

ENSAYO N°2 MATEMÁTICA

Modelo de Prueba DEMRE

Instrucciones

- Esta prueba consta de 80 preguntas, las cuales 75 serán consideradas en tu puntaje.
- Las figuras que aparecen en la prueba son solo indicativas y no necesariamente representan las medidas reales.
- Antes de responder las preguntas N°75 a la N°80, leer atentamente las instrucciones que aparecen después de la pregunta N°74. Estas instrucciones facilitarán sus respuestas.
- Tiene 2 horas y 40 minutos para responder la prueba.
- A continuación encontrará una serie de símbolos, los que puede consultar durante el desarrollo de los ejercicios.

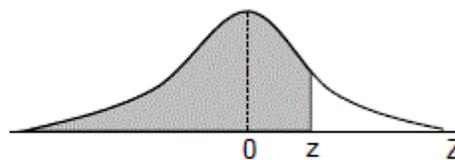
SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	\cong	es congruente con
$>$	es mayor que	\sim	es semejante con
\leq	es menor o igual a	\perp	es perpendicular a
\geq	es mayor o igual a	\neq	es distinto de
\square	ángulo recto	//	es paralelo a
\sphericalangle	ángulo	\in	pertenece a
log	logaritmo en base 10	\overline{AB}	trazo AB
\emptyset	conjunto vacío	$ x $	valor absoluto de x
ln	logaritmo en base e	x!	factorial de x
\cup	unión de conjuntos	\cap	intersección de conjuntos
A^c	complemento del conjunto A	\vec{u}	vector u

INSTRUCCIONES ESPECÍFICAS:

1. Las figuras que aparecen en el ensayo son solo **indicativas**.
2. Los gráficos que se representan en el modelo están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
3. Se entenderá por dado común, a aquel que posee 6 caras, donde al lanzarlo las caras son **equiprobables** de salir.
4. En esta prueba las dos opciones de una moneda son **equiprobables** de salir a menos que se indique lo contrario.
5. Los números complejos i y $-i$ son soluciones de la ecuación $x^2 + 1 = 0$.
6. Si z es un número complejo entonces \bar{z} es un conjugado y $|z|$ es su módulo.
7. Si Z es una variable aleatoria continua, tal que $Z \sim N(0,1)$ y donde la parte sombreada de la figura representa $P(Z \leq z)$ entonces se verifica que:

z	$P(Z \leq z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995



1. $0,1 \div \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right) =$

- A) $\frac{2}{15}$
- B) $\frac{15}{2}$
- C) $\frac{3}{44}$
- D) $\frac{44}{3}$
- E) Ninguno de los valores anteriores.

2. El valor de 1459,236571 truncado a la milésima es:

- A) 1459
- B) 1460
- C) 1459,23
- D) 1459,236
- E) 1459,237

3. Sean a y b números racionales, tal como se muestra en la figura 1. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?

- I. $b < ab < 0$
- II. $b \div a < b$
- III. $a \div |b| > a$

- A) Sólo II
- B) Sólo I y II
- C) Sólo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna es correcta.

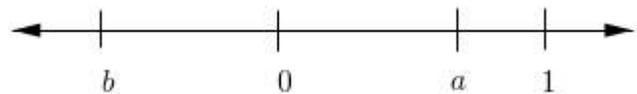


Fig.1

4. Valentina demora 25 minutos en caminar de su casa a la estación del metro para ir a la universidad. Su amigo Danilo, que vive con ella, demora $\frac{1}{4}$ de ese tiempo en recorrer el mismo trayecto, mientras que su hermana Javiera demora $\frac{3}{2}$ del tiempo que tarda Danilo. ¿Cuánto tiempo, en minutos, demora Javiera en recorrer el trayecto?

- A) 6,25 minutos
- B) 6,5 minutos
- C) 9,375 minutos
- D) 9,75 minutos
- E) 12,5 minutos

5. Adrián realiza los siguientes pasos para escribir el número racional $2,\overline{39}$ como fracción:

Paso 1. Lo denota por la letra x :

$$2,\overline{39} = x$$

Paso 2. Multiplica por 10 a ambos lados de la igualdad, obteniendo:

$$23,\overline{39} = 10x$$

Paso 3. Resta la ecuación obtenida en el paso 2 con la obtenida en el paso 1:

$$(-) \begin{cases} 23,\overline{39} = 10x \\ 2,\overline{39} = x \end{cases}$$

Obteniendo:

$$21 = 9x$$

Paso 4. Finalmente, Adrián obtiene:

$$x = \frac{21}{9}$$

¿En cuál paso Adrián cometió un error?

- A) Paso 1
- B) Paso 2
- C) Paso 3
- D) Paso 4
- E) Adrián no cometió error alguno.

6. Iván recibe un sueldo de $\$M$. Gasta $\frac{3}{5}M$ en comprar A cosas, $0,2M$ en comprar B cosas y $\frac{8}{45}M$ en comprar C cosas. ¿En cuál de sus compras, A, B o C cosas, gastó más dinero?
- A) En las A cosas.
B) En las B cosas.
C) En las C cosas.
D) En A cosas y en B cosas gastó lo mismo.
E) En B cosas y en C cosas gastó lo mismo.
7. Gabriela tiene una barra de chocolate que mide 60 cm y la parte sucesivamente, de tal manera que siempre escoge $\frac{1}{2}$ del trozo anterior. Luego de la cuarta partición, Gabriela decide regalar el pedazo resultante a Constanza. ¿Cuánto mide el trozo de la barra de chocolate que Gabriela le regaló a Constanza?
- A) 20 cm
B) 15 cm
C) 12 cm
D) 3,75 cm
E) 6 cm
8. Sean a, b, c y d cuatro números racionales positivos, tales que b es divisor de a , d es divisor de b , c es un múltiplo de a y a es un número primo. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?
- I. $\frac{c}{d}$ es un número racional entero.
II. $\frac{c}{ab}$ es un número racional no entero.
III. Si $d = a$, entonces $\frac{2c}{b+d}$ es un número racional entero.
- A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Ninguna de ellas.

9. $2^{n+1} + 2^n =$

- A) 2^{2n+1}
- B) 2^{n^2+1}
- C) $2 \cdot 2^n$
- D) $3 \cdot 2^n$
- E) $4 \cdot 2^n$

10. La expresión $3\sqrt{8} \cdot 7\sqrt{10}$ es equivalente a:

- A) $42\sqrt{5}$
- B) $63\sqrt{2}$
- C) $84\sqrt{5}$
- D) $40\sqrt{5}$
- E) $30\sqrt{2}$

11. Si se tiene que $\log_2(5)$ es aproximadamente $\frac{12}{5}$ ¿Cuál de las siguientes alternativas es una mejor aproximación de $\log_2(20)$?

- A) $\frac{24}{5}$
- B) 10
- C) 4
- D) $\frac{14}{5}$
- E) $\frac{22}{5}$

12. Encuentre el valor de x para que la siguiente igualdad se cumpla:

$$\frac{\log_2(x^3) - \log_2(x^2)}{\log_2(\sqrt{4^x})} = \frac{3}{8}$$

- A) 8
- B) $\frac{3}{8}$
- C) 16
- D) $\frac{4}{9}$
- E) 2

13. Un viajero se ayuda de un software para ahorrar dinero encontrando las mejores rutas para llegar a su destino. El programa arroja tres posibles opciones con sus respectivas distancias:

- I. $\frac{30}{\sqrt{2}}$ Km
- II. $10\sqrt{2}$ Km
- III. $\frac{70}{2\sqrt{2}}$ Km

Ordene las rutas de más a menos **conveniente** para el viajero.

- A) I > II > III
- B) II > III > I
- C) I > III > II
- D) II > I > III
- E) III > I > II

14. Sabiendo que $\sqrt{5} \approx 2,23$ y que $\sqrt{3} \approx 1,73$ ¿A cuál de los siguientes valores **no** es posible realizar una aproximación con la información dada?

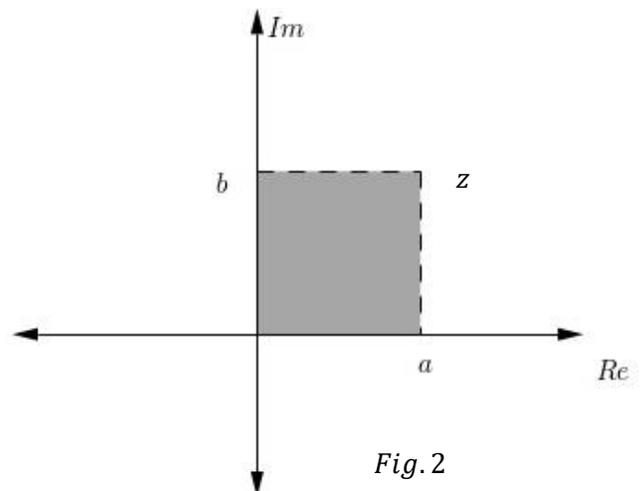
- A) $\sqrt{0,15}$
- B) $\sqrt{6,25}$
- C) $\sqrt{0,35}$
- D) $\sqrt{0,48}$
- E) $\sqrt{1,35}$

15. En el diagrama se tiene cierto número $z = a + bi$ representado en el plano complejo de la figura 2. Es posible definir el área del rectángulo sombreado en términos de la componente real e imaginaria de z .

Indique cuál de los siguientes es el número que define mayor área en el plano complejo, y cuál la menor área, respectivamente.

- I. $i(1 - i)$
- II. $\frac{6+3i}{2}$
- III. $(i + 1)(i - 1)$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo II y III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo I y III



16. Calcule el valor del número complejo z , si se tiene que $|z| = 6$ y el inverso multiplicativo es $z^{-1} = \frac{3}{4} + \frac{i}{3}$

- A) $27 + 12i$
- B) $\frac{4}{3} + \frac{3}{i}$
- C) $\frac{9}{2} + 2i$
- D) $27 - 12i$
- E) $\frac{9}{2} - 2i$

17. La expresión $\frac{i(3+2i)}{(i-4)}$, es equivalente a:

- A) $\frac{3}{4} + 2i$
- B) $\frac{11}{17} - \frac{10}{17}i$
- C) $\frac{3}{4} - 2i$
- D) $11 - 10i$
- E) $\frac{11}{17} + \frac{10}{17}i$

18. Resuelva la siguiente ecuación:

$$\frac{x}{3} + 4 = \frac{-2x}{5}$$

- A) $\frac{-32}{3}$
- B) -20
- C) 60
- D) -60
- E) $\frac{-60}{11}$

19. $216m^3 - 1 =$

- A) $(6m - 1)(36m + 6m + 1)$
- B) $(36m - 1)(36m^2 + 6m + 1)$
- C) $(216m - 1)(216m + 6m + 1)$
- D) $(6m - 1)(36m^2 + 6m + 1)$
- E) $(6m + 1)(36m^2 - 6m + 1)$

20. Adrián compró un poncho y un gorro chilote (P y G , respectivamente) por \$18.000. Al pasar el tiempo, vendió ambas prendas en la feria por \$15.000. Si por la venta del poncho ganó el 5% de su valor de compra y por el gorro chilote perdió el 20%, ¿Cuál es el sistema de ecuaciones que permite determinar los precios al comprar cada prenda?

A) $\begin{cases} P+G=18.000 \\ 1,05P+0,8G=15.000 \end{cases}$

B) $\begin{cases} P+G=18.000 \\ 1,5P-0,2G=15.000 \end{cases}$

C) $\begin{cases} P+G=18.000 \\ 0,05P+0,2G=3.000 \end{cases}$

D) $\begin{cases} P+G=18.000 \\ 1,05P-0,8G=15.000 \end{cases}$

E) $\begin{cases} P+G=18.000 \\ 1,05P+0,8=3.000 \end{cases}$

21. Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 10^{-2}x+10^{-3}y=10^{-1} \\ -10^{-3}x-10^{-2}y=-10^{-4} \end{cases}$, el valor de y es:

A) 10^4

B) -1

C) 1

D) $10,1$

E) $\frac{10^{-1}-10^{-4}}{10^{-3}-10^{-2}}$

22.
$$\frac{\frac{x+y}{z} + \frac{x+y}{z}}{\frac{1}{z}} =$$

A) $x + y$

B) $\frac{x+y}{z}$

C) $\frac{1}{z}$

D) $\frac{z}{x+y}$

E) $2(x + y)$

23. Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 6x + 3y = 6 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases}$.

¿Cuál(es) de las afirmaciones siguientes, en relación con su representación gráfica, es (son) falsa(s)?

- I. Las rectas son paralelas no coincidentes.
- II. Las rectas son paralelas coincidentes.
- III. Las rectas son secantes.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo I y III

24. Dada la función cuadrática $f(x) = 4x^2 + 3x - a$, es correcto afirmar que:

- I. Si $a < -1$, no hay intersección con el eje x .
- II. Si $a = -1$, existe una intersección con el eje x .
- III. Si $a > -1$, existen dos intersecciones con el eje x .

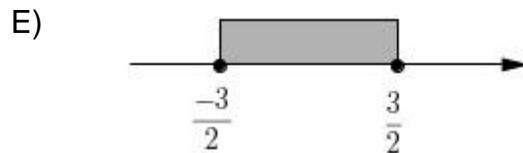
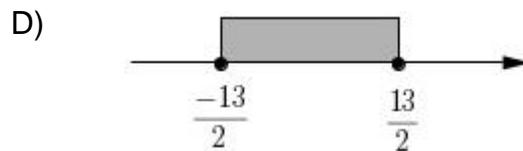
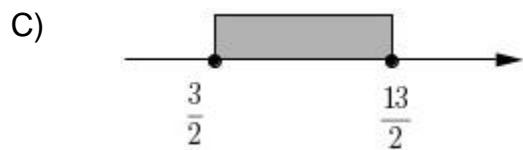
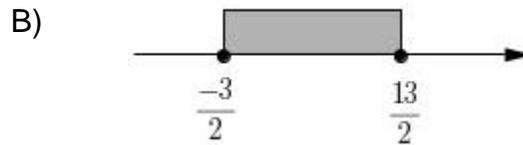
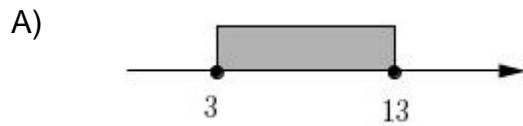
- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) Sólo I y III

25. Carolina tiene 16 años; a Constanza le faltan 8 años para tener 10 años más que el doble de lo que tiene Carolina y Gabriela excede en 9 años a la mitad de la suma de las edades de Constanza y Carolina. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) falsa(s)?

- I. Gabriela tiene el doble de la edad de Carolina.
- II. Constanza y Gabriela tienen la misma edad.
- III. Actualmente, la suma de las edades de esas tres personas es 84 años.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de las anteriores.

26. Si $|2x - 8| \leq 5$, entonces la solución es:



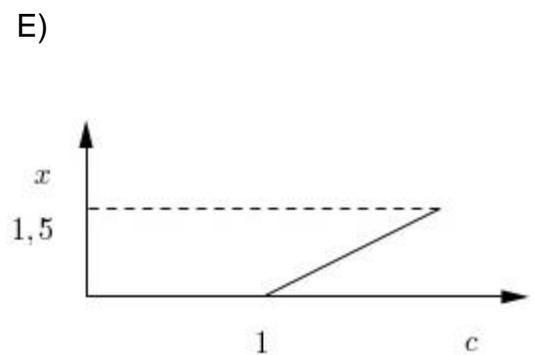
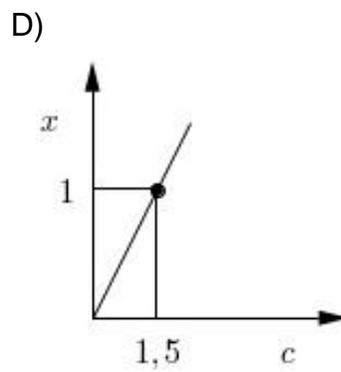
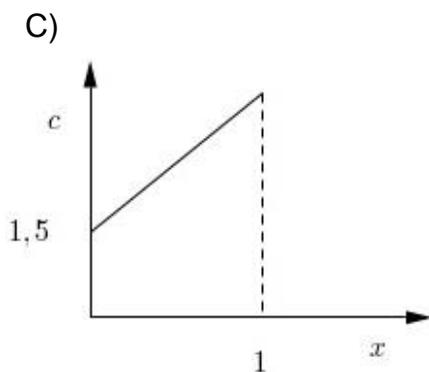
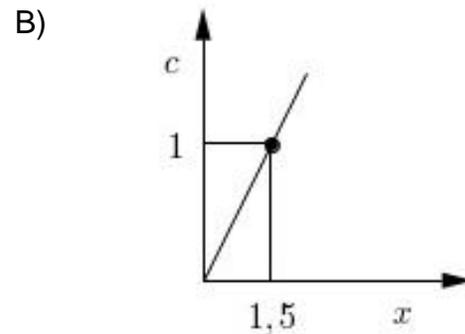
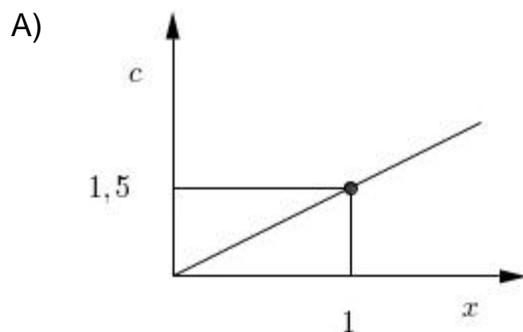
27. La diferencia entre el volumen de dos cubos es igual al volumen de un paralelepípedo de lados y , $(y + x)$, $(y - x)$, con $x, y > 0$. Si el lado del cubo de mayor volumen es y ¿Cuál es el lado del otro cubo?

- A) x
- B) $\sqrt[3]{xy}$
- C) \sqrt{x}
- D) $\sqrt[3]{x^2y}$
- E) $\sqrt[3]{x}$

28. Si una compañía de gas cobra \$1.500 por cargo fijo, más \$300 por cada litro de gas consumido, entonces la ecuación que relaciona el gasto mensual de gas G con el número de litros L de consumo, está representada por:

- A) $G = 1.500 \cdot L + 300$
- B) $G = 300 \cdot L + 1500$
- C) $G = 300 \cdot \frac{L}{2} + 1500$
- D) $G = 300 \cdot 2L + 1500$
- E) $G = 1500 \cdot \frac{L}{2} + 300$

29. Adrián cocina arroz y por cada taza de éste se debe utilizar una taza y media de agua. La gráfica que representa la cantidad C de tazas de agua que se requiere en función de la cantidad x de tazas de arroz que se usó, está representada por:



30. Se vierte un líquido en un recipiente, y se supone que un modelo para la temperatura, en grados Celcius, de este está dado por $T(t) = 110 - 12t$, donde t es el tiempo transcurrido en minutos, desde el instante en que fue vertido. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?
- I. La temperatura disminuye a medida que pasa el tiempo.
 - II. El líquido fue vertido a los 110°C .
 - III. La temperatura del líquido disminuye la razón 12°C por minuto.
- A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III
31. Si la función $f(x)$ representa la acción de comer, $g(x)$ representa hacer la tarea y $h(x)$ representa la acción de dormir. Entonces Jaime realiza la siguiente composición de funciones $h(x)$ o $g(x)$ o $f(x)$. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa las actividades que Jaime realizó?
- A) Jaime hizo la tarea mientras comía luego de dormir.
 - B) Jaime durmió, luego comió para finalmente hacer la tarea.
 - C) Jaime hizo la tarea luego de comer y, al terminarla, durmió.
 - D) Jaime durmió, luego hizo la tarea y después comió.
 - E) Jaime durmió mientras hacía la tarea y comía.
32. Si $g(x) = \sqrt{x^2 + 3}$, entonces $g(\sqrt{6})$ es:
- A) 3
 - B) -3
 - C) ± 3
 - D) $\sqrt{6} + 3$
 - E) Ninguna de las anteriores.

33. Considerando la gráfica de la figura 4 ¿Cuál es la ecuación que mejor la representa?

- A) $y = 5x^2 + 3$
- B) $y^2 = -\frac{4}{9}x + 5$
- C) $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$
- D) $y = 3x^2 + 5$
- E) $y = -\frac{4}{9}x^2 + 5$

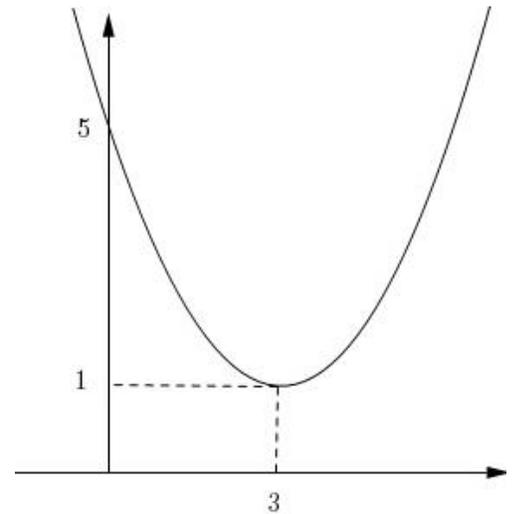


Fig.4

34. Determine el conjunto solución de la ecuación $\frac{1}{y^4} - \frac{9}{y^2} + 20 = 0$

- A) $\left\{-\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right\}$
- B) $\left\{-\frac{1}{5}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right\}$
- C) $\left\{-\frac{1}{5}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right\}$
- D) $\left\{-\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right\}$
- E) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right\}$

35. ¿Cuál(es) de las siguientes funciones tiene(n) función inversa definida en los números reales?

- I. $f(x) = \sqrt{2x - 1}$
- II. $g(x) = |3 - x| - 1$
- III. $h(x) = 5x^2 + 3x - 7$

- A) Sólo I
- B) Sólo II y III
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Ninguna de las anteriores.

36. Al aplicar una simetría puntual respecto al punto O en la figura 5, se obtiene:

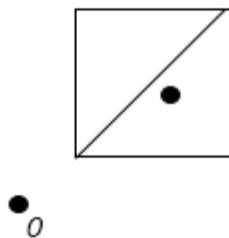
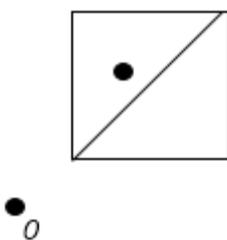
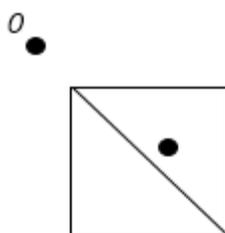


Fig. 5

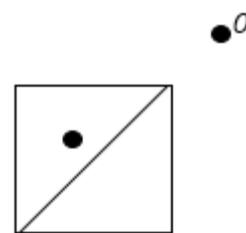
A)



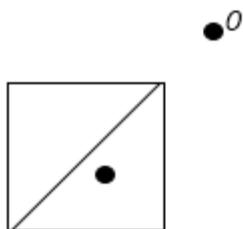
B)



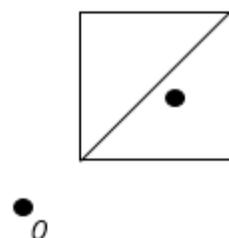
C)



D)



E)



37. Las coordenadas del punto medio del trazo que tiene por extremos los puntos $P(1,3, 2,4)$ y $Q(2,5, 1,6)$ son:

- A) (3,8 , 4,0)
- B) (1,9 , 2,0)
- C) (1,8 , 2,0)
- D) (1,9 , 4,0)
- E) (1,8 , 2,5)

38. En la figura 6, los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle DAE$ son isósceles congruentes de bases \overline{BC} y \overline{AE} respectivamente. Si $\angle BAC = \alpha$, y \overline{AC} es bisectriz del ángulo DAB . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. $\angle DAC \cong \angle CAB$
- II. $\triangle ABC \cong \triangle ACD$
- III. $\triangle AEP \cong \triangle DCP$

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

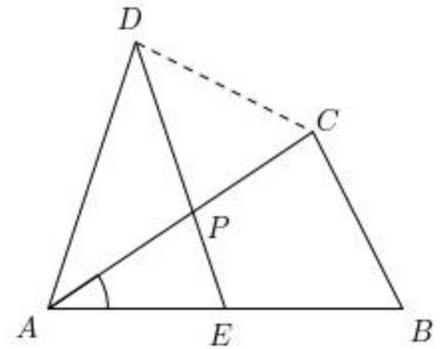


Fig. 6

39. Sea un vector $\vec{v} = (7, -2)$ y $\vec{w} = (-3, 3)$. Entonces $2(\vec{v} + \vec{w}) - 3(\vec{v} - \vec{w}) =$

- A) $(-22, 15)$
- B) $(-22, 17)$
- C) $(-22, 18)$
- D) $(-38, 15)$
- E) $(-38, 18)$

40. Adrián se encuentra en Japón, y se ha perdido en las complejas líneas del metro de Tokio. Desea llegar desde la estación G a la línea Óedo, la cual es una línea de Metro circular y es atravesada por dos líneas, como muestra la figura 7. Para cumplir su objetivo, posee 4 opciones de combinación en dicha estación. Si sabe que las estaciones C, D, E y F , están en la línea Óedo y las distancias son:

- Entre G y $F = 3$ Km
- Entre G y $E = 5$ Km
- Entre G y $C = 8$ Km

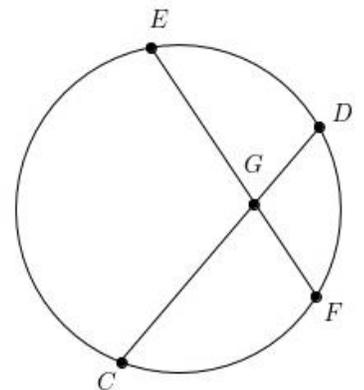


Fig. 7

Adrián Desea ir por el recorrido más corto, entonces debe saber que:

- A) $GF = GD$, por lo que debería ir por cualquiera de estas dos líneas.
- B) $GF < GD$, por lo que debería ir por la ruta GF .
- C) $GF > GD$, por lo que debería ir por la ruta GD .
- D) $GE = 2GD$ por lo que debería ir por la ruta GD .
- E) $GE = GD$, por lo que debería ir por la ruta GF .

41. En el triángulo $\triangle PQR$ de la figura 8, $\overline{QR} = \overline{PR}$ y \overline{PS} es bisectriz del ángulo en P . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. Los triángulos $\triangle PQS$ y $\triangle PQR$ son isósceles.
- II. El triángulo $\triangle PQR$ es semejante al triángulo $\triangle QSP$.
- III. $\frac{x}{3} = \frac{3}{x-3}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

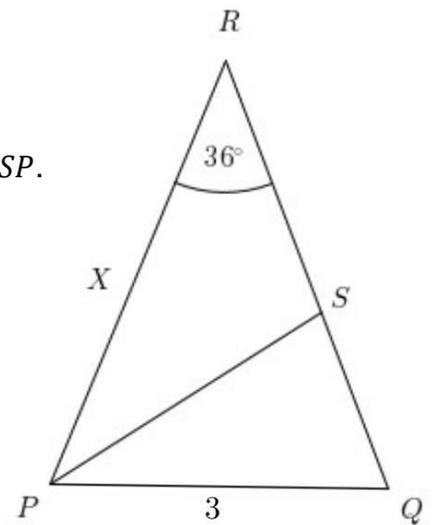


Fig. 8

42. En la figura 9, se tiene una circunferencia de centro O y radio r , \overline{MN} es diámetro. Si $\overline{MP} = r$ y G punto medio de \overline{MP} , entonces \overline{GN} es equivalente a:

- A) $r\sqrt{3}$
- B) $\frac{r\sqrt{3}}{2}$
- C) $\frac{r\sqrt{13}}{2}$
- D) $r\sqrt{21}$
- E) No se puede determinar.

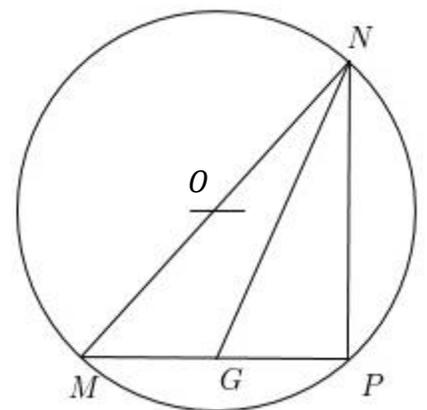


Fig. 9

43. En la figura 10, dadas las dimensiones del rectángulo $ABCD$, entonces la medida del lado \overline{BE} en el rectángulo $DBEF$ mide:

- A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$
- C) $\frac{2}{3}\sqrt{5}$
- D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$
- E) 1

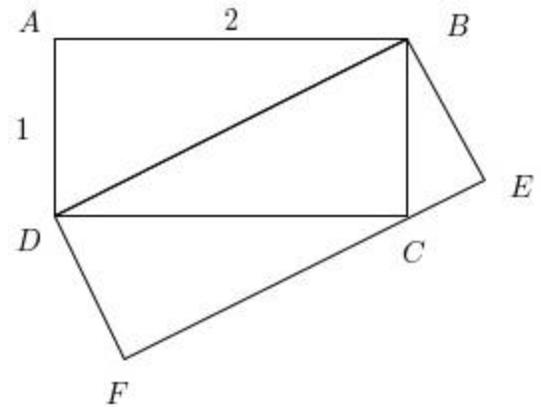


Fig. 10

44. Dada la figura 11, donde \overline{BE} es bisectriz y el $\sphericalangle CBA = 60^\circ$, entonces **no** se cumple que:

- A) $\overline{EC} < \overline{BC}$
- B) $\overline{BC} < \overline{AC}$
- C) $\overline{AE} < \overline{BE}$
- D) $\overline{AC} < \overline{AB}$
- E) $\overline{BC} < \overline{AB}$

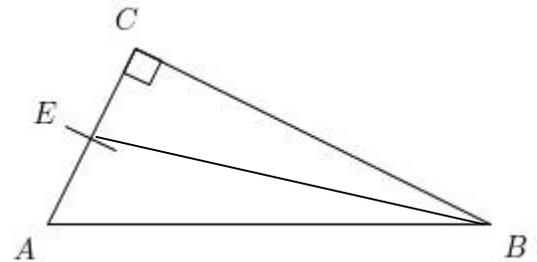


Fig. 11

45. En un $\triangle ABC$ rectángulo en C , se conocen las proyecciones $p = 3,2$ cm y $q = 1,8$ cm, como se ve en la figura 12. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. $a = 4$ cm
- II. $h < 2,5$
- III. Área $\triangle ABC = 6$ cm²

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

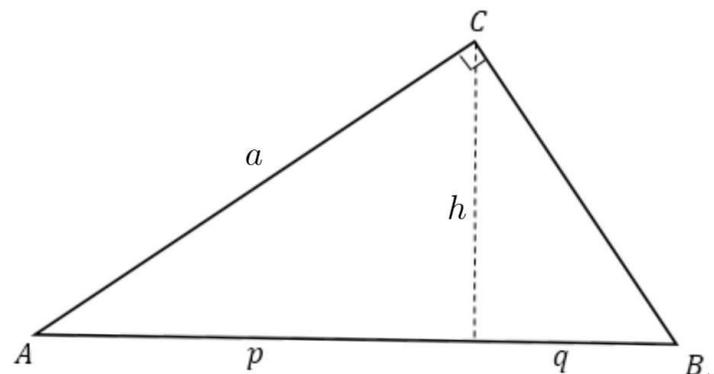


Fig. 12

46. Se tiene el punto $A(1,3)$ y el punto $B(3,4)$. ¿Cuál es la ecuación de la recta que corresponde a los puntos A y B ?

- A) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
 B) $y = -2x - 1$
 C) $y = 2x + 1$
 D) $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$
 E) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

47. Se tienen las siguientes rectas en el plano cartesiano: $y_1 = x + 1$, $y_2 = -2x - 2$, $y_3 = \frac{1}{2}x$. Se puede afirmar que:

- I. $y_2 \perp y_3$.
 II. y_1 intersecta a y_3 en el punto $(-2, -1)$.
 III. y_3 es la única recta que pasa por el cuadrante II.

- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo I y II
 D) Sólo I y III
 E) I, II y III

48. En la figura 13 se muestra una homotecia de centro O y razón de homotecia 2 que transforma a $ABCD$ en $A'B'C'D'$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. $\overline{DC} \parallel \overline{D'C'}$
 II. $\overline{OA} = \frac{1}{2}\overline{OA'}$
 III. $\overline{A'B'} = 2\overline{AB}$

- A) Sólo I
 B) Sólo III
 C) Sólo I y II
 D) Sólo I y III
 E) I, II y III

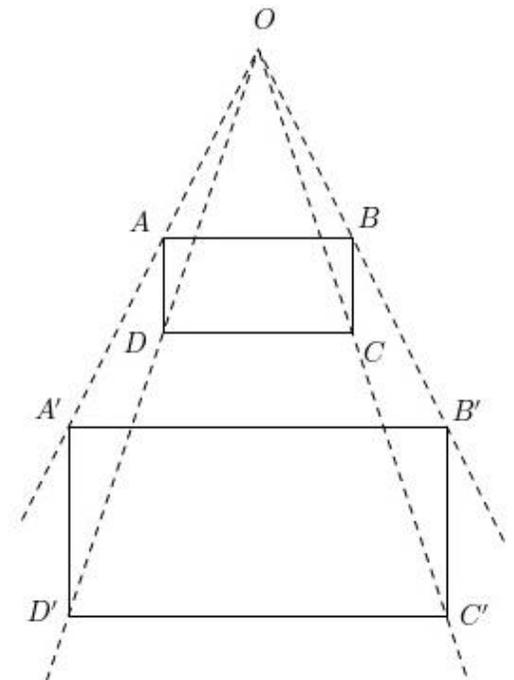


Fig. 13

49. Se tiene el punto $A(1,1)$ el cual se traslada 2 unidades a la derecha y 3 hacia arriba, generándose el punto A' . ¿Cuál es la distancia desde A hasta el punto medio del segmento $\overline{AA'}$?

- A) 13
- B) $\sqrt{13}$
- C) $\frac{13}{2}$
- D) 5
- E) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

50. En la figura 14, a y b son números mayores que 0. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. La pendiente de L es negativa.
- II. (a, b) pertenece a la recta L .
- III. La recta de ecuación $y = \frac{a}{b}x$ es perpendicular a L .

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

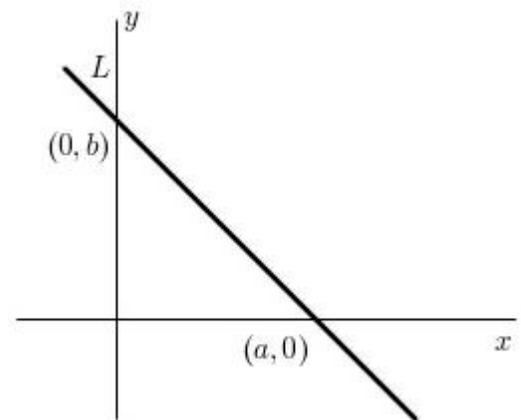


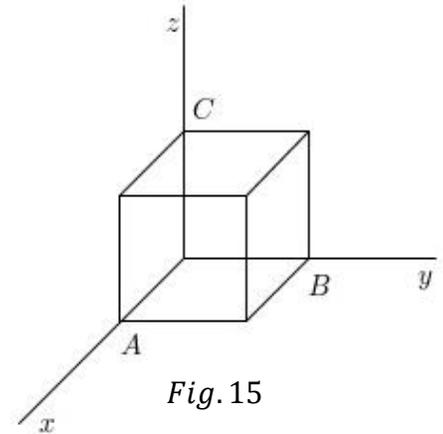
Fig. 14

51. Se tiene un cuadrado de lado $2a$ y un rectángulo de $4a$ de largo y a de alto. El cuadrado gira indefinidamente con respecto a uno de sus lados, mientras que el rectángulo gira indefinidamente con respecto al eje central de su largo. De las figuras resultantes es verdadero que:

- A) El volumen de ambos cuerpos es igual.
- B) Ambos tienen la misma superficie en su base.
- C) El volumen de la figura formada por el rectángulo es el doble que el de la formada por el cuadrado.
- D) La superficie de la base de la figura formada por el cuadrado es la mitad que el de la formada por el rectángulo.
- E) Si se suman los volúmenes, el resultado es $12a^3$.

52. En la figura 15, las coordenadas de los vértices A , B y C del cubo son $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ y $(0,0,1)$, respectivamente. ¿Cuáles son las coordenadas del centro del cubo?

- A) $(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$
- B) $(1, \frac{1}{2}, 1)$
- C) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- D) $(1, 1, 1)$
- E) $(\frac{1}{2}, 1, 1)$



53. Se tiene un triángulo isósceles de base 6 y lado 5. Si comienza a rotar su altura en el eje, ¿Cuál es el volumen del cuerpo resultante?

- A) 12π
- B) 18π
- C) 24π
- D) 30π
- E) 36π

54. Una recta M pasa por el punto $A(2,2)$. Sabiendo que existe el vector director $\vec{v} = (1,3)$, ¿Cuál es la ecuación de la recta M ?

- A) $y = x - 2$
- B) $y = 3x - 4$
- C) $y = x + 2$
- D) $y = 3x - 8$
- E) $y = 3x + 4$

55. ¿Cuál es la ecuación vectorial de la recta equivalente a: $4x + 2 = 3y - 3$?

- A) $(x, y) = (-2, -19) + \lambda (3, 4)$
- B) $(x, y) = (-3, 1) + \lambda (-3, 4)$
- C) $(x, y) = (4, 3) + \lambda (3, 4)$
- D) $(x, y) = (9 - 1) + \lambda (4, 3)$
- E) $(x, y) = (-1, 9) + \lambda (-3, 4)$

56. Las notas de Pablo en biología son de 6,3 ; 3,8 ; 6,7 y 6,7. ¿Qué nota debe obtener Pablo en su quinta prueba para que su promedio final sea un 6,0?

- A) 7,0
- B) 6,5
- C) 6,3
- D) 6,0
- E) 5,9

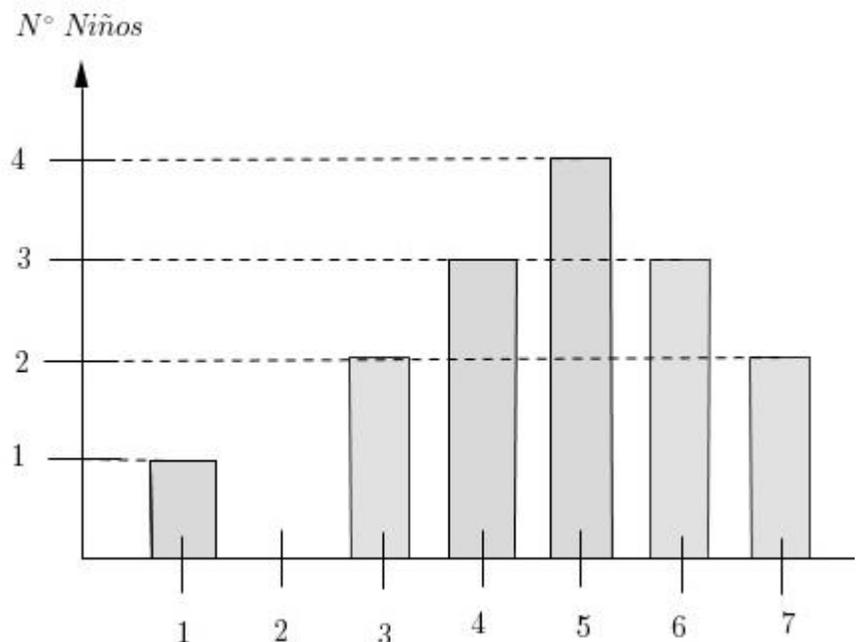
57. En una fila de 7 sillas se sientan cuatro mujeres y tres hombres ¿De cuantas maneras se pueden sentar ordenadamente, si las mujeres deben estar juntas y los hombres también?

- A) 2
- B) $4 \cdot 3$
- C) $3! \cdot 4! \cdot 2$
- D) $3! \cdot 4!$
- E) $4 \cdot 3 \cdot 2$

58. El gráfico de la figura 16, representa la distribución de las notas obtenidas por 15 niños en una prueba. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera(s)?

- I. 9 niños obtuvieron notas mayores o iguales a 5.
- II. La moda es la nota 5.
- III. La quinta parte del curso obtuvo nota inferior a 4.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III



59. La tabla adjunta muestra la distribución de los puntajes obtenidos por los alumnos de un curso en una prueba de matemáticas. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. El total de alumnos que rindió la prueba es 40.
- II. La mediana se encuentra en el intervalo $[20 - 29]$.
- III. El intervalo modal (o clase modal) es el intervalo $[30 - 39]$.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

Intervalos de puntaje	Frecuencia
10 – 19	6
20 – 29	8
30 – 39	12
40 – 49	5
50 – 59	9

60. A dos cursos distintos se les aplicó la misma prueba en iguales condiciones, obteniéndose las desviaciones estándares que se muestran en la tabla adjunta. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. El curso Q es el más homogéneo.
- II. El curso R es el más homogéneo.
- III. El curso Q presenta mayor dispersión en las notas.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo II y III
- D) Sólo I y III
- E) Ninguna de ellas.

CURSO	PROMEDIO	DESVIACIÓN ESTÁNDAR
Q	4,6	1
R	5,2	0,8

61. La tabla adjunta muestra la frecuencia de las notas de una asignatura de un curso de 38 alumnos, ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

Notas	1	2	3	4	5	6	7
Frecuencia	0	5	8	4	9	8	4

- I. La mediana de las notas es 4.
- II. La moda de las notas es 5.
- III. Más de un tercio del curso obtuvo nota menor que 4.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

62. En la siguiente tabla se muestran los promedios de las tallas de calzado de distintos cuartos básicos en un mismo colegio, donde cada curso tiene la misma cantidad de alumnos. De la tabla ¿Cuál(es) de las siguientes opciones se puede(n) desprender como información?

4°A	4°B	4°C	4°D	4°E	4°F
34,1	33,7	34,3	33,5	33,8	34

- I. En la tabla se muestra una distribución normal.
- II. El promedio poblacional de los cuartos básicos es de 33,9.
- III. El promedio poblacional es representativo.

- A) Sólo II
- B) Sólo I y II
- C) Sólo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de las anteriores

63. Considerando los datos: 1, 2, 2, 2, 2, 15. ¿Cuál(es) de las siguientes medidas de tendencia central, será(n) de correcta utilidad en un estudio estadístico de los datos mencionados?

- I. Moda
- II. Media Aritmética
- III. Mediana

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo I y III

64. La gráfica de la figura 17 representa la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua que distribuye $N(0,1)$. Si el área bajo la curva entre 0 y a , achurada en la figura, es 0,45347. ¿Cuál es el área bajo la curva en el intervalo $]-\infty, a[$?

- A) 0,65347
- B) 0,45347
- C) 0,95347
- D) 0,90694
- E) 1

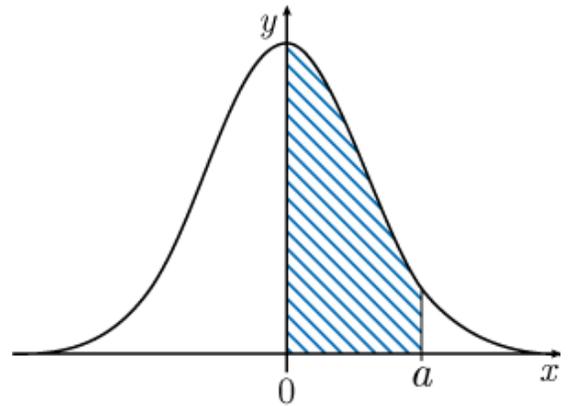


Fig. 17

65. ¿Cuál(es) de las siguientes alternativas es (son) correcta(s) respecto al gráfico de la figura 18 de la variable aleatoria X que tiene una distribución normal?

- I. El área A corresponde a la probabilidad de que X tome un valor menor a P_1 .
- II. El área B corresponde a la probabilidad de que X tome un valor menor a P_2 .
- III. La probabilidad de que X tome un valor mayor a P_1 es igual a la suma de las áreas B y C .

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo II y III

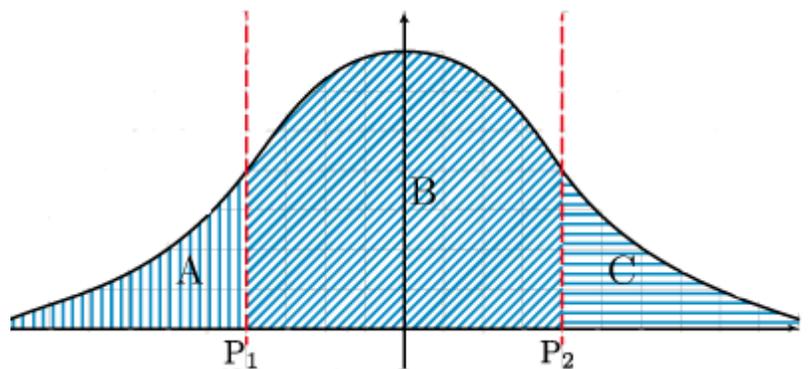


Fig. 18

66. Considere un experimento aleatorio que consiste en lanzar 3 monedas al aire, a partir del cual se define la variable aleatoria X como el “número de sellos obtenidos”. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a la función de probabilidad asociada a X ?

- A) $F(x) = \begin{cases} 1/8, & \text{si } x = 0 \\ 3/8, & \text{si } x = 1 \\ 3/8, & \text{si } x = 2 \\ 1/8, & \text{si } x = 3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- B) $F(x) = \begin{cases} 1/8, & \text{si } x = 0 \\ 1/2, & \text{si } x = 1 \\ 7/8, & \text{si } x = 2 \\ 1, & \text{si } x = 3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- C) $F(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{8}\right)^{(x-1)}, & \text{si } x = 0,1,2,3,4 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- D) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x = 0 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x, & \text{si } x = 1,2,3,4 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- E) $F(x) = \begin{cases} 1/4, & \text{si } x = 0 \\ 3/4, & \text{si } x = 1 \\ 3/4, & \text{si } x = 2 \\ 1/4, & \text{si } x = 3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

67. Una bolsa contiene 7 bolitas amarillas y 14 rojas, todas del mismo tamaño. ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar 3 bolitas sin reposición, éstas sean todas amarillas?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{9}$
- C) $\frac{1}{21}$
- D) $\frac{1}{38}$
- E) $\frac{1}{46}$

68. En 5.000 lanzamientos de dos dados, ¿Cuántas veces, en un valor aproximado, se esperaría que la suma de los puntos obtenidos sea mayor que 8?

- A) 500
- B) 1000
- C) 1390
- D) 2420
- E) No se puede saber.

69. ¿Cuál es la probabilidad de que una familia que tiene cinco hijos, tres de ellos sean varones?

- A) 0,75
- B) 0,25
- C) 0,3125
- D) 0,525
- E) 0,3

70. La siguiente tabla muestra los resultados de 5 grupos de personas que fueron a rendir el examen teórico para obtener la licencia de conducir clase B:

Curso	Aprobados	Reprobados
Grupo 1	25	14
Grupo 2	33	9
Grupo 3	28	10
Grupo 4	30	11
Grupo 5	35	5

Respecto a los resultados presentados en la tabla, si se selecciona una persona al azar, ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **verdaderas**?

- I. La probabilidad de que una persona apruebe el examen, sabiendo que pertenece al grupo 3 es $\frac{14}{19}$.
- II. La probabilidad de que la persona pertenezca al grupo 1 si ésta reprobó el examen es $\frac{14}{39}$.
- III. La probabilidad que la persona escogida al azar haya reprobado el examen si rindió la prueba con el grupo 5 es $\frac{1}{8}$.

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

71. Se define la variable aleatoria X como la cantidad de minutos de atraso de una persona a su trabajo en un cierto día. En la tabla adjunta se muestra la función de probabilidad de X . Dado que el valor esperado de X es 5 minutos, entonces su desviación estándar es:

k	0	2	4	8
$P(X = k)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$

- A) $\sqrt{44}$ minutos
- B) 10 minutos
- C) 0 minutos
- D) $\sqrt{10}$ minutos
- E) 44 minutos

72. Se extraen 4 naipes al azar de una baraja inglesa de 52 cartas y se define la variable aleatoria X como el “número de cartas literales (A, J, Q y K)”. La gráfica de la función de distribución de probabilidad de X es la que se muestra a continuación.

A partir de la gráfica de la figura 19, ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I. La probabilidad de extraer 1 naipe literal es 0,64.
- II. La probabilidad de obtener 2 o menos naipes literales es 0,92.
- III. Lo más probable es obtener 4 naipes literales.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

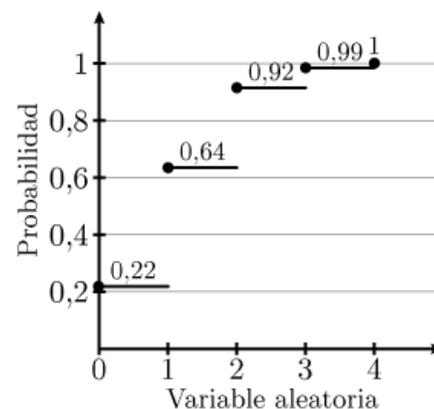


Fig. 19

73. Sea Y una variable aleatoria discreta cuya función de probabilidad es:

Y	$P(Y)$
0	0,1
1	0,4
2	0,1
3	0,2
4	0,1
5	0,1

Respecto a la información presentada, la probabilidad de que ocurra $P(2 \leq Y < 4,5)$ es:

- A) 0,4
- B) 0,5
- C) 0,6
- D) 0,9
- E) 1

Evaluación de suficiencia de datos
Instrucciones para las preguntas N°75 a N°80

En las siguientes preguntas no se pide solución al problema, si no que con los datos proporcionados se decida que tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se puede llegar a la solución del problema. Es así que se deberá marcar la opción:

- a) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es.
- b) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para responder la pregunta, pero la afirmación (1) por si sola no lo es.
- c) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para responder a la pregunta, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente.
- d) **Cada una por sí sola, (1) o (2)**, si cada una por si sola es suficiente para responder a la pregunta.
- e) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para responder a la pregunta y se requiere información adicional para llegar a la solución.

74. Sean M y N números reales. Se puede determinar que M y N son racionales si:

(1) $M \cdot N$ es racional

(2) $M \neq N$

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

75. Considere la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$. La función anterior representará una parábola si:

(1) $b^2 - 4ac \geq 0$

(2) $a \cdot b > 0$ y $b \cdot c < 0$

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

76. Se construye un rectángulo con un hilo de 60 cm de longitud. Se puede determinar las dimensiones del rectángulo, si:

(1) El lado más largo es 15 cm mayor que el menor.

(2) La razón entre sus lados es 1:2.

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

77. En la figura 20, se puede conocer la razón entre los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} si:

- (1) \overline{AB} es diámetro.
 (2) Se conoce la medida del arco \widehat{CD} .

- A) (1) por si sola
 B) (2) por si sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

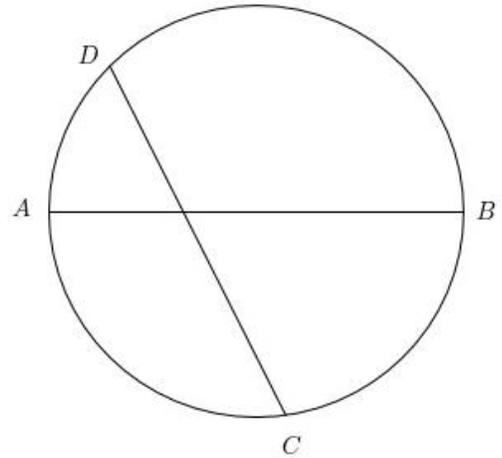


Fig. 20

78. Si en la circunferencia de la figura 21, \overline{AS} y \overline{AR} son tangentes en R y S , respectivamente. Entonces se puede determinar la medida del ángulo inscrito $\sphericalangle RPS$ si:

- (1) $\sphericalangle SAR = 30^\circ$
 (2) $\sphericalangle RSA$ excede en 45° al $\sphericalangle SAR$.

- A) (1) por si sola
 B) (2) por si sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

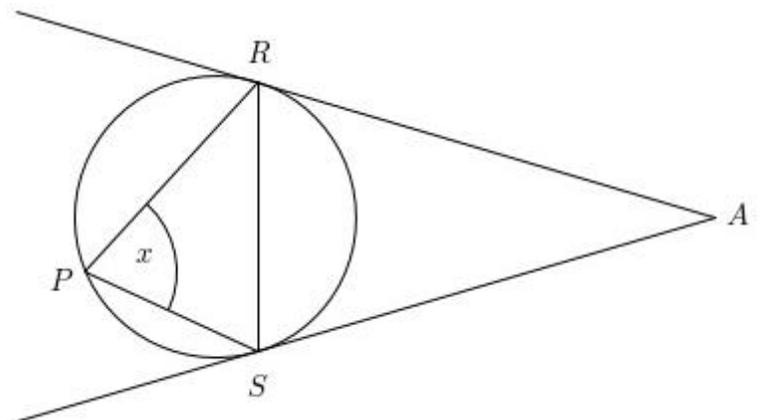


Fig. 21

79. Juan lanza una moneda al aire para corroborar que la probabilidad de que la moneda caiga con la cara hacia arriba sea de un 50%. Esto se puede determinar si se sabe que:

- (1) Ha lanzado la moneda 10 veces.
- (2) 5 veces la moneda ha caído con la cara hacia arriba.

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

80. De una población de n elementos, se obtendrán todas las muestras de tamaño m que se pueden formar con ella, con $n > m$ y donde las medias aritméticas de todas las muestras serán distintas. Se puede determinar la media de población, si se conoce:

- (1) La media aritmética de cada muestra.
- (2) El valor de n y de m .

- A) (1) por si sola
- B) (2) por si sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional