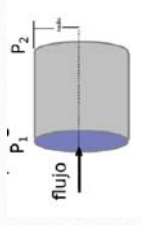


Dinámica de Fluidos

Movimiento de Fluidos

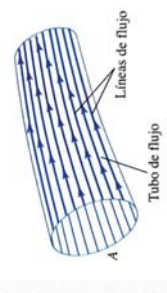
Movimiento de un fluido: Flujo



$$\Delta P = P_2 - P_1$$

El movimiento del fluido se cuantifica como **volumen por unidad de tiempo**

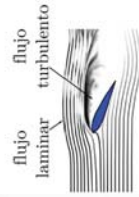
$$Q = \frac{\text{volumen}}{\text{tiempo}} \quad Q = \text{Flujo} = \text{caudal} = \text{gasto}$$



$$Q \text{ se mide en } \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Tipos de Movimiento de un fluido

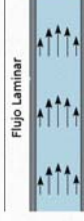
Laminar



Turbulento



Líneas de flujo, líneas de corriente
Trayectorias no se cruzan



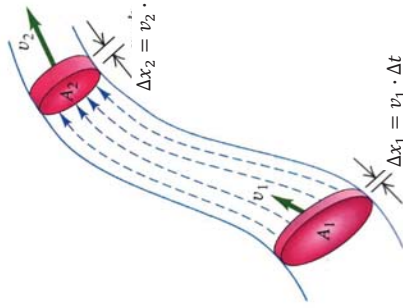
Fluido ideal

Incompresible $\Rightarrow \rho = \text{constante}$

Flujo estable o Laminar

No hay pérdidas por roce $\Rightarrow$ fluido no viscoso

Conservación del flujo



Porción de masa de fluido que pasa por punto 1 en un tiempo dado
Debe ser la misma que pasa por el punto 2 en ese mismo tiempo

$$\Delta m_1 = \rho \cdot A_1 \cdot \Delta x_1 \quad (\text{kg} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m})$$

$$\Delta m_2 = \rho \cdot A_2 \cdot \Delta x_2$$

Esto implica que $\Delta m_1 = \Delta m_2$ Conservación de la masa en el tubo

$$\rho \cdot A_1 \cdot \Delta x_1 = \rho \cdot A_2 \cdot \Delta x_2$$

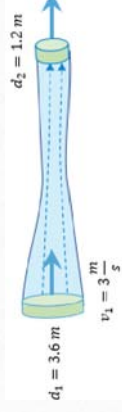
$$\rho \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = \rho \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$$

$$\boxed{A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2}$$

Ecuación de continuidad

$$A_1 \cdot v_1 = \frac{\text{Volumen}}{\text{tiempo}} = Q$$

Ejemplo



Por una tubería fluye agua a una velocidad de 3 m/s.
¿Cuál es el flujo de agua? ¿Qué velocidad tiene el agua en el punto 2?

Utilizaremos la ecuación de continuidad:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$A_1 \cdot v_1 = (\pi \cdot r^2) \cdot v_1$$

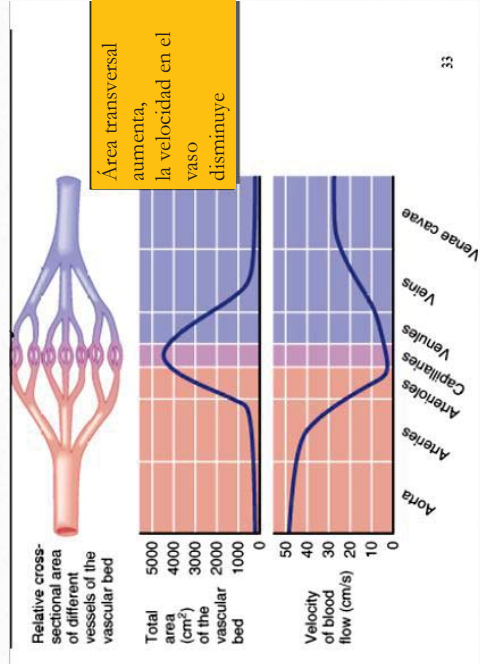
$$A_1 \cdot v_1 = (\pi \cdot 1.8^2) \cdot 3 = 30,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$A_2 \cdot v_2 = (\pi \cdot r^2) \cdot v_2 = (\pi \cdot 0,6^2) \cdot v_2$$

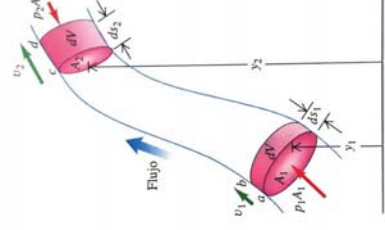
$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad 30,5 = (\pi \cdot 0,6^2) \cdot v_2$$

$$\boxed{v_2 = 27 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\boxed{Q = 30,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$



Conservación de Energía



¿Qué provoca el movimiento del fluido?

Si la tubería es horizontal y el diámetro disminuye, la velocidad aumenta

El fluido acelera, ¿existe una fuerza?

Si además cambia de altura, cambia su U_g

Trabajo hecho sobre el volumen de fluido V_1 (por el fluido circundante)

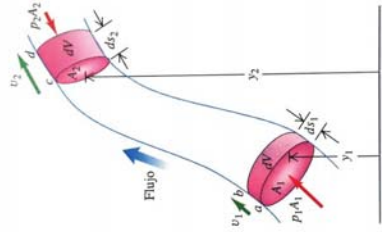
$W_1 = F_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \cos(0^\circ)$ Fuerza en la misma dirección que el desplazamiento del fluido

$$W_2 = F_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \cos(180^\circ)$$

$$W_1 = P_1 \cdot A_1 \cdot \Delta x_1 = P_1 \cdot \Delta V$$

$$W_2 = -P_2 \cdot \Delta V$$

$$W_{\text{fluido}} = (P_1 - P_2) \cdot \Delta V$$



$$W_{total} = W_{fluido} + W_{peso}$$

$$W_{peso} = -\Delta U_g = -mg \cdot (y_2 - y_1) = \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot (y_1 - y_2)$$

Teorema W-K

$$W_{total} = \Delta K$$

$$W_{total} = (P_1 - P_2) \cdot \Delta V + \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot (y_1 - y_2) = \Delta K$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m \cdot (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho \cdot \Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$(P_1 - P_2) \cdot \Delta V + \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} \rho \cdot \Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$(P_1 - P_2) \cdot \Delta V + \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} \rho \cdot \Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

Dividiendo por ΔV y reordenando:

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

Ecuación de Bernoulli $P + \rho \cdot g \cdot y + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{constante}$

Note que si el tubo es horizontal, se tiene la expresión estudiada previamente

$$P + \rho \cdot g \cdot y = \text{constante}$$

Ejemplo: El tubo de Venturi

El tubo ilustrado es conocido como tubo de Venturi. Este puede utilizarse para medir la velocidad de flujo en un ducto. Suponga que en este ducto circula agua, cuya densidad es 1000 kg/m^3

$$A_1 = 0.004 \text{ m}^2; A_2 = 0.001 \text{ m}^2; P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \text{ y } P_2 = 1.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

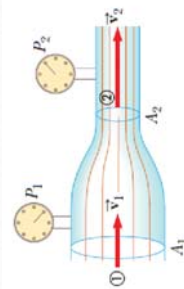
Como el tubo es horizontal, los puntos 1 y 2 están a la misma altura

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

$$(P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \quad (P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \rho \cdot (v_2^2 - 0.25^2 \cdot v_2^2)$$

$$(P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 (1 - 0.25^2)$$

$$v_2^2 = \frac{2 \cdot (P_1 - P_2)}{\rho \cdot (1 - 0.25^2)}$$



Por continuidad, sabemos que

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

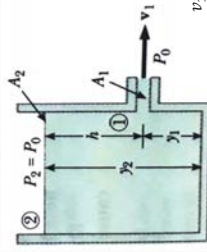
$$\frac{A_2}{A_1} \cdot v_2 = v_1 = 0.25 \cdot v_2$$

$$v_2^2 = \frac{2 \cdot (P_1 - P_2)}{\rho \cdot (1 - 0.25^2)} \quad v_2 = 13.06 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_1 = 0.25 \cdot v_2 = 3.27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = 0.013 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Ejemplo 2: Salida de agua de un estanque

El estanque de la figura contiene agua. Tiene un área transversal A_2 y se encuentra abierto. A una altura h desde la superficie del agua, el estanque tiene una apertura de área transversal A_1 , por la que el agua puede salir. Calcule la velocidad de salida del agua por la apertura.



$$P_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

Consideramos que dado que $A_1 \ll A_2$, entonces $v_2 \approx 0$
 Note que $P_1 = P_0$ (presión atmosférica)

$$P_0 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot y_2$$

$$v_1^2 = 2 \cdot \frac{(P_2 - P_0) + \rho \cdot g \cdot (y_2 - y_1)}{\rho}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_0)}{\rho} + 2gh}$$

En este caso, $P_2 = P_0$, por lo que

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

Misma velocidad que adquiere un objeto en caída libre desde altura h !

Ley de Torricelli

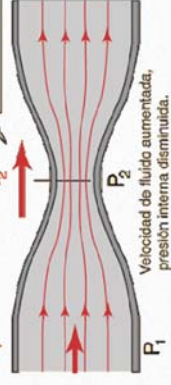
Energía por unidad de volumen antes = Energía por unidad de volumen después

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Presión
Energía cinética
energía potencial
unidad
volumen

Velocidad de flujo v_1

Cuando la velocidad aumenta, se reduce la de presión del fluido



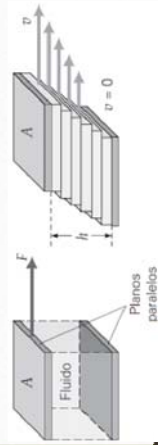
$$A_2 < A_1$$

$$v_2 > v_1$$

$$P_2 < P_1$$

Velocidad de fluido aumentada, presión interna disminuida.

Viscosidad



Resistencia de un fluido a deformarse

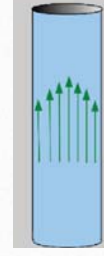
Resistencia a fluir

Roce entre capas del fluido

$$\text{Viscosidad} = \mu$$

$$\text{Las unidades de } \mu \text{ son } \left[\frac{N \cdot s}{m^2} \right] = Pa \cdot s$$

Se genera un "perfil de velocidades" en el ducto
 Con $v = 0$ en las paredes y $v = v_{media}$



Perfil de velocidad fluido viscoso



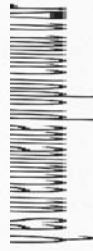
fluido viscoso no viscoso

fluido	viscosidad (20°) (mPa·s)
agua	1
etanol	1.1
sangre	3
aceite de oliva	84
aceite de motor	320
glicerina	1420

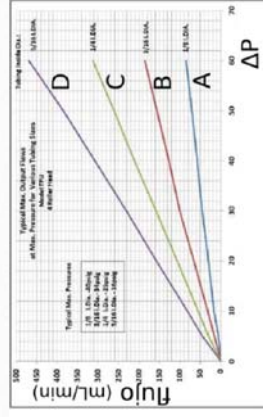
Se considera no-viscoso, puede considerarse que el agua fluye sin pérdidas (Bernoulli)

Fluido viscoso

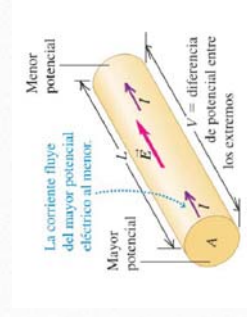
Fluidos viscosos en ductos



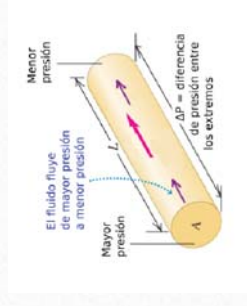
si $\Delta P = 0$, $Q = 0$
 Q es directamente proporcional a ΔP
 Q es proporcional al diámetro del tubo



Entre el flujo Q y ΔP , existe una relación similar a la de I y ΔV , dada por la ley de Ohm,



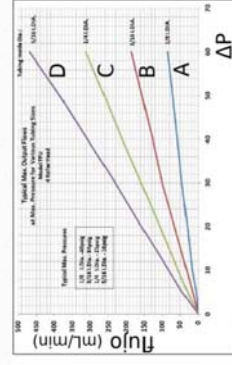
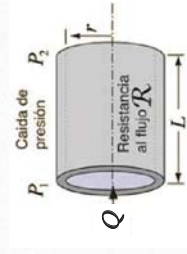
$$\Delta V = I \cdot R$$



$$\Delta P = Q \cdot R$$

R: Resistencia al flujo

¿De qué depende la Resistencia al flujo?

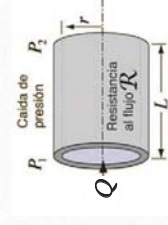


Mayor radio del ducto, mayor el flujo $\Rightarrow$ menor R

Mayor largo del ducto, menor flujo $\Rightarrow$ mayor R

Propiedades del fluido $\Rightarrow$ VISCOSIDAD

Entonces

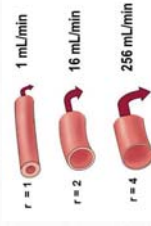


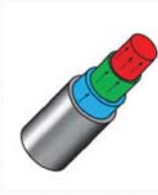
Resistencia al flujo depende de:

- > Radio del ducto $r \uparrow R \downarrow$
- > Largo del ducto $L \uparrow R \uparrow$
- > Viscosidad del fluido $\mu \uparrow R \uparrow$

$$R = \frac{8\mu L}{\pi r^4}$$

Si el radio disminuye a la mitad
 R aumenta 16 veces !!!!



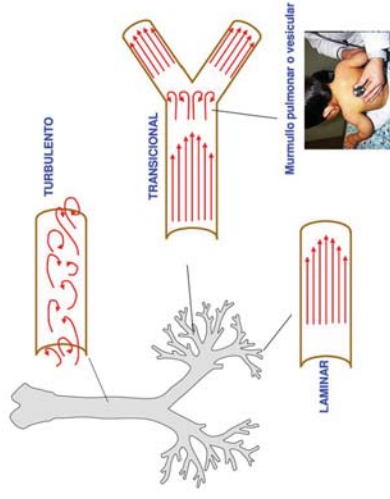


Flujo laminar: capas de fluido que no se mezclan
Es ordenando y silencioso



Flujo turbulento: no hay capas. El fluido está en
constante mezcla, es caótico y ruidoso.

El flujo del aire es laminar en los bronquiolos y alveolos, turbulento en la tráquea y bronquios grandes y transicional en los bronquios de tamaño intermedio



¿Cómo podemos determinar si en ciertas condiciones, el fluido será laminar o turbulento?

Número de Reynolds: Re

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}$$

ρ = densidad
 v = velocidad del fluido en el ducto
 D = diámetro del ducto
 μ = viscosidad del fluido

$$Re = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas viscosas}}$$

$Re < 2000$, flujo laminar

$Re > 3000$, flujo turbulento

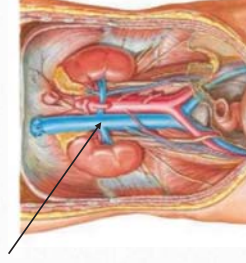
Re es un número adimensional que permite caracterizar el movimiento del fluido

Ejemplo:

La vena cava inferior tiene un diámetro de 3 cm y un largo de 22 cm. La velocidad de la sangre en la vena cava se estima en 12 cm/s. La densidad de la sangre es 1060 kg/m^3 y su viscosidad es $3 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. Calcule si el flujo en esta vena es laminar o turbulento

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{1060 \cdot 0,12 \cdot 0,03}{0,003} = 1272$$

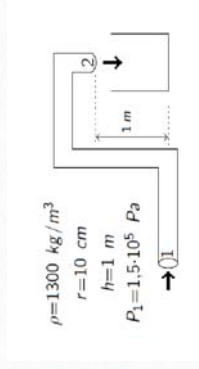
→ Flujo Laminar



¡Gracias!

Ejemplo

Por un tubo horizontal de 10 cm de radio, fluye un fluido incompresible de densidad 1300 kg/m^3 . El tubo se dobla como se muestra en la figura, de modo que la salida del tubo queda a una altura de 1 metro con respecto a la entrada. El diámetro del tubo es constante. ¿Cuál será la presión del fluido en el punto de salida?



$$P_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

El tubo tiene el mismo diámetro, por lo que $v_1 = v_2$

Si asumimos que $y_1 = 0$

$$P_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot y_2$$

$$1.5 \cdot 10^5 = P_2 + 1300 \cdot 10 \cdot 1$$

$$P_2 = 137.000 \text{ Pa}$$