Control Formativo - Parte Desarrollo
Razón de Cambio

---

1. Un partícula se mueve a lo largo de un eje coordenado s, el cual corresponde a la distancia recorrida en centímetros, medida desde el origen al final de t en segundos está dada por

$$s(t) = \sqrt{5t+1}$$

   a) **Encuentre la velocidad instantánea de la partícula para cualquier t.**
   La velocidad instantánea se obtiene a partir de la derivada de la función posición $s(t)$, es decir:

$$\begin{aligned} v(t) &= s'(t) \\ &= \left(\sqrt{5t+1}\right)' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{5t+1}} \cdot 5 \end{aligned}$$

   b) **Encuentre la velocidad instantánea de la partícula luego de 3 segundos:** Usando la fórmula encontrada en a) se tiene que:

$$\begin{aligned} v(3) &= \frac{1}{2\sqrt{5\cdot 3+1}} \cdot 5 \\ &= \frac{5}{8}\ \left[\frac{cm}{s}\right] \end{aligned}$$

2. Dada la función $f(x) = \frac{3x}{10-x^3}$. Encuentre:

 a) **La pendiente de la recta tangente a la curva en $x = 2$**
 Se tiene que la pendiente de la recta tangente está definida por:

$$m_T = f'(x_0)$$

Por lo que encontramos la derivada de la función, por la derivada del cociente:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(3x)' \cdot (10-x^3) - (10-x^3)' \cdot (3x)}{(10-x^3)^2} \\ &= \frac{3 \cdot (10-x^3) + 9x^3}{(10-x^3)^2} \\ &= \frac{30+6x^3}{(10-x^3)^2} \end{aligned}$$

En este caso, el valor de $x_0 = 2$

$$\begin{aligned} f'(2) &= \frac{30 + 6 \cdot (2^3)}{(10-2^3)^2} \\ &= \frac{78}{4} \\ &= 19{,}5 \end{aligned}$$

Por lo que la pendiente de la recta tangente es $m_T = 19{,}5$

 b) **La ecuación principal de la recta tangente a la curva en $x = 2$** Para encontrar la recta tangente a $f(x)$ usaremos:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

Donde se tiene que:

$$\begin{aligned} f(x_0) &= f(2) \\ &= \frac{3 \cdot 2}{(10-2^3)} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Por lo que reemplazando en la ecuación:

$$\begin{aligned} y - 3 &= 19{,}5(x-2) \\ y &= 19{,}5x - 36 \end{aligned}$$

Gráficamente se tiene:

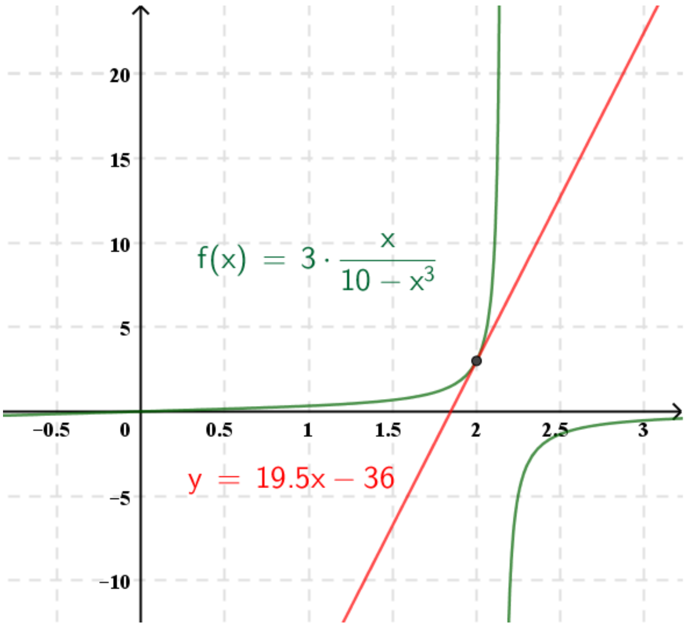

Figura 1: La línea verde representa la función y la roja, la Recta Tangente en $x = 2$