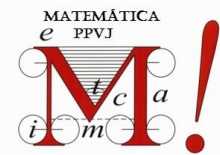




Preuniversitario Popular Víctor Jara
ÁREA MATEMÁTICA



ENSAYO DIAGNÓSTICO: MATEMÁTICAS 2016

(Basado en el modelo DEMRE 2015)

Nombre (completo): _____

Rut: _____

Curso: _____

Electivo: _____

Instrucciones Generales:

- 1.- Esta prueba consta de 80 preguntas, las cuales 75 serán consideradas en tu puntaje
- 2.- Las figuras que aparecen en la prueba son solo indicativas y no necesariamente representan las medidas reales
- 3.- Antes de responder las preguntas N°74 a la N°80, leer atentamente las instrucciones que aparecen después de la pregunta N°73. Estas instrucciones facilitaran sus respuestas
- 4.- Tiene 2 horas y 40 minutos para responder la prueba
- 5.- A continuación encontrara una serie de símbolos, los que puede consultar durante el desarrollo de los ejercicios

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	$\cong$	es congruente con
$>$	es mayor que	$\sim$	es semejante con
$\leq$	es menor o igual a	$\perp$	es perpendicular a
$\geq$	es mayor o igual a	$\neq$	es distinto de
$\angle$	ángulo recto	$//$	es paralelo a
$\sphericalangle$	ángulo	$\in$	pertenece a
$\log$	logaritmo en base 10	$\overline{AB}$	trazo AB
$\emptyset$	conjunto vacío	$ x $	valor absoluto de x
$\cup$	unión de conjuntos	$x!$	factorial de x
$\cap$	intersección de conjuntos	A^c	complemento del conjunto A
$\vec{u}$	vector u		



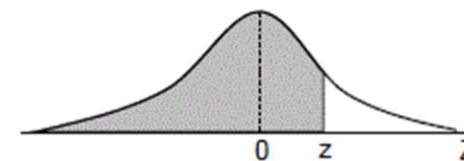
"Porque nuestro trabajo
tiene sentido y razón"
Víctor Jara



INSTRUCCIONES ESPECÍFICAS:

1. Las figuras que aparecen en el ensayo son solo **indicativas**.
2. Los gráficos que se representan en el modelo están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
3. Se entenderá por dado común, a aquel que posee 6 caras, donde al lanzarlo las caras son **equiprobables** de salir.
4. En esta prueba las dos opciones de una moneda son **equiprobables** de salir a menos que se indique lo contrario.
5. Los números complejos i y $-i$ son soluciones de la ecuación $x^2 + 1 = 0$.
6. Si z es un número complejo entonces $\bar{z}$ es un conjugado y $|z|$ es su módulo.
7. Si Z es una variable aleatoria continua, tal que $Z \sim N(0,1)$ y donde la parte sombreada de la figura representa $P(Z \leq z)$ entonces se verifica que

z	$P(Z \leq z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995



1. ¿Cuál(es) de las siguientes operaciones da(n) por resultado la unidad?

I) $\frac{7}{12} + \frac{5}{12}$

II) $\frac{7}{12} \cdot \frac{12}{7}$

III) $\frac{13}{12} : \frac{12}{13}$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) I, II y III

2. $\frac{0,1^2 - 0,1^3}{0,1} =$

- A) -1
- B) 0
- C) 0,1
- D) 0,009
- E) 0,09

3. Al realizar la operación $20 \div 3$ en una calculadora, ella da como resultado 6,666666667. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La calculadora redondea a la novena cifra decimal.
- II) La calculadora trunca a la novena cifra decimal.
- III) $\frac{20}{3}$ es un número decimal periódico.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

4. El resultado de $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{7}\right)$, truncado a la décima es:

- A) 0,1
- B) 0,2
- C) 0,3
- D) 0,8
- E) 0,7

5. Se repartirá un premio de \$624.000 entre Débora, Iván y Nicolás. Débora recibe $\frac{3}{8}$ del total, Iván recibe $\frac{2}{3}$ de lo que quedará y Nicolás el resto. ¿Cuánto reciben Iván y Nicolás, respectivamente?

- A) \$234.000 y \$260.000
- B) \$156.000 y \$134.000
- C) \$260.000 y \$364.000
- D) \$260.000 y \$130.000
- E) \$416.000 y \$208.000

6. Mario planea viajar de la ciudad M a la ciudad N, para lo cual deberá recorrer en su auto $1,344 \cdot 10^6$ m en tres días, de modo que cada día recorrerá la misma distancia.

El primer día Mario quiere conocer el pueblo donde parará a descansar. Para ello recorrerá adicionalmente a lo que va a recorrer en un día, 11 km en su auto.

¿Cuántos metros recorrerá durante el primer día en su auto, sabiendo que éste lo usará solo para los dos motivos mencionados?

- A) $11.000,448 \cdot 10^6$
- B) $11,448 \cdot 10^6$
- C) $4,59 \cdot 10^5$
- D) $4,48011 \cdot 10^5$
- E) $0,814 \cdot 10^{10}$

7. Sean a y b números racionales distintos de cero y sean m , n y k números enteros. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones podría ser FALSA?

- A) $(-a)^3 = -a^3$
 B) $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = \left(\frac{b}{a}\right)^0$
 C) $(-a)^{-2n} = \frac{1}{a^{2n}}$
 D) $(a^n)^{k+m} = a^{nk} + a^{nm}$
 E) $(a^{-m} \cdot b)^{-n} = \frac{a^{mn}}{b^n}$

8. Si a, b y c son números negativos tales que $\frac{1}{a-1} < \frac{1}{b-1} < \frac{1}{c-1}$, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es(son) verdadera(s)?

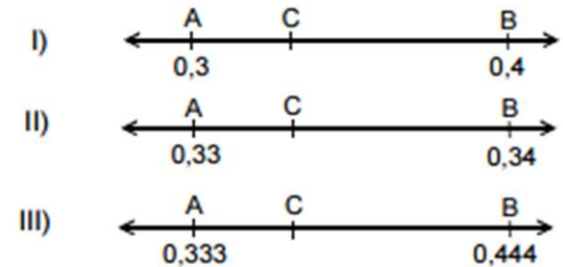
- I) $\frac{1}{(a-1)^2} < \frac{1}{(b-1)^2} < \frac{1}{(c-1)^2}$
 II) $\frac{b-1}{a-1} < 1 < \frac{b-1}{c-1}$
 III) $c < b < a$

- A) Solo I
 B) Solo II
 C) Solo III
 D) Solo I y II
 E) I, II y III

9. Si $A = 0,6\overline{9}$; $B = \frac{25}{36}$ y $C = \frac{70}{100}$, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A) $B < A < C$
 B) $B < A = C$
 C) $A = B < C$
 D) $A = B = C$
 E) $A = C < B$

10. En cada una de las rectas numéricas que se muestran en I), en II) y en III), el punto C es un punto tal que $AC = \frac{AB}{3}$. ¿En cual(es) de ellas $C = 0, \overline{3}$?



- A) Solo en I
 B) Solo en II
 C) Solo en III
 D) Solo en I y en II
 E) En I, en II y en III

11. Si se ordenan de menor a mayor los siguientes números: $\sqrt{5}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ y $\frac{11}{3}$, entonces el término del medio es:

- A) $\sqrt{5}$
 B) $2\sqrt{3}$
 C) $3\sqrt{2}$
 D) $\sqrt{7}$
 E) $\frac{11}{3}$

12. Si $\sqrt{3}$ es aproximadamente 1,7320, entonces $\sqrt{0,27}$ aproximado por redondeo a la centésima es:

- A) 0,50
 B) 0,51
 C) 0,52
 D) 0,05
 E) Ninguno de los valores anteriores

13. La expresión $-(6 - \sqrt{6})^2$ es:

- A) Un número irracional positivo.
- B) Un número racional positivo.
- C) Un número racional negativo
- D) Un número irracional negativo
- E) Cero

14. Sean p, q y r números mayores que 1. Si $\log_5 \sqrt{p} > \log_4 q > \log_3 2r$, entonces se cumple que:

- A) $p > q > r$
- B) $r > p > q$
- C) $r > q > p$
- D) $q > p > r$
- E) $p > r > q$

15. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $(\sqrt{3} + 4)^2 = 19$
 - II) $\sqrt{\sqrt{5} + 1} \cdot \sqrt{\sqrt{5} - 1} = 2$
 - III) $\frac{2\sqrt{50} + 4\sqrt{18}}{\sqrt{8}} = 11$
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) Solo II y III
 - E) I, II y III

16. Sean Z y W dos números complejos tales que la suma de ellos es $3 - 2i$ y la parte real del primero es 5. Si el cociente entre el primero con el segundo es un número real. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

- I) $|Z| > |W|$
 - II) $|Z - W| < |Z + W|$
 - III) $|Z + W| < 2|Z|$
- A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo I y II
 - D) Sólo I y III
 - E) I, II y III

17. Si el área de una figura plana está representada por la expresión:

- I) $x^2 + 4x + 4$, entonces la figura puede ser un cuadrado de lado $(x + 2)$.
- II) $x^2 - 9$, entonces la figura puede ser un cuadrado de lado $(x - 3)$.
- III) $x^2 + 7x + 12$, entonces la figura puede ser un rectángulo donde uno de sus lados es $(x + 4)$

Es (son) verdadera(s):

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) Ninguna de ellas

18. Se tienen \$16.000 en monedas de \$500 y de \$50. Si el total de monedas es 50, entonces la cantidad de monedas de \$500 es:

- A) 32
- B) 30
- C) 27
- D) 20
- E) 18

19. Para $x \neq 0$, la expresión $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ es igual a:

- A) $\frac{x^2+x+1}{x^2}$
 B) $x^2 + x + 1$
 C) $\frac{3}{1+x+x^2}$
 D) $1 + \frac{2}{x^2}$
 E) $\frac{(x+1)^2}{x^2}$

20. Sean a, b y p números reales, tales que $a > b$ y $p = \frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$.
 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?

- A) $p = 1$
 B) Si $b < 0$, entonces $p < 1$.
 C) $p > 1$
 D) Si $b > 0$, entonces $p < 1$.
 E) $p = 0$

21. ¿Cuál de los siguientes sistemas está compuesto por dos ecuaciones lineales?

- A) $\begin{cases} 2xy + 3y = 7 \\ x - y = 0 \end{cases}$
 B) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$
 C) $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$
 D) $\begin{cases} \frac{x}{y} = 2 + y \\ x - y = 7 \end{cases}$
 E) $\begin{cases} x - 4y = 2 \\ (x - 2)(5 + 6y) = 0 \end{cases}$

22. Un vehículo ha recorrido pq kilómetros, donde p es el dígito de las decenas y q el dígito de las unidades. La suma de los dígitos que componen dicho número es ocho. Dieciocho kilómetros más adelante ha recorrido qp kilómetros, donde q es el dígito de las decenas y p el dígito de las unidades. ¿Cuál de los siguientes sistemas permite determinar los kilómetros recorridos?

- A) $\begin{cases} p + q = 8 \\ p + q = 10q + p - 18 \end{cases}$
 B) $\begin{cases} p + q = 8 \\ 10q + p = 10p + q + 18 \end{cases}$
 C) $\begin{cases} p + q = 8 \\ p + q - 18 = 10p + q \end{cases}$
 D) $\begin{cases} p + q = 8 \\ 10q + p + 18 = 10p + q \end{cases}$
 E) $\begin{cases} p + q = 8 \\ p + q + 18 = 10p + q \end{cases}$

23. Las soluciones de la ecuación $3(x - 2)^2 = 7$ están representadas en:

- A) $2 \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$
 B) $-2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$
 C) $2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$
 D) $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$
 E) $\frac{(2 \pm \sqrt{7})}{3}$

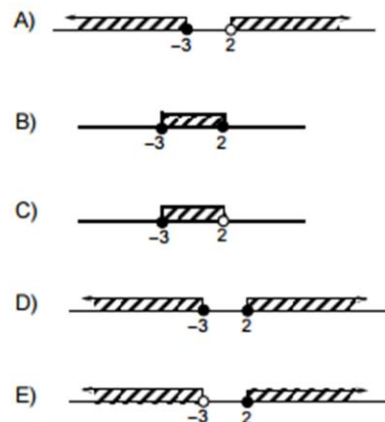
24. Juan para una tarea debe cortar, en forma rectangular, un cartón cuya área debe ser de 2.500 cm^2 y donde el largo (x) debe exceder al ancho en 75 cm. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite a Juan determinar el largo y el ancho del cartón, en cm?

- A) $x^2 - 75x = 2500$
- B) $x^2 + 75x = 2500$
- C) $x^2 - 75 = 2500$
- D) $x^2 + 75 = 2500$
- E) $4x - 150 = 2500$

25. Leonardo tiene una cierta cantidad de dinero en monedas de \$500. Si le regalaran otras 5 de estas monedas tendría menos de \$50.000, pero si gastara \$10.000 le quedarían más de 20 monedas de \$500. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera, con respecto al dinero que tiene Leonardo?

- A) Tiene \$ 20.000.
- B) Tiene \$ 47.500.
- C) Tiene más de \$ 47.500.
- D) Tiene menos de \$ 20.000.
- E) Tiene más de \$ 20.000 y menos de \$ 47.500

26. El gráfico que representa el conjunto de los números reales que son menores o iguales a -3 ó mayores que 2, es:



27. ¿Cuáles son todos los valores de x que satisfacen simultáneamente las inecuaciones $2x + 1 \leq 3 - x$ y $\frac{1}{x+2} < 1$?

- A) $x < -1$ y $x \neq -2$
- B) $-2 < x < -1$
- C) $x \leq \frac{2}{3}$ y $x \neq -2$
- D) $-2 < x \leq \frac{2}{3}$
- E) $-1 < x \leq \frac{2}{3}$

28. En un $\triangle ABC$, $BC = m$, $AC = x$ y $AB = 2x - 1$. Si $x \geq 1$, entonces m al intervalo:

- A) $]x - 1, 3x - 1[$
- B) $[x, 2x - 1]$
- C) $]0, 3x - 1[$
- D) $[1, 3x - 1[$
- E) $[x, 3x - 1[$

29. Un técnico cobra un cargo fijo de \$ 17.000 más \$ 1.500 por hora de trabajo. ¿Cuál de las siguientes funciones modela el cobro, en pesos, para un trabajo de n horas de este técnico?

- A) $g(n) = 17.000n + 1.500$
- B) $f(n) = 17.000 + 1.500n$
- C) $h(n) = 18.500n$
- D) $p(n) = 17.000 \cdot 1.500n$
- E) $q(n) = n + 18.500$

30. Sean f y g funciones tales que $g(x) = 1$, para $x \geq 2$; $g(x) = -1$, para $x < 2$ y $f(x) = \sqrt{x}$, para $x \geq 0$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $f(g(x))$ sólo está definida para $x \geq 2$.
- II) $g(f(x))$ está definida para todos los números reales.
- III) $f(g(4)) = g(f(4))$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

31. Sea p un número real distinto de cero y f la función definida por $f(x) = px$, con dominio los números reales. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA, con respecto a f , para algún valor de p ?

- A) La imagen de la suma de dos números reales es la suma de sus imágenes.
- B) La preimagen de un número entero es un número entero.
- C) La preimagen del cero es el cero.
- D) La imagen del doble de un número es el doble de la imagen del número.
- E) La imagen de p es un número real no negativo.

32. Si $f(x) = \sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{x^2}$, entonces $f(-2)$ es igual a:

- A) 5
- B) 1
- C) -1
- D) 3
- E) Ninguno de los valores anteriores.

33. Sea la función f definida por $f(x) = x^2 + 2ax - 1$, con $a \neq 0$ y dominio el conjunto de los números reales. El valor de x donde la función alcanza su valor mínimo es:

- A) -1
- B) $3a^2 - 1$
- C) a
- D) $-a^2 - 1$
- E) $-a$

34. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a las funciones de la forma $f(x) = x^2 - p$, con dominio los números reales?

- I) Si $p > 0$, entonces la gráfica de f intersecta al eje x en un solo punto.
- II) Si $p < 0$, entonces la gráfica de f no intersecta al eje x .
- III) Si $p < 0$, entonces la ordenada del punto donde la gráfica de f intersecta al eje y es positiva.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

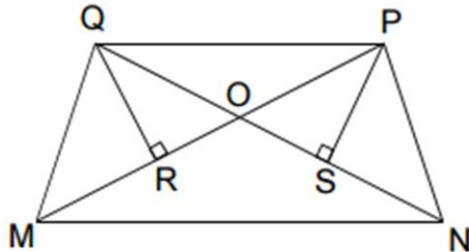
35. Sean las funciones $f(x) = x^4$ y $g(x) = x^2$, con dominio el conjunto de los números reales. ¿Cuál es el menor conjunto que contiene a todos los números reales que satisfacen la desigualdad $f(x) \leq g(x)$?

- A) $\mathbb{R}$
- B) $] -\infty, -1[\cup] 1, \infty[$
- C) $] -1, 1[$
- D) $[0, 1]$
- E) $[-1, 1]$

36. En la figura, $MNPQ$ es un trapecio isósceles, S pertenece a $\overline{QN}$ y R pertenece a $\overline{MP}$. Si O es la intersección de las diagonales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) siempre verdadera(s)?

- I) $\triangle MRQ \cong \triangle NSP$
 II) $\triangle OSP \cong \triangle NSP$
 III) $\triangle MOQ \cong \triangle NOP$

- A) Solo I
 B) Solo I y II
 C) Solo I y III
 D) Solo II y III
 E) I, II y III

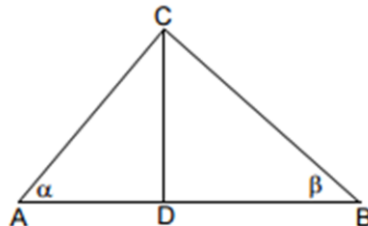


37. Al punto $(6, -4)$ se le aplica una traslación obteniendo el punto $(12, -8)$. Si al punto $(-3, 5)$ se le aplica la misma traslación, entonces se obtiene el punto:

- A) $(-6, 10)$
 B) $(-9, 9)$
 C) $(9, -3)$
 D) $(3, 1)$
 E) $(6, 9)$

38. En la figura, $\overline{CD}$ es una altura del triángulo ABC . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones NO permite concluir que el triángulo ADC sea congruente con el triángulo BDC ?

- A) $\alpha = \beta$
 B) D es el punto medio de $\overline{AB}$.
 C) $\alpha + \beta = 90^\circ$
 D) $AC = CB$
 E) $\overline{CD}$ es un eje de simetría del triángulo ABC



39. Dados $\vec{v} = (m, 2)$ y $\vec{u} = (3, 4)$, ¿cuál de los siguientes números puede ser el valor de m para que la longitud de $\vec{v}$ sea el doble de la longitud de $\vec{u}$?

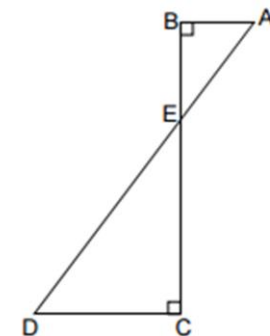
- A) $\sqrt{96}$
 B) $\sqrt{104}$
 C) $\sqrt{46}$
 D) $\sqrt{21}$
 E) 1

40. Dos vértices de un cuadrado son los puntos $(0, 0)$ y $(3, 4)$. ¿Cuál de los siguientes puntos NO puede ser otro de los vértices del cuadrado?

- A) $(4, -3)$
 B) $(7, 1)$
 C) $(5, 0)$
 D) $(-4, 3)$
 E) $(-1, 7)$

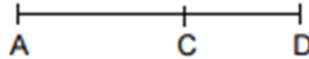
41. En la figura, $AB = 6 \text{ cm}$, $AE = 10 \text{ cm}$ y $BC = 24 \text{ cm}$. La medida de $\overline{AD}$ es:

- A) 20 cm
 B) 30 cm
 C) $\frac{110}{3} \text{ cm}$
 D) $\frac{114}{5} \text{ cm}$
 E) $\frac{80}{3} \text{ cm}$



42. En la figura, $AC = 24 \text{ cm}$ y $AC : AD = 2 : 3$. La medida del segmento CD es igual a:

- A) 12 cm
- B) 14,4 cm
- C) 16 cm
- D) 36 cm
- E) Ninguno de los valores anteriores.

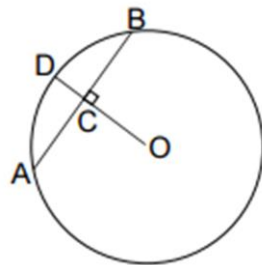


43. Si $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, donde $\overline{AB}$ es homólogo con $\overline{DE}$, $AB = a \text{ cm}$ y $DE = 3a \text{ cm}$, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?

- A) Si el área del triángulo ABC es 16 cm^2 , entonces el área del triángulo DEF es 48 cm^2
- B) $3\angle ABC = \angle DEF$
- C) El perímetro del triángulo ABC es un tercio del perímetro del triángulo DEF .
- D) $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$; $\overline{DE} \parallel \overline{DF}$; $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$
- E) Ninguna de las anteriores

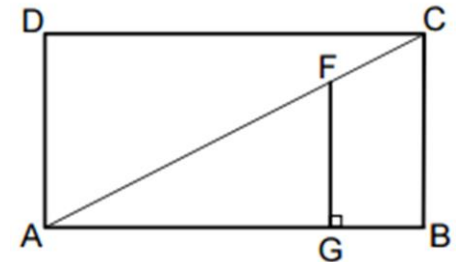
44. En la circunferencia de centro O y radio 12 cm de la figura, $CD = 5 \text{ cm}$. ¿Cuánto mide el segmento AC ?

- A) $\sqrt{95} \text{ cm}$
- B) $\sqrt{60} \text{ cm}$
- C) 7 cm
- D) $\sqrt{35} \text{ cm}$
- E) Indeterminable con los datos dados.



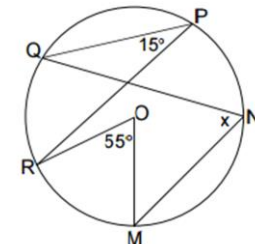
45. En el rectángulo de la figura el punto G está en AB y F en la diagonal AC . Si $AD = 4 \text{ cm}$, $AG = 6 \text{ cm}$ y $AB = 2AD$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $6 : GF = 2 : BC$
 - II) $FC = \sqrt{5} \text{ cm}$
 - III) $\triangle ACD \sim \triangle FAG$
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo I y III
 - D) Solo II y III
 - E) I, II y III



46. En la figura 7, M, N, P, Q y R están en la circunferencia de centro O . El valor del ángulo x es:

- A) $42,5^\circ$
- B) 70°
- C) 35°
- D) $31,25^\circ$
- E) 125°



47. En un triángulo ABC rectángulo en C cuya hipotenusa mide p , la medida de la proyección de un cateto sobre ella es m . ¿Cuál de las siguientes expresiones siempre representa al cuadrado de la medida del otro cateto?

- A) pm
- B) $p^2 - m^2$
- C) $(p - m)^2$
- D) $(pm)^2$
- E) $p^2 - pm$

48. Sean ABC y $A'B'C'$ dos triángulos semejantes, con $\overline{AC}$ y $\overline{A'C'}$ lados homólogos, $AC = 20$ cm y $A'C' = 8$ cm. Si el triángulo ABC tiene un área de M cm², ¿cuál de las siguientes expresiones representa el área del triángulo $A'B'C'$, en cm²?

- A) $\frac{25}{4}M$
- B) $\frac{2}{5}M$
- C) $\frac{5}{2}M$
- D) $\frac{4}{25}M$
- E) Ninguna de las anteriores.

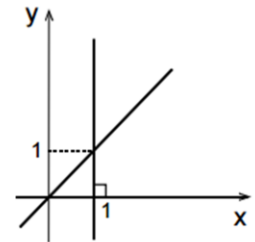
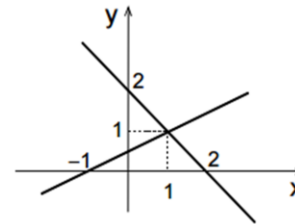
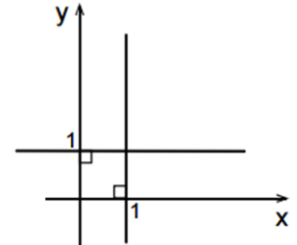
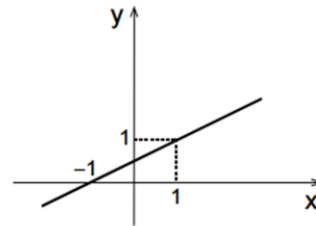
49. Si la ecuación de la recta L_1 es $y = -3x + 3$, la recta L_2 intersecta al eje y en el punto $(0, 6)$ y $L_1 \parallel L_2$, entonces L_2 intersecta al eje x en el punto:

- A) $(-18, 0)$
- B) $(2, 0)$
- C) $(0, 6)$
- D) $(1, 0)$
- E) $(-2, 0)$

50. El punto $B(5, 4)$ se rota en torno al punto $A(1, 1)$ en 90° , obteniéndose el punto B' . ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B' ?

- A) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$
- B) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$
- C) $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$
- D) $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$
- E) $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$

51. En la figura, se muestra la representación gráfica de cuatro sistemas de ecuaciones. ¿Cuál de los siguientes sistemas NO ha sido representado en la figura?



- A) $x = 1; y = x$
- B) $x = 1; y = 1$
- C) $y = -x + 2; y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$
- D) $2y - x = 1; y = x$
- E) $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}; 2y - x = 1$

52. Sean L y M dos rectas en el plano cartesiano tales que M tiene pendiente 1 y pasa por el origen, L es una recta que tiene pendiente 0 y es distinta al eje x . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

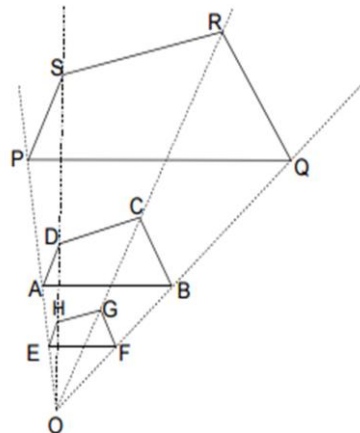
- I) L es paralela al eje x .
- II) L puede intersectar a M en el tercer cuadrante.
- III) Si L pasa por el punto $(0, 4)$, entonces ambas rectas se intersectan en el punto $(4, 4)$.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

53. En la figura se muestran dos homotecias: una de centro O y razón de homotecia 2 que transforma a $ABCD$ en $PQRS$ y la otra de centro O y razón de homotecia 0,5 que transforma a $ABCD$ en $EFGH$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si BQ es igual a 5 cm, entonces BF es igual a 2,5 cm.
- II) $OH = \frac{1}{3} SH$
- III) $EH \parallel PS$

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

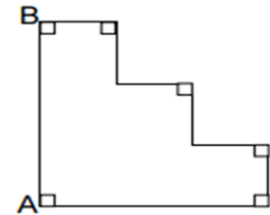


54. Sean los puntos M y P de coordenadas $(2, 3)$ y $(5, p)$, respectivamente, con P en el cuarto cuadrante. Si la distancia entre estos puntos es 7 unidades, entonces el valor de p es:

- A) $3 - 2\sqrt{10}$
- B) $3 + 2\sqrt{10}$
- C) $\sqrt{31}$
- D) $-\sqrt{31}$
- E) $-\sqrt{67}$

55. Si el polígono de la figura, se hace girar indefinidamente en torno al lado AB , entonces se obtiene un cuerpo que está formado por:

- A) Seis cubos.
- B) Tres cilindros.
- C) Doce cubos.
- D) Un cono.
- E) Una pirámide.

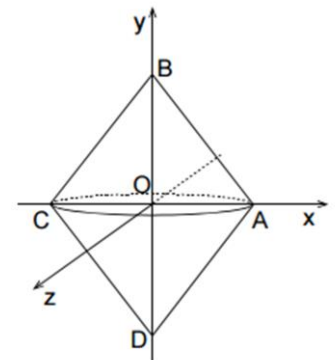


56. En la figura, $AB = AD$ y los puntos A, B, C y D pertenecen a los ejes coordenados. Para obtener los dos conos cuya base es la circunferencia que tiene a CA como diámetro, se puede girar en forma indefinida

- I) El triángulo AOB en torno al eje y , luego en torno al eje x
- II) El triángulo CAB en torno al eje x
- III) El cuadrilátero $ABCD$ en torno a CA

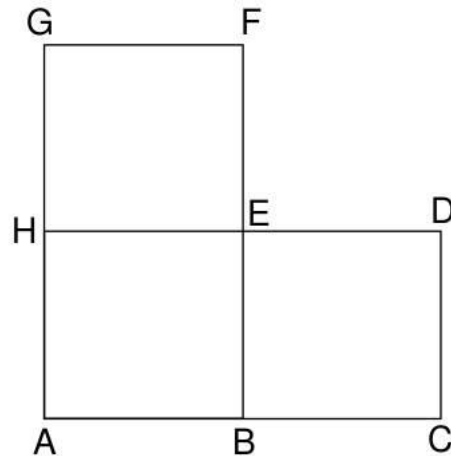
Es (son) verdadera(s)

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) Ninguna de ellas



57. En la figura, ABEH, BCDE y EFGH son cuadrados. Si V_1 es el volumen del sólido generado al rotar indefinidamente el triángulo AFG en torno al segmento AG, V_2 es el volumen del sólido generado al rotar indefinidamente el triángulo ABF en torno al segmento AB y V_3 es el volumen del sólido generado al rotar indefinidamente el triángulo AHD en torno al segmento AH, entonces se cumple que:

- A) $V_1 = V_2 = V_3$
 B) $V_1 < V_2 = V_3$
 C) $V_1 < V_3 < V_2$
 D) $V_1 < V_2 < V_3$
 E) $V_2 = V_3 < V_1$



58. En las opciones se muestran ecuaciones vectoriales, para t variando en los números reales, ¿en cuál de ellas la recta asociada NO pasa por el origen?

- A) $\vec{v}(t) = t(1,2,3)$
 B) $\vec{p}(t) = (2,4,6) + t(1,2,3)$
 C) $\vec{g}(t) = (-3,9,-12) + t(1,-3,4)$
 D) $\vec{n}(t) = (-2,-10,-28) + t(1,5,14)$
 E) $\vec{m}(t) = (2,10,21) + t(1,5,7)$

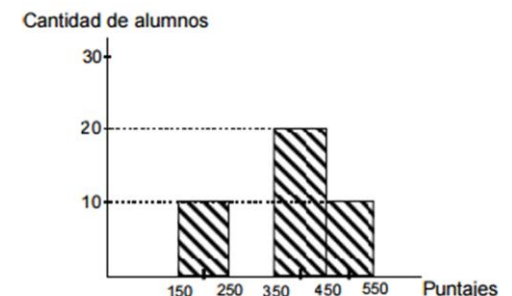
59. La tabla adjunta muestra algunos de los datos que resultan de encuestar a un grupo de adultos mayores sobre la edad que tienen. Con respecto a los datos de esta tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

Edad (años)	Frecuencia	Frecuencia acumulada
[60, 63[	5	
[63, 66[		23
[66, 69[	42	
[69, 72[	27	
[72, 75]		100

- A) La marca de clase del segundo intervalo es 64,5 años.
 B) El rango de la variable edad es 15 años.
 C) La moda es 42.
 D) La mediana se encuentra en el intervalo [66, 69[
 E) La frecuencia relativa porcentual del último intervalo es 8%.

60. El gráfico de la figura, muestra los puntajes, en intervalos, obtenidos en una prueba por los alumnos de un curso. Se desconoce el número de personas que obtuvo puntajes entre 250 y 350 puntos. Si se sabe que el promedio total del curso, obtenido a partir de la marca de clase, es de 360 puntos, ¿cuántos alumnos rindieron la prueba?

- A) 50
 B) 40
 C) 30
 D) 20
 E) 10



61. Se tienen los puntajes del total de estudiantes de un curso en un examen de matemática, los cuales se agrupan posteriormente en intervalos como se muestra en la tabla adjunta. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

Puntajes	Nº de alumnos
[0,9]	2
[10,19]	4
[20,29]	7
[30,39]	15
[40,50]	17

- A) 39 alumnos obtuvieron al menos 20 puntos.
 B) 45 alumnos rindieron el examen.
 C) La mediana de los puntajes se encuentra en el intervalo [30, 39].
 D) 6 alumnos obtuvieron a lo más 19 puntos.
 E) Se puede deducir que la moda de los puntajes de los alumnos se encuentra en el intervalo [40, 50].
62. Al observar los grupos de datos P y Q de la tabla adjunta, se puede deducir que:

P	10	12	13	13	15	16
Q	10	12	13	13	15	17

- A) Solo las medias aritméticas y las modas de P y Q son iguales.
 B) Las medias aritméticas y las medianas de P y Q son iguales.
 C) Las medianas y las modas de P y Q son iguales.
 D) Las medias aritméticas, las medianas y las modas de P y Q son iguales.
 E) Las medias aritméticas, las medianas y las modas de P y Q son diferentes.

63. Si a , b y c son tres números enteros cuya desviación estándar es σ , entonces la desviación estándar de na , nb y nc , con n un número entero positivo, es:

- A) $n^2\sigma$
 B) σ
 C) $\sqrt{n}\sigma$
 D) $n\sigma$
 E) $3n\sigma$

64. Sea el conjunto A formado por los elementos a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 y a_6 , con desviación estándar σ y varianza σ^2 . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) σ y σ^2 nunca serán iguales.
 B) σ^2 nunca será cero.
 C) Siempre $\sigma^2 > \sigma$.
 D) Si los elementos de A son números impares consecutivos, entonces $\sigma = 1$.
 E) Si los elementos de A son números enteros positivos distintos entre sí, entonces σ es mayor que cero.

65. Un grupo de veinte personas se reunió a comer en un restaurante. Doce comieron mariscos y ocho comieron carne. Al día siguiente, trece de ellos amanecieron enfermos, de los cuales nueve consumieron mariscos. Si de los enfermos se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que hubiese consumido carne?

- A) $\frac{4}{20}$
 B) $\frac{4}{13}$
 C) $\frac{4}{8}$
 D) $\frac{9}{13}$
 E) $\frac{4}{9}$

66. Valentina , Débora, Constanza y Gabriela pertenecen a un grupo. Un profesor debe elegir a dos de ellas para realizar un trabajo de matemática. ¿Cuál es el máximo número de combinaciones de parejas que se pueden formar con estas cuatro niñas?

- A) 8
- B) 2
- C) 6
- D) 12
- E) 16

67. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?

- I) Al lanzar un dado común, para que salga un 6 es necesario lanzarlo como mínimo 6 veces.
- II) Al lanzar una moneda dos veces, los casos favorables de obtener dos caras es la misma de obtener dos sellos.
- III) Al lanzar seis dados comunes a la vez, la probabilidad de que en todos ellos aparezca el 1 es 0.

- A) Solo II
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

68. Se tienen tres cajas con dos bolitas, una de color azul y otra de color blanco, en cada una de ellas y todas las bolitas son del mismo tipo. Si se extrae al azar una bolita de cada caja, ¿cuál es la probabilidad de que éstas sean dos azules y una blanca?

- A) $\frac{2}{9}$
- B) $\frac{3}{8}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{1}{8}$
- E) $\frac{3}{4}$

69. Una caja contiene en total 10 fichas del mismo tipo y solo de dos colores, m son azules y n son rojas. Si se extraen al azar 4 fichas a la vez de la caja y se define la variable aleatoria X como el número de fichas azules que se obtienen, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si $3m = 7n$, entonces los posibles valores de X son: 1, 2, 3 y 4.
- II) Si $n = m + 6$, entonces los posibles valores de X son: 2, 3 y 4.
- III) Si $\frac{m}{n} = 1$, entonces los posibles valores de X son: 0, 1, 2, 3 y 4.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

70. Una urna contiene 20 bolitas, todas del mismo tipo, seis están marcadas con el 1, diez con el 2 y cuatro con el 3. Se saca una bolita al azar de la urna, se registra su número y se devuelve a la urna, luego se saca otra bolita al azar y se registra su número. Si se define la variable aleatoria X como “el producto de los números de las bolitas extraídas”, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Los valores que puede tomar la variable X son 1, 2, 3, 4, 6 ó 9.
- II) $P(X = 2) = \frac{3}{20}$
- III) $P(X = 1) = \frac{9}{100}$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

71. En el experimento de lanzar dos dados comunes se define la variable aleatoria X como el valor absoluto de la diferencia de los números que se obtienen. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

- A) $P(X \geq 0) = 1$
- B) $P(X \geq 2) = \frac{10}{21}$
- C) $P(X = 0) = \frac{6}{36}$
- D) El recorrido de X es $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
- E) $P(X \leq 5) = 1$

72. El promedio de notas de un curso en matemáticas es una variable aleatoria que se distribuye de forma normal con los siguientes datos: $(\mu; \sigma) = (4.8; 0.7)$. ¿Entre que promedios de notas de matemáticas se encuentra aproximadamente el 95,4% de los estudiantes del curso cuyos promedios son lo mas cercanos al 4,8?

- A) $]3.4, 6.2[$
- B) $]4, 6[$
- C) $]4.1, 6.3[$
- D) $]2.3, 6.3[$
- E) $]1.3, 6.3[$

73. Si P es una función de probabilidad en un experimento aleatorio donde se definen dos sucesos A y B , con $P(A) \neq 0$ y $P(B) \neq 0$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?

- I) Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces $P(A/B) = 0$.
 - II) Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces $P(B/A) = P(B)$.
 - III) Si A y B son independientes, entonces $P(A/B) = P(B/A)$.
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) Solo I y III
 - E) Solo II y III

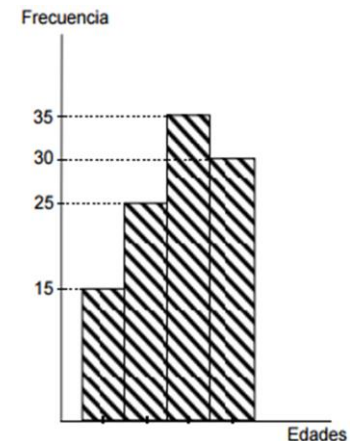
Evaluación de suficiencia de datos Instrucciones para las preguntas N°74 a N°80

En las siguientes preguntas no se pide solución al problema, si no que con los datos proporcionados se decida que tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se puede llegar a la solución del problema. Es así que se deberá marcar la opción:

- a) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es.
- b) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es.
- c) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para responder a la pregunta, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente.
- d) **Cada una por sí sola, (1) o (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para responder a la pregunta.
- e) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para responder a la pregunta y se requiere información adicional para llegar a la solución.

74. El histograma de la figura, muestra la distribución de las edades de un grupo de personas, en donde no se han indicado las edades de ellas. Se puede determinar la media aritmética de las edades dadas en el gráfico, si se conoce:

- (1) El valor de la mediana de la distribución.
 - (2) El valor de las marcas de clases de cada intervalo de la distribución.
- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional



75. Se construye un rectángulo de perímetro L . Se puede determinar que las medidas de todos los lados del rectángulo son números enteros, si se sabe que:

- (1) L es un número entero.
- (2) Se puede construir un triángulo equilátero de perímetro L de manera que la medida de su lado es un número entero.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

76. La ecuación $x + b = mx + n$, cuya incógnita es x , tiene una solución distinta de cero, si:

- (1) $b \neq n$
- (2) $m \neq 1$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

77. Se puede determinar el valor de q en la función real

$f(x) = \log_3(4x + q)$, si se sabe que:

- (1) $f\left(\frac{15}{2}\right) = 3$
- (2) La gráfica de f intersecta al eje x en el punto $(1, 0)$.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

78. En un sistema de ejes coordenados se puede determinar el radio de una circunferencia, si se conoce:

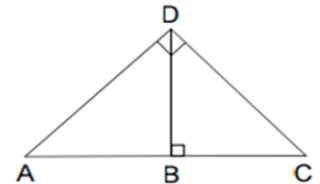
- (1) El centro de la circunferencia y un punto de ella.
- (2) Dos puntos de la circunferencia.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

79. En el triángulo ACD de la figura, se puede determinar la medida del segmento BC , si:

- (1) $AB = 3$ cm
- (2) Se conoce la medida del segmento DC .

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



80. Valentina salió a un restaurante a almorzar y debe elegir un menú consistente en a lo menos una ensalada y a lo menos un tipo de carne. Se puede determinar la cantidad de combinaciones distintas de este tipo de alimentos que puede elegir Valentina, si se sabe que:

- (1) Hay 9 ensaladas distintas y 3 tipos de carne.
- (2) Valentina elige solo una ensalada y solo un tipo de carne.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional