

COMPETENCIA MATEMÁTICA 2

5° JORNADA DE ENSAYOS

09 de noviembre 2024



1. Esta prueba contiene 55 preguntas, 50 de las cuales serán consideradas para el cálculo del puntaje final de la prueba. Hay preguntas de 4 opciones de respuesta (A, B, C y D) y de 5 opciones (A, B, C, D y E). En ambos casos, **solo una de las opciones es correcta.**
2. **Dispones de 2 horas y 20 minutos para responder las 55 preguntas.** Este tiempo comienza después de la lectura de las instrucciones, una vez contestadas las dudas y completados los datos de la hoja de respuestas.
3. Las respuestas a las preguntas **se marcan en la hoja de respuestas** que se te entregó. Marca tu respuesta en la fila de celdillas que corresponda al número de la pregunta que estás contestando. **Ennegrece completamente la celdilla**, tratando de no salirte de sus márgenes. Hazlo **exclusivamente** con lápiz de grafito N°2 o portaminas HB.
4. **No se descuenta puntaje por respuestas erradas.**
5. Contesta directamente en la hoja de respuesta. Puedes usar este folleto como borrador, pero deberás traspasar tus respuestas a la hoja de respuestas. Ten presente que para la evaluación se **considerarán exclusivamente las respuestas marcadas en dicha hoja.**
6. **Cuida la hoja de respuestas.** No la dobles. No la manipules innecesariamente. Escribe en ella solo los datos pedidos y las respuestas. Evita borrar para no deteriorarla. Si lo haces, límpiala de los residuos de goma.
7. Es **obligatorio devolver la hoja de respuestas** antes de abandonar la sala.
8. Recuerda que **está prohibido** el uso de teléfono celular, calculadora o cualquier otro dispositivo electrónico durante la rendición de la prueba.
9. Finalmente, anota tu número de Cédula de Identidad (o Pasaporte) en los casilleros que se encuentran en la parte inferior de este folleto.

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	-	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	---	----------------------

Número de cédula de identidad (o pasaporte)

Firma

EN ESTA PRUEBA SE CONSIDERARÁ LO SIGUIENTE:

1. Las figuras que aparecen son solo indicativas.
2. Los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares, cuyo origen es el punto (0, 0).
3. El intervalo $[p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que p y menores o iguales que q ; el intervalo $]p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores o iguales que q ; el intervalo $[p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que p y menores que q ; y el intervalo $]p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores que q .
4. $\vec{V} = (a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su punto final en el punto (a, b) , a menos que se indique lo contrario.
5. Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras numeradas del 1 al 6 y en el experimento de lanzarlo, sus caras son equiprobables de salir.
6. En el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se puede llegar a la solución del problema.

Es así que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	\sim	es semejante con
$>$	es mayor que	\perp	es perpendicular a
\leq	es menor o igual que	\neq	es distinto
\geq	es mayor o igual que	$//$	es paralelo a
\sphericalangle	ángulo recto	\in	pertenece a
\sphericalangle	ángulo	\overline{AB}	trazo AB
log	logaritmo en base 10	$ x $	valor absoluto de x
\emptyset	conjunto vacío	$x!$	factorial de x
\approx	es aproximado a	\cap	intersección de conjuntos
\cup	unión de conjuntos	\vec{u}	vector u
A^c	complemento del conjunto A		

1. En una progresión geométrica, la suma de los primeros N términos está dada por la fórmula:

$$S = \frac{a(1 - r^N)}{1 - r}$$

donde a es el primer término y r es la razón común, $r \neq 1$

Considere las 2 siguientes progresiones geométricas:

- **Primera progresión:** el primer término es 3 y la razón común es 2.
- **Segunda progresión:** el primer término es 1 y la razón común es 2.

Calcula la razón entre la suma de los primeros 3 términos de la primera progresión y la suma de los 2 primeros términos de la segunda progresión.

- A) 3
- B) 5
- C) 7
- D) 9

2. Josefina decide regalar su colección de monedas antiguas a sus 4 hijos a lo que decide que cada 2 meses regalará la quinta parte de las monedas que tenga repartiéndola entre sus hijos, de forma equitativa, o no equitativa. ¿Cuántas monedas deberá tener originalmente Josefina para que a la tercera repartición le queden 128 monedas?

- A) 200 monedas.
- B) 250 monedas.
- C) 1600 monedas.
- D) 3200 monedas.

3. Si $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{1010}$, $b = (32^{-5})^{101}$ y $c = \frac{2^{-300}}{8^{600}}$, ¿cuál de las siguientes igualdades es correcta?

- A) $a < b \leq c$
- B) $a = b < c$
- C) $c < a = b$
- D) $a < c \leq b$
- E) $b < c < a$

4. Si p es un número primo, a y b son números enteros mayores que 1, tal que $a < b$, ¿cuál de las siguientes condiciones permite que la expresión $(\sqrt[a]{p})^b$ **siempre** corresponde a un número irracional?

- A) a y b son números impares.
- B) b es el doble de a .
- C) a es un número impar y b es un número par.
- D) a es un factor de b .
- E) a y b son números consecutivos.

5. Si $p = 4\sqrt{3}$, $q = 10\sqrt{4}$ y $s = \left(\frac{q}{p}\right)^2$, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A) $p < q < s$
- B) $p - s < s - q$
- C) $q - p < s$
- D) $\frac{p}{2} - \frac{q}{3} < s$
- E) $\frac{1}{p} < \frac{1}{q} < \frac{1}{s}$

6. En todo el tiempo que lleva en el preu, el profe Jose siempre ha querido hacer un ejercicio, pero nunca encontró la oportunidad, hasta el día de hoy, que probablemente sea uno de los últimos ensayos en donde haga preguntas.

Se acuerda de Sixto, un profesor que tenía en su liceo y que siempre realizaba un ejercicio, para explicar propiedades de raíces y elementos de álgebra, el cual consiste en factorizar y resolver una raíz, en el cual se cometía un error, o no, dependiendo de lo que se quería explicar.

Se pide resolver la siguiente raíz en 4 pasos:

Paso 1: $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

Paso 2: $\sqrt{3 + 1 - 2\sqrt{3}}$

Paso 3: $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})(-1) + (-1)^2}$

Paso 4: $\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}$

$\sqrt{3} - 1$

¿En cuál de los pasos se comete un error?

- A) Paso 1.
- B) Paso 2.
- C) Paso 3.
- D) Paso 4.
- E) No se cometió ningún error

7. El pH es una escala de acidez que se calcula como el opuesto del logaritmo de base 10 de la cantidad de iones de hidrógeno $[H^+]$. A continuación, se expresa la fórmula para determinar el valor del pH:

$$pH = -\log[H^+]$$

En el cuerpo humano, los valores de pH para un individuo sano son los siguientes:

Sustancia	Niveles de pH
Orina	4,5 – 8
Sangre	7,35 – 7,45
Saliva	7 – 7,4

Dos personas deciden realizarse un chequeo de salud, para esto el médico les solicitó realizarse unos exámenes en un laboratorio clínico, el cual entregó los siguientes resultados.

Persona 1	Cantidad de iones de hidrógeno $[H^+]$
Orina	$\frac{1,0001}{100} \cdot 10^{-2}$
Sangre	10^{-7}
Saliva	$0,00000015 \cdot 0,6$

Persona 2	Cantidad de iones de hidrógeno $[H^+]$
Orina	$\left(\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^3$
Sangre	$10^{-\frac{67}{9}}$
Saliva	$\frac{10^{-3}}{10^{\frac{38}{9}}}$

De acuerdo a lo anterior, es correcto afirmar que:

- A) Ambas personas se encuentran sanas.
- B) Los resultados del examen de la persona 1 están alterados.
- C) Los resultados del examen de la persona 2 están alterados.
- D) Por el resultado de los exámenes ambas personas necesitan tratamiento médico.

8. Si P, Q y R son tres números reales cuyos valores son $2\sqrt{7}$, $3\sqrt{3}$ y $\sqrt{20}$, respectivamente, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) $P < Q < R$
- B) $(P - 1)^2 = Q^2$
- C) $R + \sqrt{7} = Q$
- D) $\frac{P}{3} < \frac{R}{2}$

9. $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{1 + \sqrt{2}} - \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$:

- A) $-\sqrt{2}$
- B) $-\frac{1}{2}$
- C) 0
- D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- E) 2

10. Si $\log_c x = 6$ y $\log_c y = 4$, entonces $\sqrt{\frac{x}{y}}$

- A) $\sqrt{\frac{3}{2}}$
- B) \sqrt{c}
- C) $2\sqrt{c}$
- D) $\sqrt{\frac{3c}{2}}$
- E) c

11. ¿Cuál es el valor de $\log 8 + \log \sqrt{25} - \log \sqrt{20}$?

- A) 1
- B) $\log (8 + \sqrt{73})$
- C) $\log (8 + \sqrt{25} - \sqrt{20})$
- D) $\log (4\sqrt{5})$
- E) $\frac{1}{2} \log (20)$

12. En el siglo XIX Charles Babbage considerado el “padre de los computadores modernos” construyó tablas como la adjunta:

x	log x
2	0,30
3	0,47
4	0,60
5	0,70
...	...

Usando esta tabla, ¿qué valor se obtiene para $\log 450$?

- A) 2,64
- B) 2,54
- C) 2,44
- D) 2,34

13. Una persona decide invertir en dos depósitos a plazo fijo, los cuales retirará el 1 de diciembre del año en curso, sin realizar depósitos ni retiros adicionales durante el periodo de inversión.

El primero de agosto invierte \$150.000 y el primero de octubre invierte \$220.000 correspondientes al primer y segundo depósito respectivamente, ambos depósitos consideran un interés compuesto mensual del 1,2%.

¿Cuál de las siguientes expresiones representa la cantidad total de dinero que retirará la persona?

- A) $10^4 \cdot (1,012)^3 \cdot (15 \cdot (1,012)^2 + 22)$
- B) $10^4 \cdot (1,012)^3 \cdot (15 \cdot (1,012) + 22)$
- C) $10^4 \cdot (1,012)^2 \cdot (15 \cdot (1,012)^2 + 22)$
- D) $10^4 \cdot (0,988)^3 \cdot (15 \cdot (0,988)^2 + 22)$
- E) $10^4 \cdot (1,012)^2 \cdot (15 \cdot (1,012)^3 + 22)$

14. Se tienen 3 tazas iguales, a las cuales se le vertió todo el café contenido en un termo, ocupando solo el 25% de una taza. ¿En qué porcentaje se debe aumentar la cantidad de café que hay en el termo para llenar completamente cada taza?

- A) 400%
- B) 800%
- C) 1200%
- D) 1600%

15. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $(x - y)^2 - (x^2 - y^2) + xy$?

- A) $2y(y - 3x)$
- B) $x(2x - y)$
- C) $y(2y - x)$
- D) $2y^2 + 3xy$
- E) $-xy$

16. Siendo $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 + ax + b)$, para todo x real, los valores de a y b , son respectivamente,

- A) -1 y -1
- B) 0 y 0
- C) 1 y 1
- D) 1 y -1
- E) -1 y 1

17. Considera que el peso corregido depende del peso ideal (y) y del peso real (x) de una persona, de la siguiente forma:

$$\text{Peso corregido} = y + (x - y) \cdot 0,25$$

¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular el peso corregido de cualquier persona cuyo peso real excede en un 80% su peso ideal?

- A) $1,2y$
- B) $1,8y$
- C) $0,4x$
- D) $0,8x$

18. Un ciclista recorre una distancia de 600 km en un tiempo total de 12 horas. El recorrido está dividido en tres segmentos. El primero y el último segmento son por un camino plano, con distancias de 200 km y 180 km, respectivamente, y ambos recorridos a una velocidad constante de 60 km/h.

¿Cuál de las siguientes expresiones representa la velocidad media del ciclista en el segundo segmento del recorrido, en km/h?

A) $\frac{60 \cdot 200 - 180}{12 - \frac{180}{60}}$

B) $\frac{12 - \frac{60 \cdot 200}{60}}{200 - \frac{180}{12}}$

C) $\frac{600 - 200 - 180}{12 - \frac{200}{60} - \frac{180}{60}}$

D) $\frac{12 - 60 \cdot 200}{60 \cdot 180}$

19. En una fábrica de muebles se debe construir un mesón de 3m de ancho y cuyo perímetro debe medir a lo más 20m y a lo menos 15m. ¿Cuál de los siguientes intervalos contiene todos los valores que puede tomar el largo del mesón?

A) $\left[\frac{9}{2}, 7\right]$

B) $]9, 14[$

C) $\left[\frac{3}{2}, 4\right]$

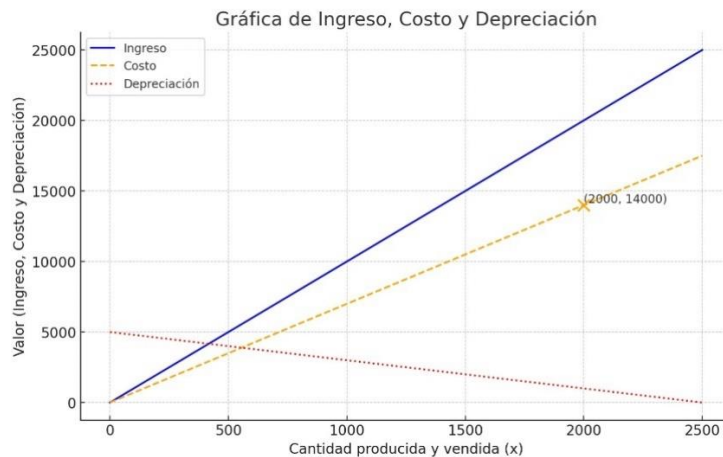
D) $]\frac{9}{2}, 7[$

20. Considera los números reales a y b , tal que a es mayor que -2 y menor o igual que $-\frac{2}{3}$, y b es mayor que $-\frac{1}{5}$ y menor que $\frac{3}{5}$.

¿Cuál de los siguientes conjuntos representa únicamente a todos los valores posibles de $a \cdot b$?

- A) $]-\frac{6}{5}, 1[$
- B) $]-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}[$
- C) $]-1, \frac{2}{3}[$
- D) $]-\frac{6}{5}, \frac{2}{5}[$
- E) $]-\frac{1}{5}, \frac{1}{5}[$

21. Una empresa produce y vende un producto con ingresos y costos mensuales representados por las funciones $I(x)$ y $C(x)$, respectivamente, donde x es la cantidad producida y vendida, además de la depreciación $D(x)$ de la maquinaria de la empresa, tal como muestra la siguiente gráfica:

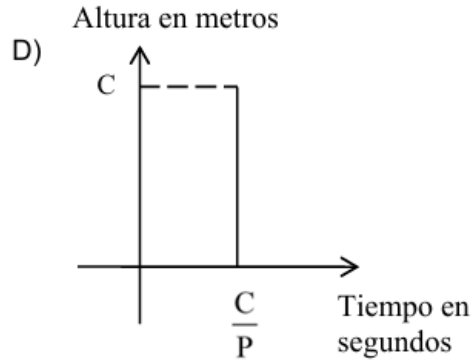
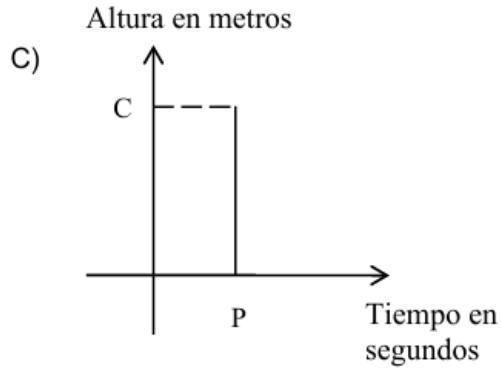
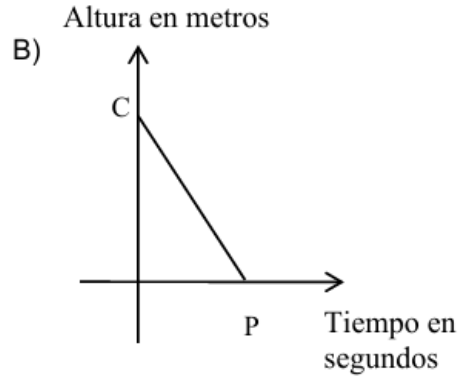
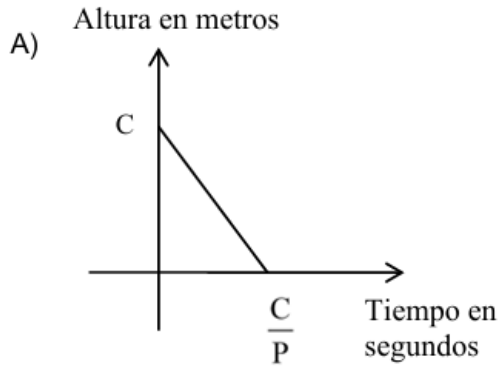


¿Cuál de las siguientes alternativas representa la relación entre ganancia (G) y depreciación (D)?

- A) $G = 50.000 - 5D$
- B) $G = 35.000 + 3,5D$
- C) $G = 7.500 - 1,5D$
- D) $G = 5.000 - 0,5D$
- E) $G = 2.500 + D$

22. Un ascensor a C metros de altura comienza a descender a una rapidez constante de P metros por segundo, con $P \neq C$.

¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la altura del ascensor respecto al suelo a medida que transcurre el tiempo, en segundos, desde el inicio del descenso?



23. Un farmacéutico necesita preparar una mezcla de dos soluciones medicinales para un paciente. La primera solución contiene un 60% de medicamento activo y el resto es solución salina, mientras que la segunda solución contiene un 10% de medicamento activo y el resto es solución salina.

El objetivo es obtener una mezcla final de 20 mililitros que contenga exactamente un 25% de medicamento activo. ¿Cuántos mililitros debe mezclar de cada solución para obtener la concentración deseada?

Si M representa la cantidad de mililitros de la primera solución y N la cantidad de mililitros de la segunda solución, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones describe correctamente la situación?

A)

$$\begin{array}{l} M + N = 20 \\ 0,6M + 0,1N = 5 \end{array}$$

B)

$$\begin{array}{l} M + N = 20 \\ 0,4M + 0,1N = 5 \end{array}$$

C)

$$\begin{array}{l} M + N = 20 \\ 0,6M + 0,1N = 4 \end{array}$$

D)

$$\begin{array}{l} M + N = 20 \\ 0,4M + 0,1N = 4 \end{array}$$

24. Si se sabe que el siguiente sistema lineal en las variables x e y tiene infinitas soluciones:

$$\begin{array}{l} x - y = 2 \\ 2x + ay = \log_b(-a) \end{array}$$

Entonces b^a es igual a:

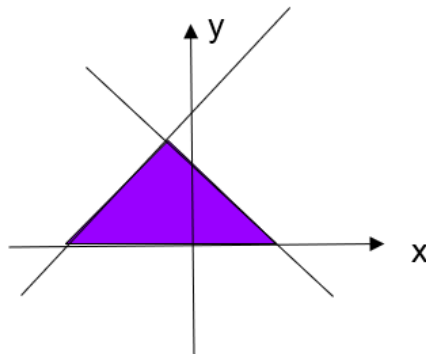
A) $2^{\sqrt[4]{2}}$

B) $\sqrt{2}$

C) $\sqrt[4]{2}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

25. Considera las funciones h y j definida por $h(x) = -x + 4$ y $j(x) = 2x + 7$, ambas con dominio el conjunto de los números reales. En la figura adjunta se representan las gráficas de h y j .



¿Cuál es el área del triángulo que se forma entre las gráficas de h , j y el eje X , en unidades cuadradas?

- A) $\frac{15}{4}$
 B) $\frac{15}{2}$
 C) $\frac{75}{2}$
 D) $\frac{75}{4}$
26. ¿Para qué valores de p y q , respectivamente, se cumple la igualdad $3px + 6qx - p - 2q = 4x + 1$, para todo número real x ?
- A) 2 y -10
 B) 2 y -3
 C) -3 y 10
 D) No existen valores que satisfagan.

27. En fisiología del sistema cardiovascular, se puede utilizar la siguiente fórmula para calcular la diferencia de presiones entre 2 extremos de determinada arteria (en la fórmula expresada como tubería).

Fórmula

$$\Delta p = \frac{8\mu LQ}{\pi R^4}$$

Δp = diferencia de presión entre los dos extremos

μ = viscosidad dinámica

L = longitud de la tubería

Q = caudal volumétrico

π = pi

R = radio de la tubería

Si se sabe que determinado medicamento aumenta el diámetro de la arteriola aferente del túbulo renal en un 10%, sin afectar a las otras variables de la ecuación, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

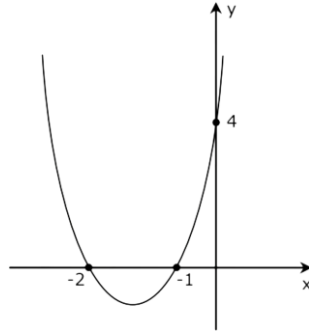
- A) La presión disminuirá, dividiendo por 4,4 a la presión original.
- B) La presión disminuirá, dividiendo por 1,4641 a la presión original.
- C) La presión aumentará, dividiendo por 0,6561 a la presión original.
- D) La presión aumentará, dividiendo por 0,36 a la presión original.

28. Considera la función f con dominio el conjunto de los números reales distintos de 0 y -1, definida por $f(x) = x + 1$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera, respecto al valor

del producto $P = \frac{1}{f(x)} \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)$?

- A) P es igual al opuesto de x .
- B) P es igual al recíproco de x .
- C) P es igual al cuadrado de x .
- D) P es igual a la mitad de x .
- E) P es igual al doble de x .

29. La parábola de la figura adjunta es la representación gráfica de la función f , cuyo dominio es el conjunto de los números reales.



¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a $f(x)$?

- A) $2x^2 - 6x + 4$
- B) $2x^2 + 6x + 4$
- C) $2x^2 + 3x + 4$
- D) $x^2 + 3x + 2$

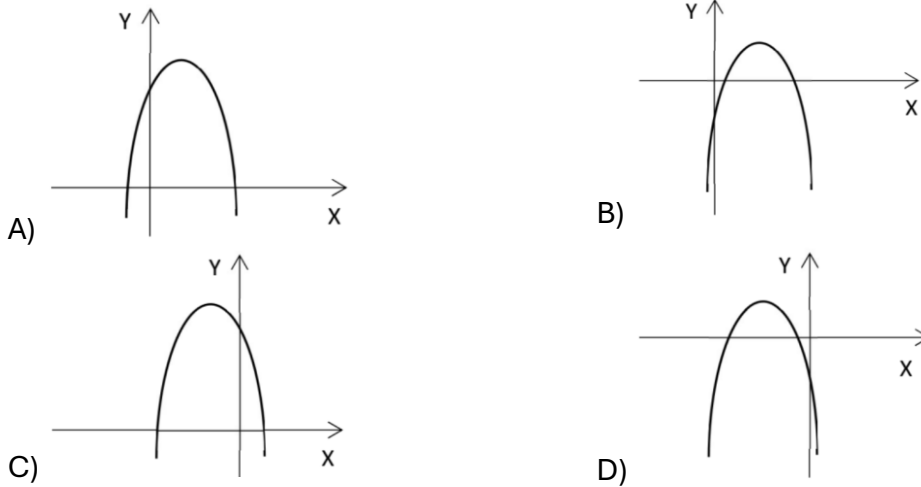
30. Si $a > 2$ y se cumple que $-b + 1 < -a + 4$, con a y b números reales, ¿cuál de los siguientes intervalos contiene a todos los posibles valores de b ?

- A) $]-\infty, -1[$
- B) $]-1, \infty[$
- C) $]-\infty, 2[$
- D) $]-\infty, 3[$

31. Se tiene un material radiactivo que tiene la propiedad de que se reduce a su quinta parte cada 20 minutos. Si se tienen 500 g de este material, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

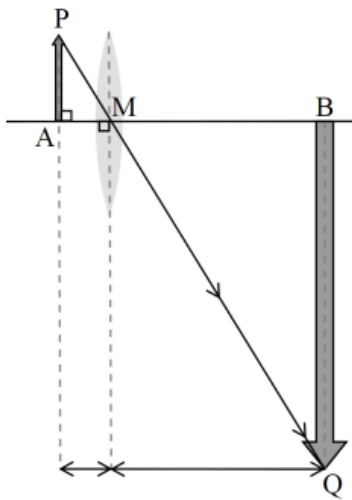
- A) Al cabo de una hora, quedan $500 \cdot \frac{1}{3}$ g de material radiactivo.
- B) Al cabo de n horas, quedan $500 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n$ g de material radiactivo.
- C) Deben pasar 40 minutos para que queden 20g de material radiactivo.
- D) Cuando pasen 3 horas quedan 4 g de material radiactivo.

32. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la función $f(x) = -3x^2 + 5 - 2x$, con dominio el conjunto de los números reales?



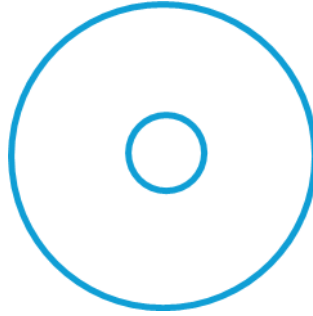
33. Un aparato tiene un lente que magnifica el objeto, pero lo reproduce invertido siendo la imagen una homotecia del objeto. Si la razón de homotecia es -5 , y la distancia entre M y Q es 25 cm, y la distancia entre B y M es de 20 cm.

¿Cuál es el valor del área del triángulo APM?



- A) 4 cm^2
- B) 6 cm^2
- C) 8 cm^2
- D) 10 cm^2

34. En la figura adjunta hay dos circunferencias concéntricas en donde la relación entre sus radios es 1:4.



¿Qué afirmación es equivalente a decir que “los radios de ambas circunferencias están en una relación de 1:4?”

- A) El radio de la circunferencia mayor es igual al menor más 4 veces la longitud de este.
 - B) El radio de la circunferencia mayor mide 4 cm y el radio de la circunferencia menor mide 0,5 cm.
 - C) El radio de la circunferencia menor mide una octava parte del diámetro de la circunferencia mayor.
 - D) El diámetro de la circunferencia menor mide una cuarta parte del radio de la circunferencia mayor.
35. El área de un rectángulo es 48 cm^2 y su largo es $b \text{ cm}$. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la diagonal (D) del rectángulo?

A) $D = \sqrt{b^2+96}$

B) $D = \frac{\sqrt{b^4+96}}{b}$

C) $D = \sqrt{\frac{2b^2+96}{b}}$

D) $D = \frac{\sqrt{b^4+2304}}{b}$

E) $D = \sqrt{\frac{b^4+2304}{b}}$

36. Sean a y b dos números distintos de cero y distintos entre sí. Si al punto $P(a+b, b)$ se le aplica una traslación según el vector $T(-a, b-a)$ seguido de la rotación en 270° en sentido horario con centro en $Q(a, a)$. ¿Cuál es el punto resultante?

- A) $(b-a, b-a)$
- B) $(2b-a, a)$
- C) $(3a-2b, b)$
- D) $(2a-b, b)$
- E) $(a-b, b-a)$

37. Mateo prepara una mezcla de pintura en un tarro con forma de cilindro, de altura 20 cm y un diámetro de 10 cm. Mientras este está revolviendo la mezcla de pintura se le cae su brocha al interior del tarro, llegando la pintura al límite de capacidad del tarro de pintura.

Si la brocha de José tiene un volumen equivalente al de un cubo de lado 5 centímetros. ¿Cuál era la altura que tenía el volumen original de pintura? Considere $\pi = 3$

- A) $\frac{55}{3}$ cm
- B) $\frac{275}{6}$ cm
- C) $\frac{95}{6}$ cm
- D) $\frac{19}{3}$ cm

38. Un jardinero planea decorar un estanque circular rodeándolo con tres franjas concéntricas de piedras decorativas. El estanque tiene un radio de 3 metros.

- La primera franja de piedras tiene un ancho de 1 metro.
- La segunda franja, de 2 metros de ancho, que no necesita cubrirse con piedras.
- La tercera franja de piedras tiene un ancho de 1 metro.

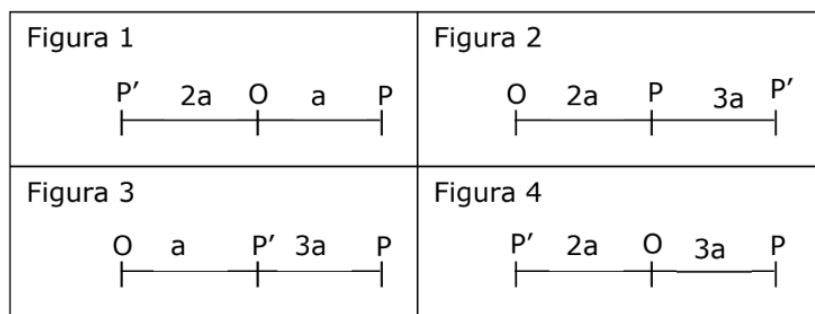
Si se sabe que el costo del material es:

- \$50 por m^2 para la primera franja.
- \$40 por m^2 para la tercera franja.

¿Cuál será el costo total de cubrir las franjas que requieren piedras decorativas?

- A) $\$830\pi$
- B) $\$850\pi$
- C) $\$870\pi$
- D) $\$890\pi$

39. En la siguiente figura se muestran cuatro situaciones distintas de homotecias, de tal manera que siempre O es el centro de homotecia y P' es la imagen homotética de P , con una cierta razón k .



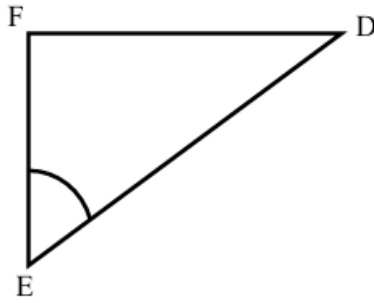
¿Cuál de las siguientes alternativas es correcta con respecto a las cuatro razones de homotecia k usadas en las figuras?

- | | Figura 1 | Figura 2 | Figura 3 | Figura 4 |
|----|----------------|---------------|----------------|--------------|
| A) | $k > 1$; | $0 < k < 1$; | $k < -1$; | $k > 1$ |
| B) | $0 < k < 1$; | $k > 1$; | $k < -1$; | $k > 1$ |
| C) | $k < -1$; | $k > 1$; | $0 < k < 1$; | $-1 < k < 0$ |
| D) | $-1 < k < 0$; | $0 < k < 1$; | $k > 1$; | $k < -1$ |
| E) | $k > 1$; | $0 < k < 1$; | $-1 < k < 0$; | $k > 1$ |

40. Si al punto $P(x,y)$ se le aplica, sucesivamente, una rotación en 180° con respecto al origen, seguida de una simetría al eje X , se obtiene su imagen P' , ¿con cuál de las siguientes transformaciones aplicadas a P también se obtiene P' ?

- A) Una rotación en 90° con respecto al origen.
- B) Una simetría central respecto al origen.
- C) Una reflexión respecto al eje Y .
- D) Una traslación, cuyo vector traslación es $\vec{v}(-2x, y)$.

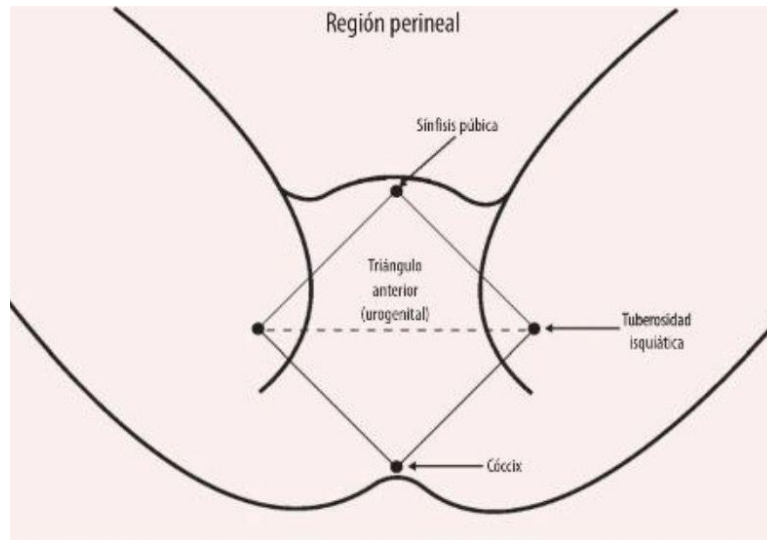
41. Considera el triángulo DEF rectángulo en F de la figura adjunta.



Si la tangente del ángulo FED es $\frac{d}{e}$, con $d \neq e$, ¿cuál de las siguientes razones trigonométricas es verdadera?

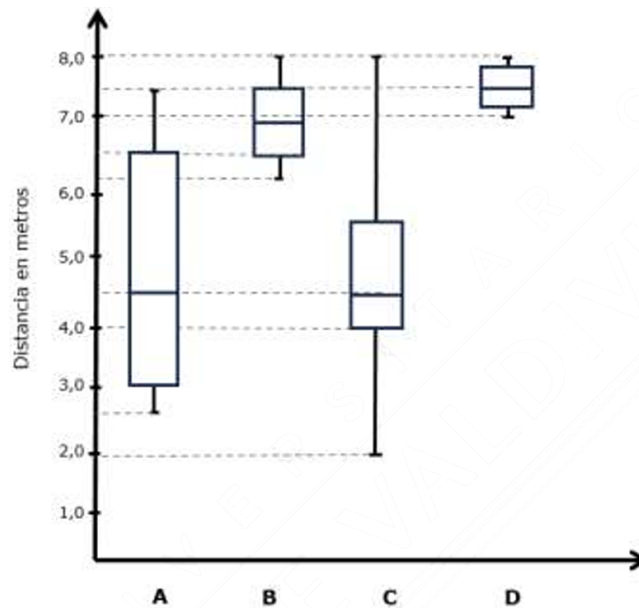
- A) El coseno del ángulo EDF es $\frac{e}{\sqrt{d^2 + e^2}}$
- B) El seno del ángulo FED es $\frac{e}{\sqrt{d^2 + e^2}}$
- C) El coseno del ángulo FED es $\frac{d}{\sqrt{d^2 + e^2}}$
- D) El seno del ángulo EDF es $\frac{d}{\sqrt{d^2 + e^2}}$
- E) La tangente del ángulo EDF es $\frac{e}{d}$

42. El triángulo urogenital masculino y femenino tiene tres extremos: dos dados por las tuberosidades isquiáticas y uno por la sínfisis del pubis. Se sabe que la distancia entre una tuberosidad isquiática y la sínfisis del pubis es de 10 cm, siendo igual para ambos lados. Además, se sabe que el ángulo formado en la esquina de la sínfisis del pubis es de 90 grados. Según los datos anteriores, ¿cuál es la distancia entre las tuberosidades isquiáticas?



- A) $\frac{\tan(45^\circ)}{10}$
- B) $10 \cdot \cos(45^\circ)$
- C) $\frac{10}{\sin(45^\circ)}$
- D) $10 \cdot \tan(90^\circ)$

43. El salto largo es una prueba del atletismo, que consiste en recorrer la máxima distancia posible en el plano horizontal a partir de un salto tras una carrera para darse impulso. Cuatro atletas, A, B, C y D, entrenan para clasificar a una determinada competencia en la que solo uno de ellos podrá participar. Durante un mes de entrenamiento el entrenador registró las marcas de los saltos de cada uno de ellos y los reflejó en el siguiente gráfico de cajón.



Para seleccionar al atleta, el entrenador evaluará la distancia máxima alcanzada y la homogeneidad en sus resultados, entonces ¿cuál será el atleta seleccionado, considerando un argumento válido que avale su decisión?

- A) El atleta C, porque es el que tiene mayor rango, es decir, obtuvo el salto más largo.
- B) El atleta A, porque es el que tiene mayor rango intercuartil y debido a esto su promedio de distancias en sus saltos es el mayor.
- C) El atleta B, porque tiene mayor rango que D y sus registros indican que el 100% de sus saltos están sobre 6 metros.
- D) El atleta D, porque tiene el menor rango y el 100% de sus saltos son mayores o iguales a 7 metros.

44. El número de mascotas que posee cada una de las 400 familias que viven en un condominio, se encuentra representada en la siguiente tabla de frecuencias relativas adjunta:

Número de Mascotas	Frecuencia Relativa (f_i)	Frecuencia Relativa Acumulada (F_i)
0	0,15	
1		
2	0,3	
3		0,80
4		
5 o más	0,08	

Si $f_2 = \frac{5}{2} f_4$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La cantidad de familias que posee más de 3 mascotas es 80.
 B) La cantidad de familias que posee a lo más 2 mascotas es 120.
 C) La cantidad de familias que posee más de 2 mascotas es 240.
 D) La cantidad de familias que posee menos de 2 mascotas es 280.
45. Si la muestra $\{P, Q, R\}$ verifica que $P^2 + Q^2 + R^2 = 10$; Y que su promedio aritmético es $\frac{1}{2}$, ¿cuál es el valor de la desviación estándar de la muestra?

A) $\frac{1}{3} \sqrt{10 - \frac{1}{2}}$

B) $\sqrt{10 - \frac{1}{2}}$

C) $\sqrt{\frac{10}{3} - \frac{1}{4}}$

D) $\sqrt{\frac{10}{3} - \frac{1}{2}}$

- 46.** Desde un grupo de 7 mujeres y 9 hombres, se quiere formar un comité de tres personas: un líder, un secretario y un tesorero. Si el líder debe ser una mujer y el secretario debe ser un hombre. ¿Cuántos grupos distintos se pueden formar?
- A) $7 \cdot 9 \cdot 12$
 B) $9 \cdot 8 \cdot 13$
 C) $2(7 \cdot 9 \cdot 13)$
 D) $7 \cdot 9 \cdot 14$
- 47.** En un torneo de voleibol participan 20 equipos distribuidos en 4 grupos con 5 equipos cada uno. En la primera fase del torneo, los equipos juegan entre sí una única vez, todos contra todos en cada grupo y los dos mejores de cada grupo pasan a la segunda fase. En la segunda fase los partidos son eliminatorios, luego de cada partido, solo el vencedor permanece en el torneo, hasta llegar a la final. Luego, el número de partidos necesarios hasta que se determine el campeón del torneo es:
- A) 39
 B) 41
 C) 43
 D) 45
 E) 47
- 48.** Se tienen dos monedas M y N. La moneda M está cargada de tal manera que la probabilidad de obtener cara, al lanzarla al aire, es igual a p . La moneda N es una moneda no cargada, es decir, honesta. Se lanza al aire la moneda M, si se obtiene cara se vuelve a lanzar la misma moneda; pero si sale sello, se lanza la moneda N. ¿Cuál es la probabilidad total de obtener sello en el segundo lanzamiento?
- A) p^2
 B) $\frac{1}{2}(1 - p) + (1 - p)p$
 C) $p(1 - p)$
 D) $\frac{1}{4}$
 E) $(1 - p)(1 + p)$

49. Una agencia de turismo “Senderismo para todos” realiza trekking guiados a los parques nacionales Conguillío y Huerquehue ubicados en la Región de la Araucanía. Un grupo de turistas decide realizar una o ambas excursiones, 55% de ellos deciden conocer ambas rutas en diferentes días.

Si la probabilidad que los turistas elijan solo conocer Huerquehue es un quinto, entonces ¿cuál es la probabilidad de que un turista realice la ruta Conguillío si el día anterior realizó el sendero del Huerquehue?

A) $\frac{4}{5}$

B) $\frac{11}{15}$

C) $\frac{5}{11}$

D) $\frac{11}{16}$

50. En una caja hay un total de A bolitas rojas, B bolitas azules y C bolitas blancas y en otra caja hay 10 bolitas rojas, 5 bolitas azules y 3 bolitas blancas. Todas las bolitas de las cajas son del mismo tipo.

Si se extrae al azar una bolita de cada caja, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la posibilidad de que ambas sean blancas?

A) $\frac{C}{A+B+C} \cdot \frac{1}{6}$

B) $\frac{C}{A+B+C} + \frac{3}{18}$

C) $\frac{C+3}{A+B+C+18}$

D) $\frac{C+1}{A+B+C+6}$

51. Una persona recibe la siguiente cotización de sueldo a fin de mes, se puede determinar el valor de Z, después de recibir un aumento de \$200.000 en el sueldo base.

LIQUIDACIÓN DE SUELDO																																		
DATOS DEL(A) TRABAJADOR(A)																																		
RUT: 1*.***.***-8																																		
NOMBRE: ****a ****r *****s																																		
Período de Remuneración: 31 días	Mes: Enero Año: 2022																																	
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Haberes del Trabajador</th> <th style="text-align: right;">Valor</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Sueldo Base</td> <td style="text-align: right;">\$700 000</td> </tr> <tr> <td>Horas Extras</td> <td style="text-align: right;">\$50 000</td> </tr> <tr> <td>Aguinaldo</td> <td style="text-align: right;">\$50 000</td> </tr> <tr> <td>Sueldo total imponible</td> <td style="text-align: right;">\$800 000</td> </tr> <tr> <td>Bono de la empresa</td> <td style="text-align: right;">\$100 000</td> </tr> <tr> <td>Movilización</td> <td style="text-align: right;">\$50 000</td> </tr> <tr> <td>Sueldo total no Imponible</td> <td style="text-align: right;">\$150 000</td> </tr> <tr> <td>Total de Haberes</td> <td style="text-align: right;">\$950 000</td> </tr> </tbody> </table>	Haberes del Trabajador	Valor	Sueldo Base	\$700 000	Horas Extras	\$50 000	Aguinaldo	\$50 000	Sueldo total imponible	\$800 000	Bono de la empresa	\$100 000	Movilización	\$50 000	Sueldo total no Imponible	\$150 000	Total de Haberes	\$950 000	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">DESCUENTOS SUELDO IMPONIBLE</th> <th style="text-align: right;">Valor</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cotización Previsional AFP (10 %)</td> <td></td> <td style="text-align: right;">\$80 000</td> </tr> <tr> <td>Cotización Salud (7 %)</td> <td></td> <td style="text-align: right;">\$56 000</td> </tr> <tr> <td>Cotización Voluntaria (a %)</td> <td></td> <td style="text-align: right;">X</td> </tr> <tr> <td>TOTAL DESCUENTOS PREVISIONALES</td> <td></td> <td style="text-align: right;">Y</td> </tr> </tbody> </table>	DESCUENTOS SUELDO IMPONIBLE		Valor	Cotización Previsional AFP (10 %)		\$80 000	Cotización Salud (7 %)		\$56 000	Cotización Voluntaria (a %)		X	TOTAL DESCUENTOS PREVISIONALES		Y
Haberes del Trabajador	Valor																																	
Sueldo Base	\$700 000																																	
Horas Extras	\$50 000																																	
Aguinaldo	\$50 000																																	
Sueldo total imponible	\$800 000																																	
Bono de la empresa	\$100 000																																	
Movilización	\$50 000																																	
Sueldo total no Imponible	\$150 000																																	
Total de Haberes	\$950 000																																	
DESCUENTOS SUELDO IMPONIBLE		Valor																																
Cotización Previsional AFP (10 %)		\$80 000																																
Cotización Salud (7 %)		\$56 000																																
Cotización Voluntaria (a %)		X																																
TOTAL DESCUENTOS PREVISIONALES		Y																																
DETALLE DE REMUNERACIÓN																																		
SUELDO LIQUIDO A PAGAR \$Z																																		

- (1) Después del aumento, el valor de cotización voluntaria es \$50.000
 (2) Se sabe que el 100% del aumento corresponde a sueldo imponible.

- A) (1) por si sola.
 B) (2) por si sola.
 C) Ambas juntas, (1) y (2).
 D) Cada una por si sola, (1) ó (2).
 E) Se requiere información adicional.

52. Considere la función f , definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, cuyo dominio es el conjunto de los números reales.

Se pueden determinar los valores de a , b y c , si:

- (1) Se conoce el valor y cuando x es 0.
- (2) Se sabe que $f(7) = f(10) = 20$.

- A) (1) por si sola.
- B) (2) por si sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- E) Se requiere información adicional.

53. Se puede conocer las coordenadas de la imagen del punto $P(-4, 6)$, al aplicar la traslación T en el plano cartesiano, si se sabe que:

- (1) T es una transformación que traslada al punto $(2,8)$ al punto $(-1, 3)$
- (2) $T(T(x, y) = (x - 6, y - 10)$

- A) (1) por si sola.
- B) (2) por si sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- E) Se requiere información adicional.

54. Dado un conjunto de datos con n valores, todos diferentes entre sí, es posible determinar su desviación estándar si se conoce:

- (1) La media aritmética del conjunto.
- (2) Que el conjunto tiene 50 valores.

- A) (1) por si sola.
- B) (2) por si sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- E) Se requiere información adicional.

55. En una ciudad, se desea calcular la probabilidad de que, al seleccionar una muestra de n personas, exactamente k de ellas vayan al gimnasio y sigan una dieta equilibrada, si se conoce:

(1) La probabilidad de que una persona vaya al gimnasio.

(2) La probabilidad de que una persona siga una dieta equilibrada, dado que va al gimnasio es $\frac{6}{11}$.

A) (1) por si sola.

B) (2) por si sola.

C) Ambas juntas, (1) y (2).

D) Cada una por si sola, (1) ó (2).

E) Se requiere información adicional.