

EN ESTA PRUEBA SE CONSIDERARÁ LO SIGUIENTE:

1. Las figuras que aparecen son solo indicativas.
2. Los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares, cuyo origen es el punto (0, 0).
3. El intervalo $[p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que p y menores o iguales que q ; el intervalo $]p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores o iguales que q ; el intervalo $[p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que p y menores que q ; y el intervalo $]p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores que q .
4. $\vec{V} = (a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su punto final en el punto (a, b) , a menos que se indique lo contrario. \vec{v}
5. Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras numeradas del 1 al 6 y en el experimento de lanzarlo, sus caras son equiprobables de salir.
6. En el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se puede llegar a la solución del problema.

Es así que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	\sim	es semejante con
$>$	es mayor que	\perp	es perpendicular a
\leq	es menor o igual que	\neq	es distinto
\geq	es mayor o igual que	$//$	es paralelo a
\mathbf{b}	ángulo recto	\in	pertenece a
\sphericalangle	ángulo	\overline{AB}	trazo AB
log	logaritmo en base 10	$ x $	valor absoluto de x
\emptyset	conjunto vacío	$x!$	factorial de x
\approx	es aproximado a	\cap	intersección de conjuntos
\cup	unión de conjuntos	\vec{u}	vector u
A^c	complemento del conjunto A		

1. Un analista de datos necesita respaldar un proyecto completo que ocupa un total de 4.5 Terabytes (TB) de información.

Para ello, comprará discos duros externos, cada uno con un precio unitario de \$55.000. Debido al formateo y al software que traen preinstalado, el espacio real utilizable de cada disco varía, ofreciendo entre 910 Gigabytes (GB) y 940 GB.

Si se debe comprar la mínima cantidad de discos que garantice que se podrá respaldar toda la información, ¿cuánto dinero se gastará en la compra?

(Considera que 1 TB = 1024 GB)

- A) \$275.000
- B) \$325.500
- C) \$330.000
- D) \$385.000

2. En una barra metálica rígida que se extiende desde 0 cm hasta 100 cm, se cuelgan dos objetos:

Un objeto A de 10 kg se cuelga en la marca de los 20 cm.

Un objeto B de 30 kg se cuelga en la marca de los 60 cm.

Se desea colocar un único punto de apoyo (fulcro) en una posición P entre los dos objetos para que la barra quede en perfecto equilibrio. Según el principio de la palanca, el equilibrio se logra cuando:

$$(\text{Peso de A}) \times (\text{Distancia de A al punto P}) = (\text{Peso de B}) \times (\text{Distancia de B al punto P}).$$

¿En qué marca de centímetro se debe ubicar el punto de equilibrio P?

- A) 30 cm
- B) 40 cm
- C) 45 cm
- D) 50 cm

3. Antes de 2007, los libros se identificaban con un código de 10 dígitos (ISBN-10). El último dígito es un carácter de verificación que se calcula con un algoritmo muy similar al del RUT. El algoritmo para el ISBN-10 es el siguiente:

- Se toman los primeros nueve dígitos del código.
- Se calcula una suma, multiplicando el primer dígito por 10, el segundo por 9, el tercero por 8, y así sucesivamente hasta multiplicar el noveno dígito por 2.
- Se divide la suma total por 11 y se calcula el resto n .
- El dígito verificador V se obtiene con la fórmula $(11 - n)$.
- Si el resultado es 10, el dígito verificador se anota como una X .
- Si el resultado es 11, el dígito verificador es 0.
- En cualquier otro caso, el verificador es el número resultante.
- ¿Cuál es el dígito verificador V para el libro con ISBN 84-7888-892- V ?

- A) 4
- B) 6
- C) 7
- D) X

4. La siguiente tabla muestra una estimación de los ingresos fiscales anuales de dos países, expresados en dólares estadounidenses.

País	Ingresos anuales (dólares)
País A	$4,5 \cdot 10^{12}$
País B	$8,2 \cdot 10^9$

¿Cuál de las siguientes expresiones representa correctamente la diferencia entre los ingresos del país A y el país B?

- A) $(4,5 - 8,2) \cdot 10^3$
- B) $(4,5 - 8,2) \cdot 10^{-3}$
- C) $(4,5 - 8,2 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{12}$
- D) $(8,2 - 4,5 \cdot 10^3) \cdot 10^9$

5. El precio final de un notebook en una tienda es de \$476.000, y este precio ya incluye el 19% de IVA (Impuesto al Valor Agregado). ¿Cuál era el precio del notebook *antes* de que se le aplicara el impuesto?

- A) \$400.000
- B) \$385.560
- C) \$90.440
- D) \$566.440

6. Se desea simplificar la siguiente expresión:

$$\left(\frac{16}{81}\right)^{-3/4} \cdot (3^{-2})^2 + (2 \cdot \sqrt[4]{8})^2$$

Para ello, se siguen los pasos mostrados a continuación, en los que se comete un error.

Paso 1: Se calcula $\left(\frac{16}{81}\right)^{-3/4} : \left(\frac{16}{81}\right)^{-3/4} = \left(\frac{81}{16}\right)^{3/4}$

Paso 2: Se resuelve la potencia $\left(\frac{81}{16}\right)^{3/4}$, obteniéndose $\frac{9}{4}$

Paso 3: Se calcula $(3^{-2})^2$, obteniéndose $\frac{1}{81}$, y se multiplica por $\frac{9}{4}$, dando resultado $\frac{1}{36}$

Paso 4: Se desarrolla $(2 \cdot \sqrt[4]{8})^2$, dando por resultado $8\sqrt{2}$, y se suma con $\frac{1}{36}$

¿En cuál de los pasos se cometió el error?

- A) En el paso 1
 - B) En el paso 2
 - C) En el paso 3
 - D) En el paso 4
7. Una acción en la bolsa de valores experimenta dos cambios en una semana. Primero, su valor aumenta en un 20%. Al día siguiente, el nuevo valor cae en un 25%. ¿Cuál es la variación porcentual total del valor de la acción desde su precio original al final del segundo día?
- A) Disminuyó un 10%
 - B) Disminuyó un 5%
 - C) Aumentó un 5%
 - D) No varió
8. En un estudio sobre hábitos de lectura, se determinó que el 40% de los encuestados son hombres. Del total de mujeres encuestadas, el 60% prefiere leer novelas. Si las mujeres que prefieren leer novelas son 180, ¿cuántas personas fueron encuestadas en total?
- A) 300
 - B) 450
 - C) 500
 - D) 750

9. La población de una especie de ave en peligro de extinción ha disminuido a un ritmo constante del 8% anual. En un censo realizado este año, se contaron 2.120 aves. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la población de esta ave que había hace dos años?

- A) $2.120 : 0,92^2$
- B) $2.120 \cdot 0,92^2$
- C) $2.120 : 0,08^2$
- D) $2.120 - (2.120 \cdot 0,08 \cdot 2)$

10. Si $\log 5 \approx 0,70$ y $\log 7 \approx 0,85$, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde a una aproximación de $\log_5 490$?

- A) $2 \cdot 0,85 + 1 - 0,70$
- B) $(0,85^2 + 1) : 0,70$
- C) $(0,85 + 1)^2 : 0,70$
- D) $(2 \cdot 0,85 + 1) : 0,70$

11. Dos amigos, Ana y Beto, realizan inversiones que se duplican en valor con el tiempo.

Ana invierte \$50.000 en un fondo que duplica su valor cada 8 años.

Beto invierte \$80.000 en un fondo que duplica su valor cada 12 años.

¿Cuánto dinero tendrán en total los dos amigos después de 24 años?

- A) \$130.000
- B) \$480.000
- C) \$720.000
- D) \$1.040.000

12. La acidez de una solución se mide mediante la escala de pH. El pH se relaciona con la concentración de iones de hidrógeno $[H^+]$ (en moles por litro) mediante la fórmula:

$$pH = -\log([H^+])$$

En un laboratorio se preparan dos soluciones con distintos niveles de acidez para diferentes experimentos:

Solución para Experimento 1: pH = 4,0

Solución para Experimento 2: pH = 5,5

¿Cuál es la concentración de iones de hidrógeno $[H^+]$ necesaria para la solución del Experimento 1?

- A) 10^{-4} moles/L
- B) 104 moles/L
- C) -4,0 moles/L
- D) 40 moles/L

13. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $\sqrt{2^{4n} \cdot 3^{2(n+1)} \cdot 6^2}$?

- A) $2^{2n} \cdot 3^{n+1} \cdot 6$
- B) $2^{2n+1} \cdot 3^{n+2}$
- C) $2^{2n} \cdot 3^{n+1} \cdot 2 \cdot 3$
- D) $2^{2n+1} \cdot 3^{n+1} \cdot 3$

14. La población de una ciudad, que actualmente es de 800.000 habitantes, crece a una tasa anual constante del 2%. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el aumento total de la población (el número de nuevos habitantes) después de 5 años?

- A) $800.000 \cdot (1,02)^5$
- B) $800.000 \cdot 0,02 \cdot 5$
- C) $800.000 \cdot (1,02)^5 - 1$
- D) $800.000 \cdot (0,02)^5$

15. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $(2x-y)^2 + (2x-y)(2x+y)$?

- A) $8x^2$
- B) $4x(2x - y)$
- C) $2x(4x + y)$
- D) $8x^2 - 2y^2$

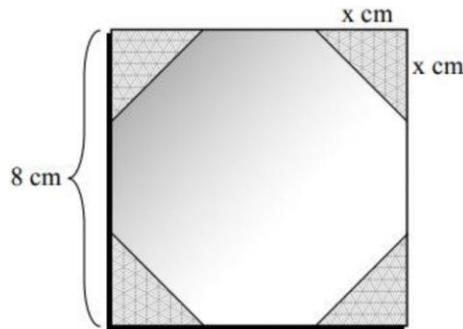
16. Las variables x , w , u , v son tales que: x es directamente proporcional a u , con constante de proporcionalidad 2, y w es inversamente proporcional a v , con constante de proporcionalidad 8. ¿Cuáles de las siguientes relaciones entre dichas variables representan este hecho?

- A) $\frac{x}{u} = 2; w \cdot v = 8$
- B) $x - u = 2; w + v = 8$
- C) $x \cdot u = 2; \frac{x}{v} = 8$
- D) $x + u = 2; w - v = 8$

17. El área de un triángulo rectángulo isósceles es $\frac{4m^2 + 12mn + 9n^2}{2}$. Si un cateto aumenta 3m unidades y el otro cateto disminuye en 2n unidades, entonces, ¿cuál es la expresión que representa el área del nuevo triángulo?

- A) $\frac{10m^2 + 11mn + 3n^2}{2}$
 B) $\frac{5m^2 + 11mn + 3n^2}{2}$
 C) $\frac{10m^2 + 5m + 6n + 3n^2}{2}$
 D) $\frac{5m^2 + 5m + 6n + 3n^2}{2}$

18. En el espejo de forma cuadrada se quiere colocar cuatro adornos con forma de triángulo isósceles congruentes entre sí en sus esquinas, tal como se representa en la siguiente figura:



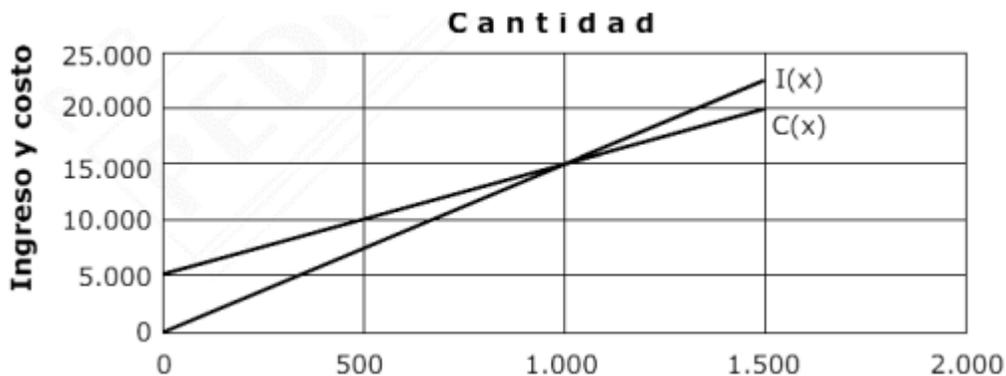
¿Cuál de las siguientes expresiones representa la nueva área del espejo?

- A) $(8 + x\sqrt{2})(8 - x\sqrt{2})$
 B) $(8 + 2x)(8 - 2x)$
 C) $2(8 - x)^2$
 D) $(8 - x)^2$

19. Para el cobro de electricidad de un sector rural se ha establecido un modelo lineal de cálculo. En este cobro se debe pagar \$ a por un cargo fijo más un monto por kWh consumido. Si por un consumo de x kWh el cobro es de \$ M , ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al monto total, en pesos, a cobrar por un consumo de z kWh?

- A) $a + \left(\frac{M}{x}\right)z$
 B) $a + \left(\frac{M - a}{z}\right)x$
 C) $a + \frac{M - az}{z}x$
 D) $a + \left(\frac{M - a}{x}\right)z$

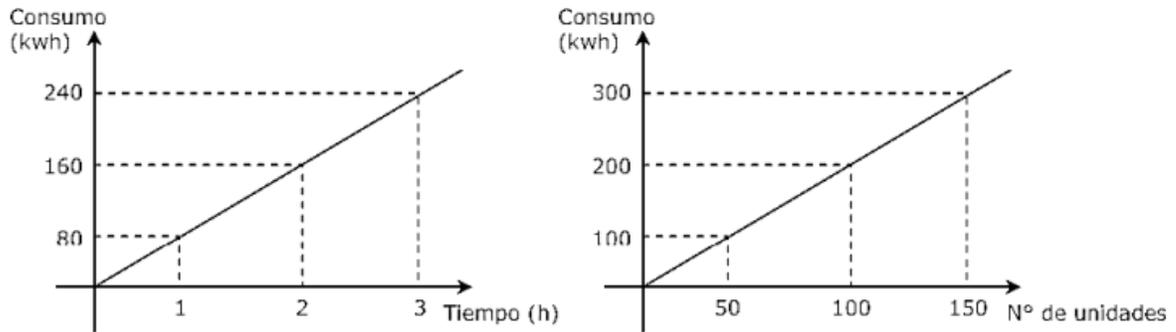
20. Las rectas de la figura adjunta son las representaciones gráficas de la función $I(x)$ ingreso mensual y la función $C(x)$ costo mensual de un producto fabricado por una industria en que x es la cantidad producida y vendida.



¿Cuál es la expresión que representa la relación entre Ingresos (I) y costos (C)?

- A) $I = 7500 + 1,5C$
 B) $I = 7500 - 1,5C$
 C) $I = 1,5C - 7500$
 D) $I = -1,5C - 7500$

21. Los siguientes gráficos muestran el consumo de energía eléctrica de una máquina usada para la producción de un determinado artículo conforme al tiempo de funcionamiento (h) y de acuerdo con el número de unidades producidas (u)



¿Cuál de las siguientes expresiones muestra una correcta relación entre el tiempo de producción h y el número u de unidades producidas?

- A) $h = \frac{50 \cdot 80 \cdot u}{100}$
- B) $h = \frac{50 \cdot u}{100 \cdot 80}$
- C) $h = \frac{80 \cdot u}{100 \cdot 50}$
- D) $h = \frac{50 \cdot 80}{100 \cdot u}$
22. Dado el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -6 - \beta y = 4 \end{cases}$, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?
- A) Si $\beta = -9$, el sistema tiene infinitas soluciones.
- B) Si $\beta = 9$, el sistema tiene solución única.
- C) Si $\beta = 9$, sistema no tiene solución.
- D) Si $\beta = -9$, la solución del sistema es $\left(\frac{8}{9}, \frac{4}{3}\right)$

23. Un grupo de 4 amigos deciden ir a un local de comida rápida y comprar una promo, para ello cada uno decide pagar $\$x$, lo que lograba costear la promo y $\$P$ de propina. Para hacer el pago más rápido deciden pasarle todo el dinero a uno de ellos, el problema es que a este se le pierde el dinero y una pareja lo encuentra. Para festejar, la pareja decide comprar la misma promo y además 4 tragos de $\$1,5x$, pagando un total de $\$q$. ¿Cuánto cuesta la promo?

A) $\frac{p + q}{5}$

B) $\frac{p - q}{5}$

C) $\frac{2q - 3p}{5}$

D) $\frac{2q + p}{5}$

24. Si a , b , c y d son números reales distintos de cero, donde $a = c = \frac{d}{b}$, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones tiene infinitas soluciones?

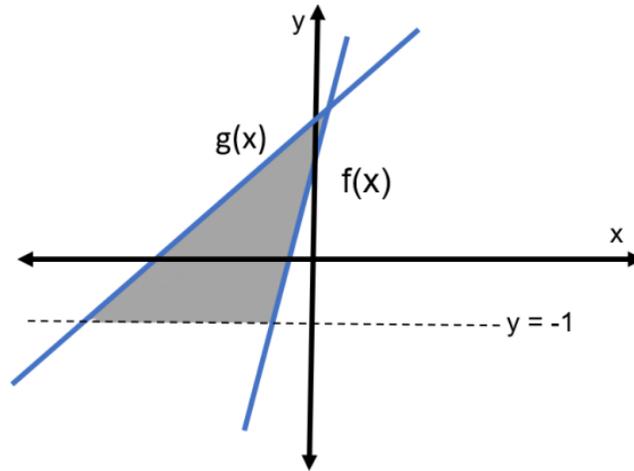
A) $\left. \begin{array}{l} ax + by = 1 \\ x + dy = c \end{array} \right\}$

B) $\left. \begin{array}{l} bx + dy = 1 \\ ax + cy = 0 \end{array} \right\}$

C) $\left. \begin{array}{l} ax + cy = b \\ x + y = d \end{array} \right\}$

D) $\left. \begin{array}{l} x + by = 1 \\ ax + dy = c \end{array} \right\}$

25. Considerando las funciones f y g definidas por $f(x) = 5x + 3$ y $g(x) = x + 4$, ambas con dominio el conjunto de los números reales. En la figura adjunta se representan las gráficas f y g .



¿Cuál es la altura del triángulo que se forma entre las gráficas de f , g y la base que coincide con la recta $y = -1$, en unidades métricas?

- A) $\frac{17}{3}$
- B) $\frac{17}{4}$
- C) $\frac{17}{5}$
- D) $\frac{21}{4}$

26. En fisiología del sistema cardiovascular, se puede utilizar la siguiente fórmula para calcular la diferencia de presiones entre 2 extremos de determinada arteria (en la fórmula expresada como tubería).

Fórmula

$$\Delta p = \frac{8\mu LQ}{\pi R^4}$$

Δp = diferencia de presión entre los dos extremos

μ = viscosidad dinámica

L = longitud de la tubería

Q = caudal volumétrico

π = pi

R = radio de la tubería

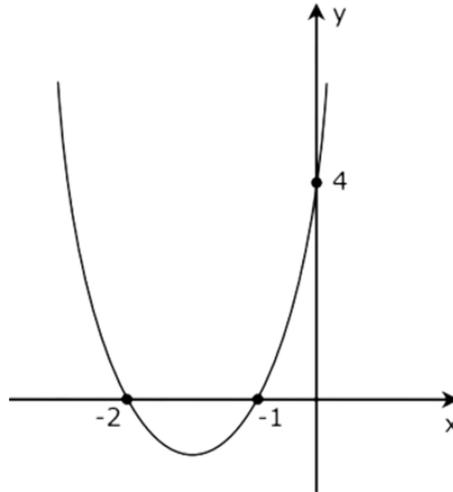
Si se sabe que determinado medicamento aumenta el diámetro de la arteriola aferente del túbulo renal en un 10%, sin afectar a las otras variables de la ecuación, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) La presión disminuirá, dividiendo por 4,4 a la presión original.
 - B) La presión disminuirá, dividiendo por 1,4641 a la presión original.
 - C) La presión aumentará, dividiendo por 0,6561 a la presión original.
 - D) La presión aumentará, dividiendo por 0,36 a la presión original.
27. Considera la función f con dominio el conjunto de los números reales distintos de 0 y -1, definida por $f(x) = x + 1$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera, respecto al valor del producto

$$P = \frac{1}{f(x)} \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)?$$

- A) P es igual al opuesto de x .
- B) P es igual al recíproco de x .
- C) P es igual al cuadrado de x .
- D) P es igual al cuadrado de x .
- E) P es igual al doble de x .

28. La parábola de la figura adjunta es la representación gráfica de la función f , cuyo dominio es el conjunto de los números reales.



¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a $f(x)$?

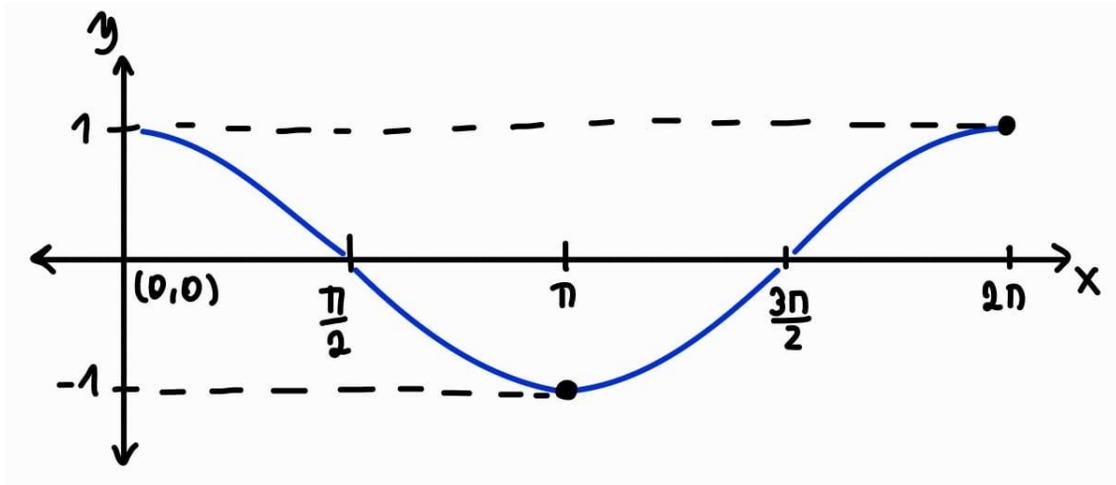
- A) $2x^2 - 6x + 4$
 - B) $2x^2 + 6x + 4$
 - C) $2x^2 + 3x + 4$
 - D) $x^2 + 3x + 2$
29. Sean $\log 2 = m$, $\log 3 = n$ y $\log 5 = p$. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $\log\left(\frac{72^2 \cdot \sqrt{5}}{8 \cdot 3^3}\right)$?
- A) $4m - 2n + 1/2p$
 - B) $m + n/2 + 1/2p$
 - C) $m - n + 1/2p$
 - D) $3m + n + 1/2p$
30. Un tratamiento experimental reduce la cantidad de un cierto virus a un cuarto de su cantidad cada 3 horas. Si al momento de comenzar el tratamiento hay una población viral de V_0 , ¿cuál es la expresión que representa la cantidad de virus después de t horas, siendo t un múltiplo de 1.5?
- a. $V_0 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{t}{3}}$
 - b. $V_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2t}{1.5}}$
 - c. $V_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1.5}}$
 - d. $V_0 \cdot \left(2^{-2}\right)^{\frac{-t}{3}}$

31. Una bacteria se reproduce de forma exponencial según la función: $P(t) = P_0 \cdot 10^{kt}$ donde: P_0 es la población inicial, $k > 0$ es una constante de crecimiento y t es el tiempo en horas. Se observa que después de 4 horas, la población se triplica.

¿Cuál es la expresión que permite calcular el tiempo que debe pasar para que la población sea 15 veces mayor que la original?

- A) $4 \log 5$
- B) $\frac{\log 15}{4 \log 3}$
- C) $4 \left(\frac{\log 5}{\log 3} + 1 \right)$
- D) $4 \log (15 - 3)$

32. La siguiente figura muestra el gráfico de una función trigonométrica $f(x)$ definida en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$:

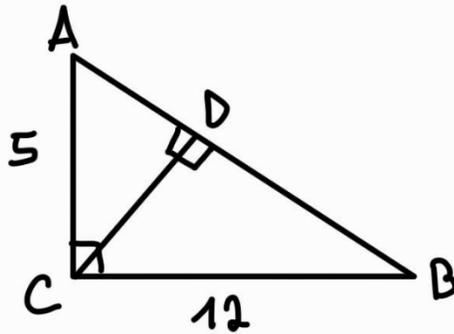


Según el gráfico, ¿cuál es la expresión algebraica más probable de la función $f(x)$?

- A) $f(x) = \cos(x)$
- B) $f(x) = -\cos(x)$
- C) $f(x) = \sin(x)$
- D) $f(x) = -\sin(x)$
- E) $f(x) = \cos(x + \pi)$

33. Considerando el triángulo rectángulo ABC de la siguiente figura adjunta, al que se ha trazado su altura \overline{CD} .

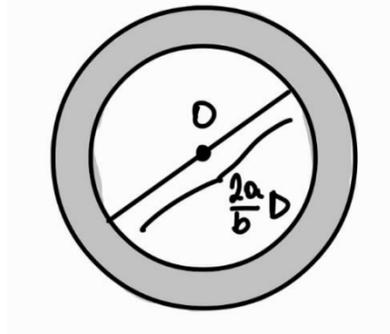
¿Cuál es el valor de la altura?



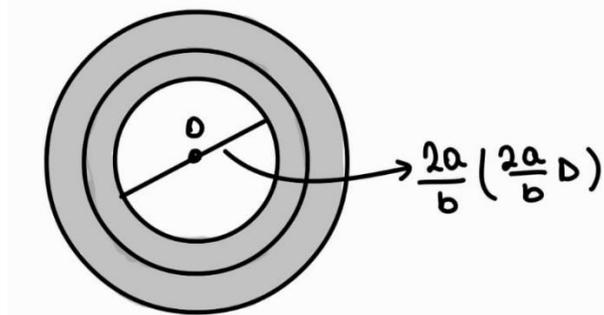
- A) $\frac{60}{13}$
- B) $\frac{13}{2}$
- C) 12
- D) 13

34. Sobre un círculo de diámetro D cm y centro O , se dibuja otro círculo de centro O cuyo diámetro es $\frac{2a}{b}$ del diámetro anterior, con a y b números enteros positivos.

Luego se pinta de color gris la superficie delimitada por los contornos de estos círculos, tal como se representa en la siguiente imagen:



Luego sobre la figura, se dibuja otro círculo de centro O cuyo diámetro es $\frac{2a}{b}$ del diámetro del último círculo dibujado y se pinta la superficie delimitada por los contornos de estos círculos, tal como se representa a continuación:



Si se repite siete veces el proceso de pintar la superficie delimitada entre los círculos, ¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados de la última superficie pintada?

- A) $D^2\pi \left(\left(\frac{a}{b}\right)^{12} - \left(\frac{a}{b}\right)^{14} \right)$
 B) $D^2\pi \left(\left(\frac{2a}{b}\right)^{12} - \left(\frac{2a}{b}\right)^{14} \right)$
 C) $D^2\pi \left(\left(\frac{a}{b}\right)^{14} - \left(\frac{a}{b}\right)^{12} \right)$
 D) $D^2\pi \left(\left(\frac{2a}{b}\right)^{14} - \left(\frac{2a}{b}\right)^{12} \right)$

35. Ignacio compró una lámpara decorativa con forma de triángulo equilátero regular, el cual está inscrito en una base circular de vidrio de 30 cm de diámetro, como se muestra en la figura.



Para que la lámpara tenga una estética uniforme, Ignacio desea cubrir con pintura opaca solo las partes visibles del círculo.

¿Cuál es el área que debe pintar Ignacio, en cm^2 ?

- A) $225\pi - \frac{225\sqrt{3}}{4}$
- B) $225\pi - \frac{225\sqrt{3}}{2}$
- C) $225\pi - \frac{675\sqrt{3}}{4}$
- D) $225\pi - \frac{675\sqrt{3}}{2}$
36. Se colocan 64 cubos de hielo en un recipiente cúbico de arista interior $6a$ cm. Cada cubo de hielo tiene una diagonal espacial de $a\sqrt{3}$ cm. Se sabe que cuando el agua se congela, su volumen aumenta en un 20%. Si se considera que no se evapora agua en el proceso, ¿a qué altura del recipiente, en centímetros, llega el agua una vez que los hielos se derriten?

- A) $\frac{64a}{27}$
- B) $\frac{64a}{36}$
- C) $\frac{40a}{27}$
- D) $\frac{64a^2}{36}$

37. Victoria tiene un círculo de área 400π cm. Dado este círculo su profesor le pide encontrar un vector que tenga una magnitud que represente el perímetro del círculo de Victoria, en un plano donde cada unidad representa π cm.

¿Cuál de los siguientes vectores cumple con lo pedido por el profesor?

- A) $(-1, 0)$
- B) $(0, 3.14)$
- C) $(20, -20)$
- D) $(20\sqrt{2}, 20\sqrt{2})$

38. Se tiene un triángulo rectángulo $\triangle ABC$, con ángulo recto en el vértice B. Se sabe que: El vértice B tiene coordenadas $(4,2)$. El vértice A se encuentra en el eje de las abscisas, y el vértice C se encuentra en el eje de las ordenadas, formando el ángulo recto en B. Los catetos AB y BC tienen longitudes tales que $AB:BC=3:4$ y que el área del triángulo es $30u^2$

Se rota el triángulo 90° en sentido antihorario respecto del punto B.

¿Cuál es el nuevo vector que representa la posición del vértice A tras la rotación?

- A) $(2, 2 + \sqrt{41})$
- B) $(6, 2 - \sqrt{41})$
- C) $(0, 4 - \sqrt{41})$
- D) $(4 - 4\sqrt{5}, -2)$

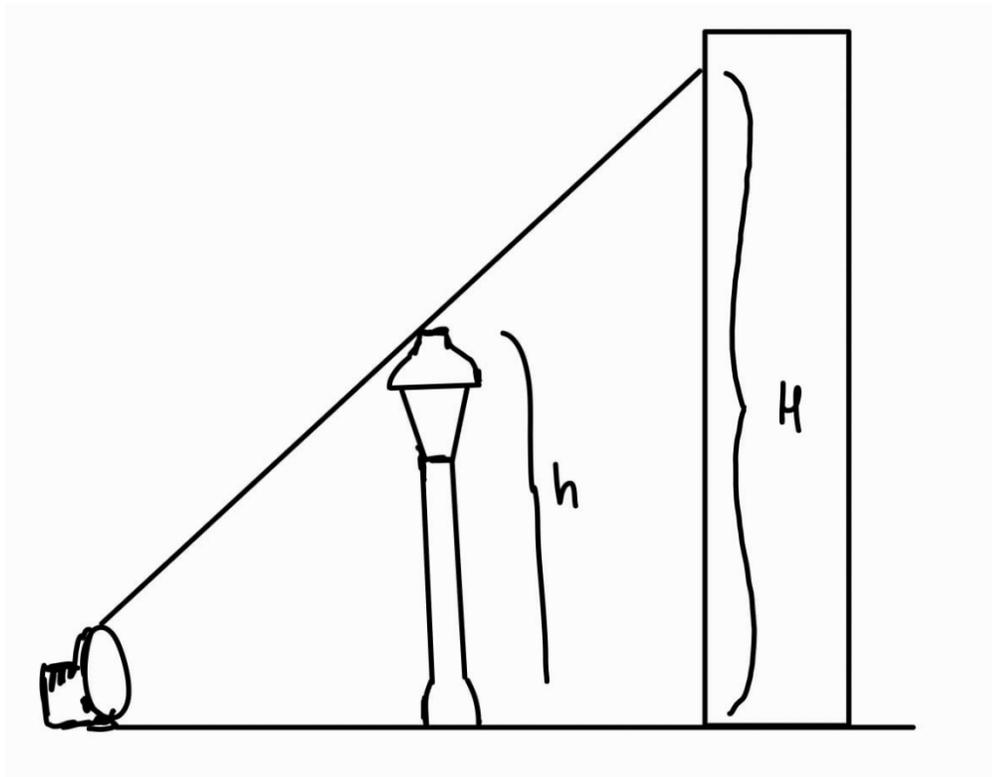
39. Se dibuja un cuadrado en el segundo cuadrante del plano cartesiano. Si a este cuadrado se le aplica una homotecia de razón $-k$ con centro en el origen, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir con certeza sobre el cuadrado homotético?

- A) Cuando $k = \frac{1}{2}$, su área es el doble de la del cuadrado original
- B) Cuando $k > 1$, el cuadrado homotético se ubica en el segundo cuadrante
- C) Cuando $0 < k < 1$, su perímetro es menor que el del cuadrado original
- D) Cuando $k = 0$, el cuadrado homotético se refleja respecto del origen

40. Un farol de parque proyecta su sombra en una muralla cuando es iluminado por un foco lejano. La relación de homotecia entre la altura del farol h y la altura de su sombra en la muralla H se modela mediante la expresión:

$$H = k \cdot h$$

Donde k es la razón de homotecia, como se muestra en la figura adjunta.



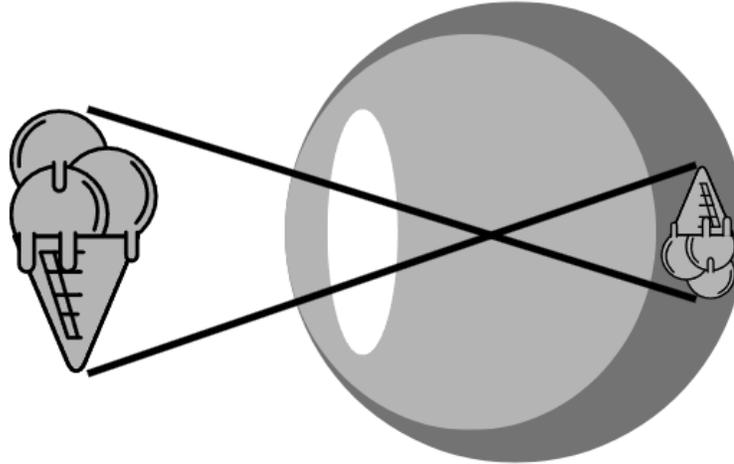
Si la razón de homotecia es $k=3,2$ y la sombra del farol en la muralla mide 640cm, ¿cuál es la altura del farol?

- A) 200 cm
- B) 205 cm
- C) 250 cm
- D) 280 cm

41. Un objeto y su imagen formada en el ojo humano se pueden modelar mediante una homotecia, según la relación:

$$I = k \cdot O$$

Donde I es el tamaño de la imagen proyectada sobre el sensor, O es el tamaño real del objeto fotografiado, k es la razón de homotecia.



Se sabe que la distancia entre el lente de la cámara (centro de homotecia) y el sensor es de 3,6 cm. Si un objeto de 1,2 m de altura se encuentra a 12 m de distancia del lente, ¿cuál será el tamaño de la imagen proyectada en el sensor, en milímetros?

- A) 0,36 mm
- B) 3,6 mm
- C) 36 mm
- D) 360 mm

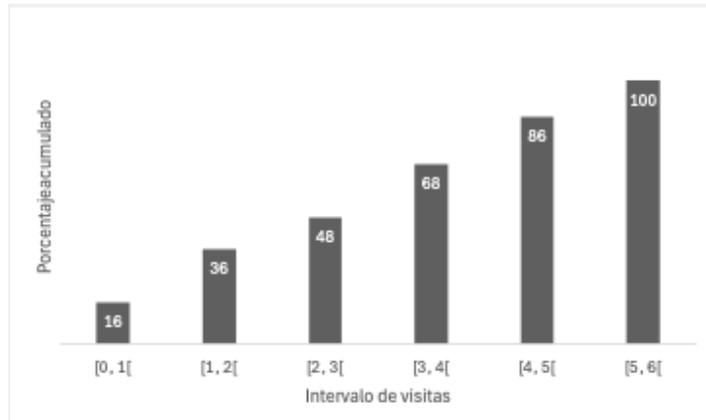
42. Tres figuras planas son homotéticas entre sí, de manera sucesiva. La figura original tiene un área de $A \text{ cm}^2$.

La primera transformación es una homotecia de razón $k_1 = -2$. La segunda transformación se aplica sobre la imagen anterior, con una razón $k_2 = 1/2$. Finalmente, se aplica una tercera homotecia con razón $k_3 = -3$.

¿Cuál es el área de la figura final en términos de A ?

- A) $3A$
- B) $9A$
- C) $9A^2$
- D) $9A \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$

43. En el siguiente histograma se representan los resultados de una encuesta realizada a 500 personas sobre cuántas veces van al gimnasio en una semana.



¿Cuál de las siguientes tablas de frecuencia representa correctamente los resultados de la encuesta?

A)

Visitas al gimnasio (veces por semana)	Cantidad de personas
[0, 1[50
[1, 2[100
[2, 3[80
[3, 4[100
[4, 5[90
[5, 6	80

B)

Visitas al gimnasio (veces por semana)	Cantidad de personas
[0, 1[80
[1, 2[80
[2, 3[40
[3, 4[100
[4, 5[100
[5, 6	100

C)

Visitas al gimnasio (veces por semana)	Cantidad de personas
[0, 1[100
[1, 2[200
[2, 3[300
[3, 4[400
[4, 5[450
[5, 6	500

D)

Visitas al gimnasio (veces por semana)	Cantidad de personas
[0, 1[80
[1, 2[100
[2, 3[60
[3, 4[100
[4, 5[90
[5, 6[70

44. La empresa de logística "Rápido Andino" calcula el costo de envío de paquetes dentro de la Región Metropolitana basándose en el peso del paquete. La meta de eficiencia de la empresa es mantener los envíos por debajo de los 10 kg.

El sistema de cálculo de costos (C) en pesos chilenos, según el peso del paquete (k) en kilogramos, se describe a continuación:

- Para paquetes de hasta 10 kg inclusive, el costo se calcula con un cargo fijo de \$2.000 más \$300 por cada kilogramo.
- Para paquetes de más de 10 kg, la empresa busca desincentivar el sobrepeso. El costo se calcula con un cargo base de \$5.000 más \$500 por cada kilogramo que exceda los 10 kg iniciales.

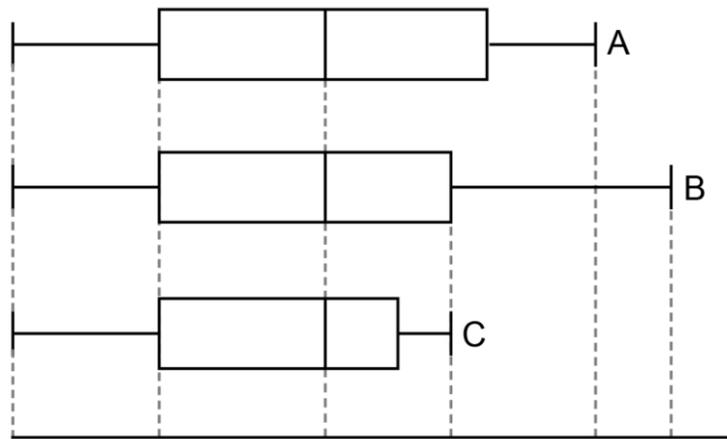
En una oficina se preparan dos envíos importantes:

1. Un paquete con documentos, cuyo peso equivale al 50% de la meta de eficiencia.
2. Un paquete con repuestos, cuyo peso equivale al 140% de la meta de eficiencia.

¿Cuál es la diferencia de costo de envío entre el paquete de repuestos y el de documentos?

- a. \$2.700
- b. \$3.500
- c. \$4.500
- d. \$8.500

45. En la siguiente figura se presentan los diagramas de cajón de una característica para tres grupos de datos, A, B y C.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe de la manera más precisa y completa una conclusión fundamental sobre la distribución de los datos del grupo B en comparación con los del grupo A?

- A) El grupo B tiene menor variabilidad total que el grupo A, lo cual se evidencia en que su mediana es más alta.
 - B) Como el 50% de los datos del grupo B está por encima de la mediana del grupo A, se puede concluir que todos los valores de B son, en general, más altos que los de A.
 - C) En el grupo B, los datos son simétricos, ya que la caja (RIC) ocupa una posición más central en el rango total de los datos en comparación con el grupo A.
 - D) La distribución del grupo B muestra una asimetría negativa (cola a la izquierda), mientras que la del grupo A es fundamentalmente simétrica.
46. Se tiene un conjunto de cuatro datos: $\{2, 6, p, q\}$. Se sabe que su promedio es 5. ¿Cuál de las siguientes condiciones permite asegurar que la varianza de los datos es menor que 7?

- A) $p = q$
- B) $p + q > 10$
- C) $p + q = 12$
- D) $q > p$
- E) $p > q$

47. Javiera inicia un desafío de ahorro durante 80 semanas consecutivas para prepararse para las Fiestas Patrias del próximo año. Su plan consiste en que cada semana “n” (desde $n=1$ hasta $n=80$), ella ahorra una cantidad de $500n$ pesos.

Si se elige una de las 80 semanas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que en esa semana el ahorro de Javiera haya sido de \$18.000 o más?

A) $\frac{35}{80}$

B) $\frac{36}{80}$

C) $\frac{44}{80}$

D) $\frac{45}{80}$

48. Una empresa está organizando su seminario anual de innovación. Hay 5 expositores en total, de los cuales 3 pertenecen al área de Marketing y 2 pertenecen al área de Tecnología.

Para la agenda del día, se debe definir el orden de las 5 presentaciones. La directora del proyecto pide que, por estrategia de contenido, el cronograma debe comenzar con un expositor del área de Tecnología y terminar con uno del área de Marketing.

Si el orden de los expositores se decide completamente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que se cumpla la condición de la directora?

A) $\frac{1}{10}$

B) $\frac{3}{10}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{20}$

49. Una gerenta debe seleccionar un equipo de 3 personas para liderar un nuevo proyecto. La selección se hará al azar de un grupo de 8 empleados talentosos del departamento de desarrollo. Para este proyecto, el orden en que los empleados son seleccionados no es relevante, solo el grupo final de tres personas.

Ana, Beto y Carla son tres empleados del departamento que son muy amigos y esperan ser elegidos para trabajar juntos en el equipo.

Si la gerenta elige al equipo de 3 personas completamente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el equipo esté formado exactamente por Ana, Beto y Carla?

A) $\frac{1}{8 \cdot 8 \cdot 8}$

B) $\frac{1}{8 \cdot 7 \cdot 6}$

C) $\frac{3}{8 \cdot 7 \cdot 6}$

D) $\frac{6}{8 \cdot 7 \cdot 6}$

50. En una cafetería, se realizó una encuesta entre los clientes sobre sus preferencias de bebidas calientes: café y té. Todos los clientes encuestados consumen al menos una de estas dos bebidas. Los resultados de la encuesta mostraron lo siguiente:

- La probabilidad de que un cliente elegido al azar consuma tanto café como té es 0.25.
- La probabilidad de que un cliente elegido al azar consuma solo té es 0.30.

Si se selecciona al azar a un cliente de este grupo, ¿cuál es la probabilidad de que consuma café dado que consume té?

A) $\frac{5}{11}$

B) $\frac{5}{13}$

C) $\frac{2}{15}$

D) $\frac{7}{15}$

51. Se realizó una encuesta a un grupo de 150 personas, compuesto por 90 jóvenes y 60 adultos, para conocer sus preferencias de mascotas. Se les pidió elegir si preferían a los perros o a los gatos como mascota principal, y todos debían seleccionar solo una de las dos opciones.

Los resultados del estudio arrojaron que:

- De los 90 jóvenes, 60 indicaron preferir a los perros.
- Del total de 150 encuestados, 100 personas declararon preferir a los perros.

Si se selecciona una persona al azar del grupo, ¿cuál es la probabilidad de que sea joven dado que prefiere a los perros?

- A) $\frac{60}{150}$
- B) $\frac{60}{90}$
- C) $\frac{60}{100}$
- D) $\frac{90}{100}$

52. Considere la expresión $x = a^2 + b^2$. Se puede determinar el valor numérico de x , si se conoce el valor de:

- (1) $a + b$
- (2) $a - b$

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

53. Para dos números reales x e y , con $x + y \neq 0$, considera la siguiente expresión:

$$a = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x + y}$$

Se puede determinar el valor numérico de a , si se sabe que:

(1) $x - y = 5$

(2) $x + y = 10$

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

54. Considere un triángulo rectángulo. Se puede determinar el valor de su área, si se conoce:

(1) La medida de sus catetos es 8 cm y 15 cm

(2) La medida de su hipotenusa es 17 cm y su perímetro es 40 cm.

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

55. En una urna hay 12 bolitas de tres colores: rojas, azules y verdes. Se puede determinar la probabilidad de que, al sacar dos bolitas sin reposición, estas sean de distinto color, si se sabe que:

(1) La probabilidad de que al sacar una bolita esta no sea verde es $\frac{2}{3}$

(2) El número de bolitas verdes es igual al número de bolitas que no son verdes

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional