



Universidad de Chile
Facultad de Medicina
Dirección de Pregrado
Unidad de Biomatemática

Código curso: CB10006-3
P.E.C.: Caroli Cuellar
Profesores: Hugo Carrillos
Driyette Aliaga
Juan Pedro Ross

Pauta Control 6 - Forma A

En un experimento bacteriológico se determinó que si una población de bacterias era sometida a temperaturas entre $5^{\circ}C$ y $10^{\circ}C$, la población crece bajo el modelo matemático $P(t) = 160(0,5 + e^{-kt})$, con t medido en minutos y $P(t)$ en miles. Respecto a lo anterior determine:

1. Población inicial.

$$P(0) = 160(0,5 + e^{-k \cdot 0}) = 160(0,5 + 1) = 240.$$

La población inicial era de 240 mil bacterias.

2. Si se sabe que al cabo de 8 minutos la población decrece en un 10 %, encuentre una aproximación a 4 decimales de la constante del modelo.

Sabemos que

$$\begin{aligned} P(8) &= 160(0,5 + e^{-k \cdot 8}) = 240 * 0,9 = 216 \\ \Rightarrow e^{-8k} &= \frac{216}{160} - 0,5 \\ \Rightarrow -8k &= \ln\left(\frac{216}{160} - 0,5\right) \\ \Rightarrow k &= \frac{\ln\left(\frac{216}{160} - 0,5\right)}{-8} \sim 0,0203 \end{aligned}$$

3. Después de un largo período de tiempo, ¿cuántas bacterias habrán?

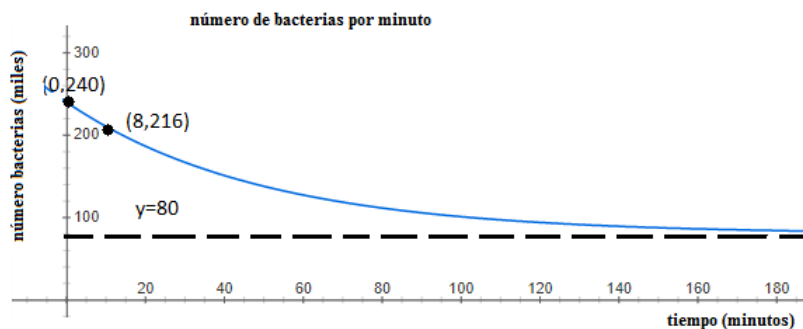
Entendemos que el largo periodo es en el infinito, luego si además recordamos que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-0,0203t} = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} 160(0,5 + e^{-0,0203t}) = 160(0,5 + 0) = 80.$$

Habrán 80 mil bacterias.

4. Grafique la función acorde con el enunciado (Asegúrese que su gráfico contenga toda la información de las partes anteriores).

Primero notemos que el tiempo no puede ser negativo, por ende solo dibujamos la mitad derecha del plano cartesiano. Para la figura, recordemos que la función exponencial con exponente negativo e^{-kt} , es una curva decreciente que se va a cero, luego $160e^{-kt}$ tiene la misma forma y $80 + 160e^{-kt}$ es igual pero trasladado en 80. Además sabemos que en el tiempo 0 vale 240 y que en el 8 vale 216.



Puntajes

1. 5 por orden, 5 por llegar al número, 5 por responder.
2. 5 por llegar a la población al minuto 8, 10 por encontrar k .
3. 5 por orden, 5 por cálculo de límite, 5 por responder.
4. 10 por el gráfico, 5 por los puntos de las partes anteriores (no es necesario argumentar su respuesta, pero si no lo hace serán 0 o 15 puntos).



Universidad de Chile
Facultad de Medicina
Dirección de Pregrado
Unidad de Biomatemática

Código curso: CB10006-3
P.E.C.: Caroli Cuellar
Profesores: Hugo Carrillos
Driyette Aliaga
Juan Pedro Ross

Pauta Control 6 - Forma B

En un experimento bacteriológico se determinó que si una población de bacterias era sometida a temperaturas entre $5^{\circ}C$ y $10^{\circ}C$, la población crece bajo el modelo matemático $P(t) = 140(0,5 + e^{-kt})$, con t medido en minutos y $P(t)$ en miles. Respecto a lo anterior determine:

1. Población inicial.

$$P(0) = 140(0,5 + e^{-k \cdot 0}) = 140(0,5 + 1) = 210.$$

La población inicial era de 210 mil bacterias.

2. Si se sabe que al cabo de 8 minutos la población decrece en un 10 %, encuentre una aproximación a 4 decimales de la constante del modelo.

Sabemos que

$$P(8) = 140(0,5 + e^{-k \cdot 8}) = 210 * 0,9 = 189$$

$$\Rightarrow e^{-8k} = \frac{189}{140} - 0,5$$

$$\Rightarrow -8k = \ln\left(\frac{189}{140} - 0,5\right)$$

$$\Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{189}{140} - 0,5\right)}{-8} \sim 0,0203$$

3. Después de un largo período de tiempo, ¿cuántas bacterias habrán?.

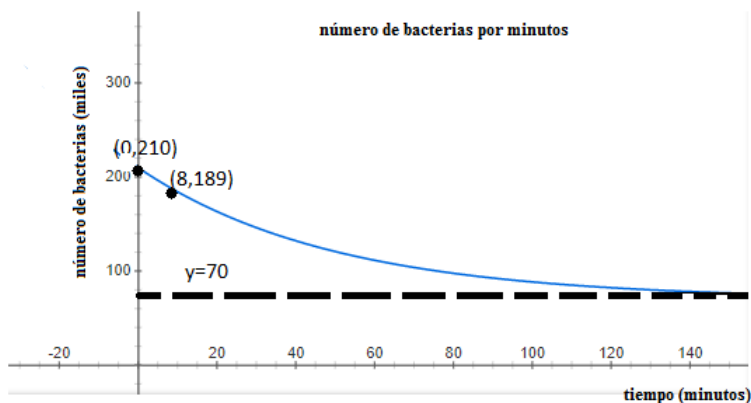
Entendemos que el largo periodo es en el infinito, luego si además recordamos que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-0,0203t} = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} 140(0,5 + e^{-0,0203t}) = 140(0,5 + 0) = 70.$$

Habrán 70 mil bacterias.

4. Grafique la función acorde con el enunciado (Asegúrese que su gráfico contenga toda la información de las partes anteriores).

Primero notemos que el tiempo no puede ser negativo, por ende solo dibujamos la mitad derecha del plano cartesiano. Para la figura, recordemos que la función exponencial con exponente negativo e^{-kt} es una curva decreciente que se va a cero, Luego $140e^{-kt}$ tiene la misma forma y $70 + 140e^{-kt}$ será lo mismo pero trasladado en 70. Además sabemos que en el tiempo 0 vale 210 y que en el 8 vale 189.



1. 5 por orden, 5 por llegar al número, 5 por responder.
2. 5 por llegar a la población al minuto 8, 10 por encontrar k .
3. 5 por orden, 5 por cálculo de límite, 5 por responder.
4. 10 por el gráfico, 5 por los puntos de las partes anteriores (no es necesario argumentar su respuesta, pero si no lo hace serán 0 o 15 puntos).