de mi tío”. Para el caso i) elegimos que la tía tenga 20 años y el tío 25. Para el caso ii), elegimos que la tía tenga 25 y el tío 30. Para el caso iii) que la tía tenga 25 y el tío 20. Por último, para el caso iv) elegimos que la tía tenga 45 y el tío 40. Al igual que en el ejemplo anterior, pasaremos a comprobar si cada una de estas situaciones corresponde a la frase que queremos traducir.

i) En este caso como $tia < tio$, escogimos que la tía tuviera 20 y el tío 25. La pregunta que debemos hacernos es si con estas edades se cumple la afirmación del enunciado, es decir si ”La edad de mi tía sobrepasa a la edad de mi tío". Como es posible notar, si la tía tiene 20 años y el tío tiene 25, la edad de la primera no sobrepasa a la del segundo, por lo que esta relación de desigualdad no nos sirve.

ii) En este caso como $tia \leq tio$, escogimos que la tía tuviera 25 y el tío 30. Al igual que en el caso i), si la tía tiene 25 años y el tío tiene 30, la edad de la primera no sobrepasa a la del segundo, por lo que esta relación de desigualdad no nos sirve.

iii) En este caso como $tia > tio$, escogimos que la tía tuviera 25 y el tío 20. En este caso, si la tía tiene 25 años y el tío tiene 20, la edad de la primera sí sobrepasa a la del segundo, por lo que esta relación de desigualdad sí nos sirve.

iv) Por último, en este caso como $tia \geq tio$, escogimos que la tía tuviera 45 y el tío 40. En este caso, si la tía tiene 45 años y el tío tiene 40, la edad de la primera sí sobrepasa a la del segundo, por lo que esta relación de desigualdad sí nos sirve.

Entonces, ¿cómo comprobamos si la relación que nos sirve para la afirmación "La edad de mi tía sobrepasa a la edad de mi tío" es $tia > tio$ o $tia \geq tio$? Lo hacemos recordando su definición, la que las diferencia según si la afirmación se cumple para el caso límite, el que corresponde a cuando las dos edades sean iguales.

En este sentido lo podemos comprobar poniéndonos en el caso en que la tía tuviera 20 años y el tío también tuviera 20 años. Aquí, ¿podríamos afirmar que "La edad de mi tía sobrepasa a la edad de mi tío"? Como es posible notar, si ambos tienen la misma edad, la edad de la tía no sobrepasa a la del tío, por lo que la relación de desigualdad que admite que las edades puedan ser iguales no nos sirve. De esta manera, la relación que sí nos sirve corresponde a $tia > tio$.

En resumen, para traducir de manera segura los enunciados del español al matemático, primero que nada debemos leer el enunciado completamente y anotar tanto los datos como las incógnitas. Luego, para escoger a cuál de las 4 relaciones de desigualdad se refieren con el enunciado, nos ponemos en los 4 casos. Para cada uno de ellos escogemos valores numéricos que cumplan con el caso en particular (en este último ejemplo, en nuestro caso i) $ta < to$, los valores numéricos que escojamos tienen que ser coherentes con que la edad de la tía sea menor a la del tío. Por eso escogimos 20 y 25 años respectivamente). Por último, una vez tengamos valores numéricos para los 4 casos, los contrastamos con la expresión que buscamos traducir. De esta manera, podremos determinar cuáles nos sirven y cuáles no. Por lo general, en una primera instancia llegaremos a que dos casos nos sirven, menor y menor o igual o mayor y mayor o igual. La manera de determinar cuál es el verdadero, es a partir de su definición, ya que para el mayor o igual y para el menor o igual, se incluye el caso límite en que ambas cosas que comparamos son iguales, mientras que para el caso del mayor o del menor, esto no se cumple.