

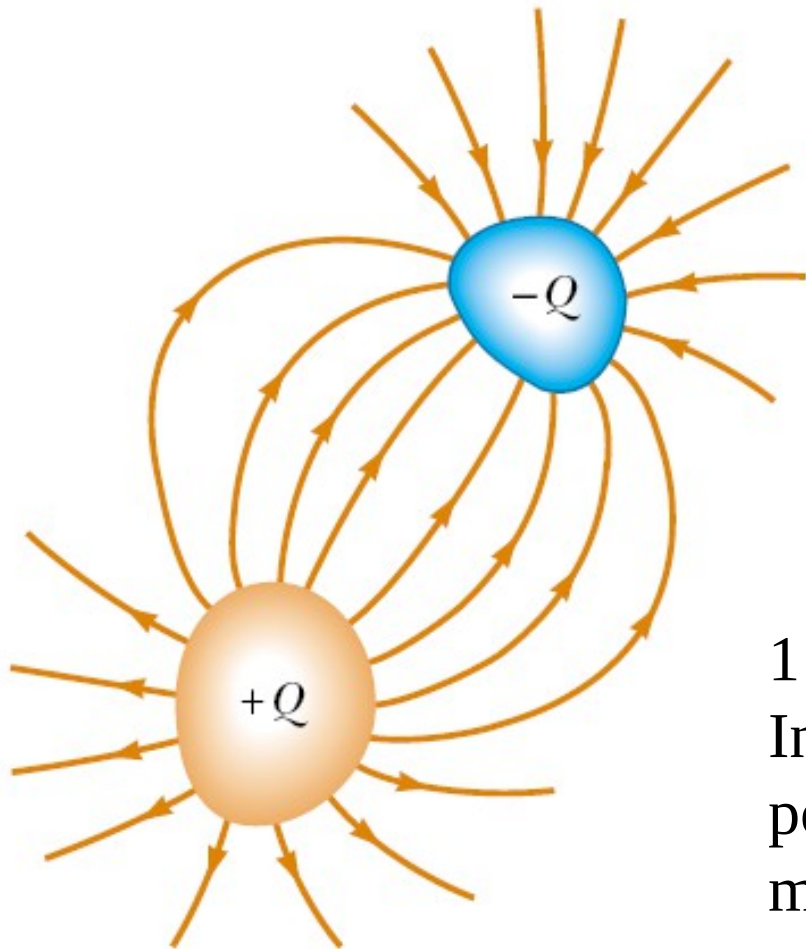
Condensadores y Dieléctricos (no conductores)

Capacitores o Condensadores, dispositivos que almacenan carga eléctrica.

Un condensador se compone de dos elementos conductores, separados por un dieléctrico (no conductor).

La capacidad de un dispositivo dado, depende tanto de su geometría, como del material dieléctrico que separa a los conductores.

La capacidad C de un condensador se define como la razón entre la magnitud de la carga y la diferencia de potencial aplicado:



$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

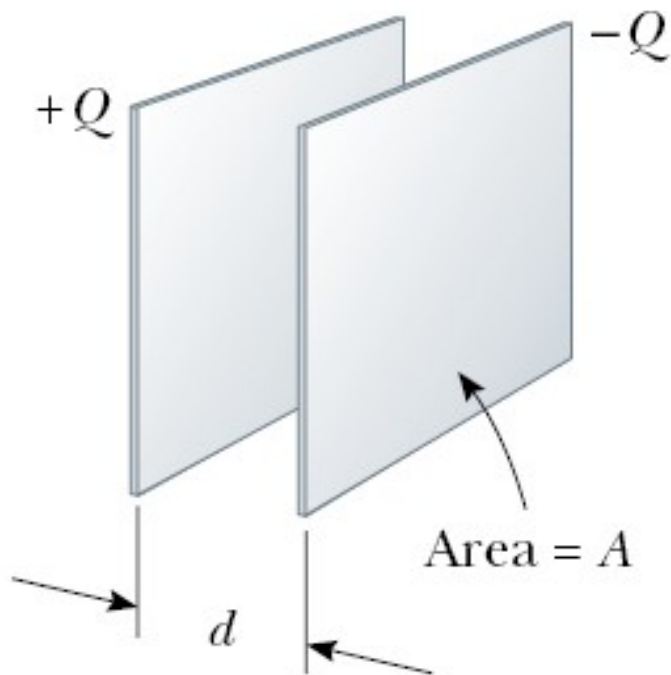
$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

1 Faraday es la unidad en sistema Internacional, igual a 1 Coulomb dividido por 1 Volt, pero lo habitual es usar microFaraday (10^{-6}) y menores.

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

Esta es una definición en función de su Comportamiento eléctrico.

Pero también existe una definición en términos de su geometría, ejemplo:



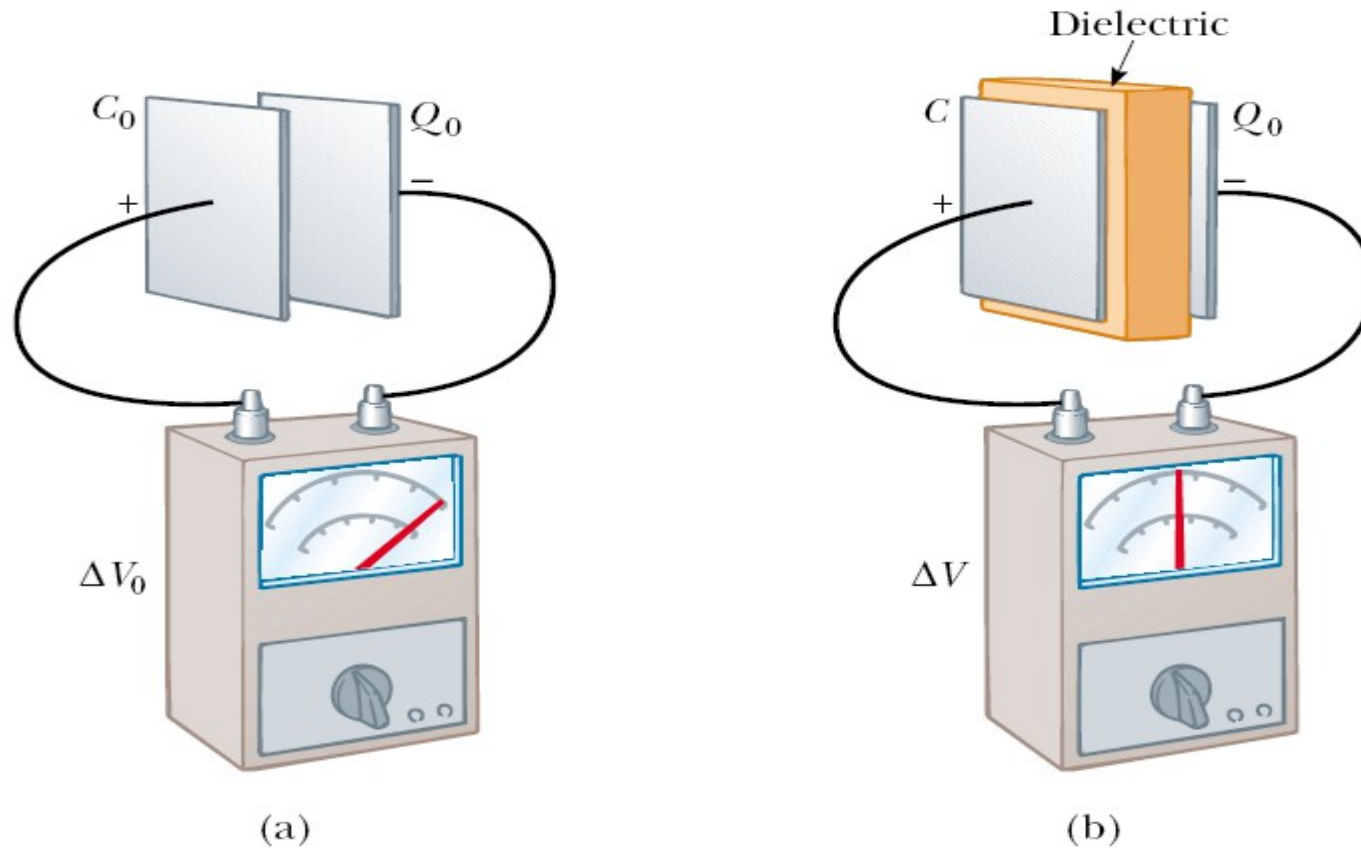
$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$k_e = 8.987\,5 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

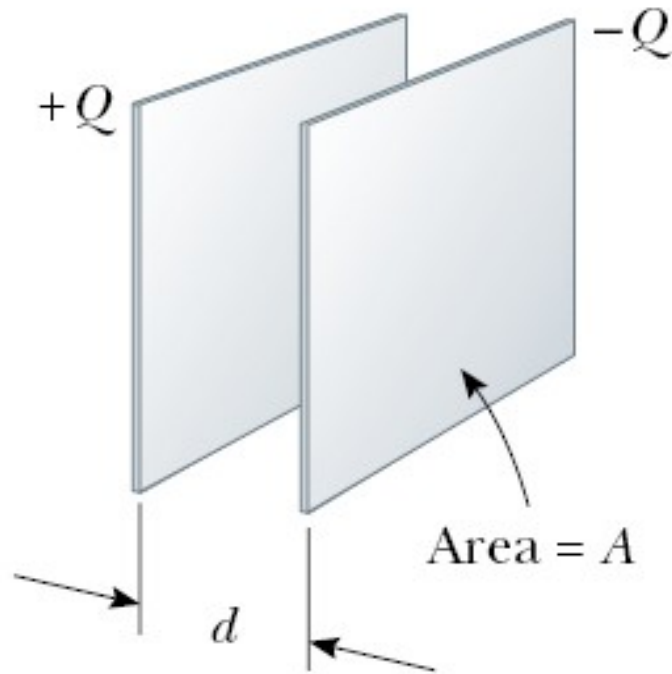
$$\epsilon_0 = 8.854\,2 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

Condensador con dielectrico, es decir material no conductor (caucho, Vidrio, etc), caracterizado por un factor adimensional κ llamado Constante dieléctrica.



Como V disminuye, y $C=Q/V$, entonces la capacidad C del Condensador aumenta.

De hecho, para considerar la capacidad de un condensador que Tiene un dieléctrico, se usa la ecuación:



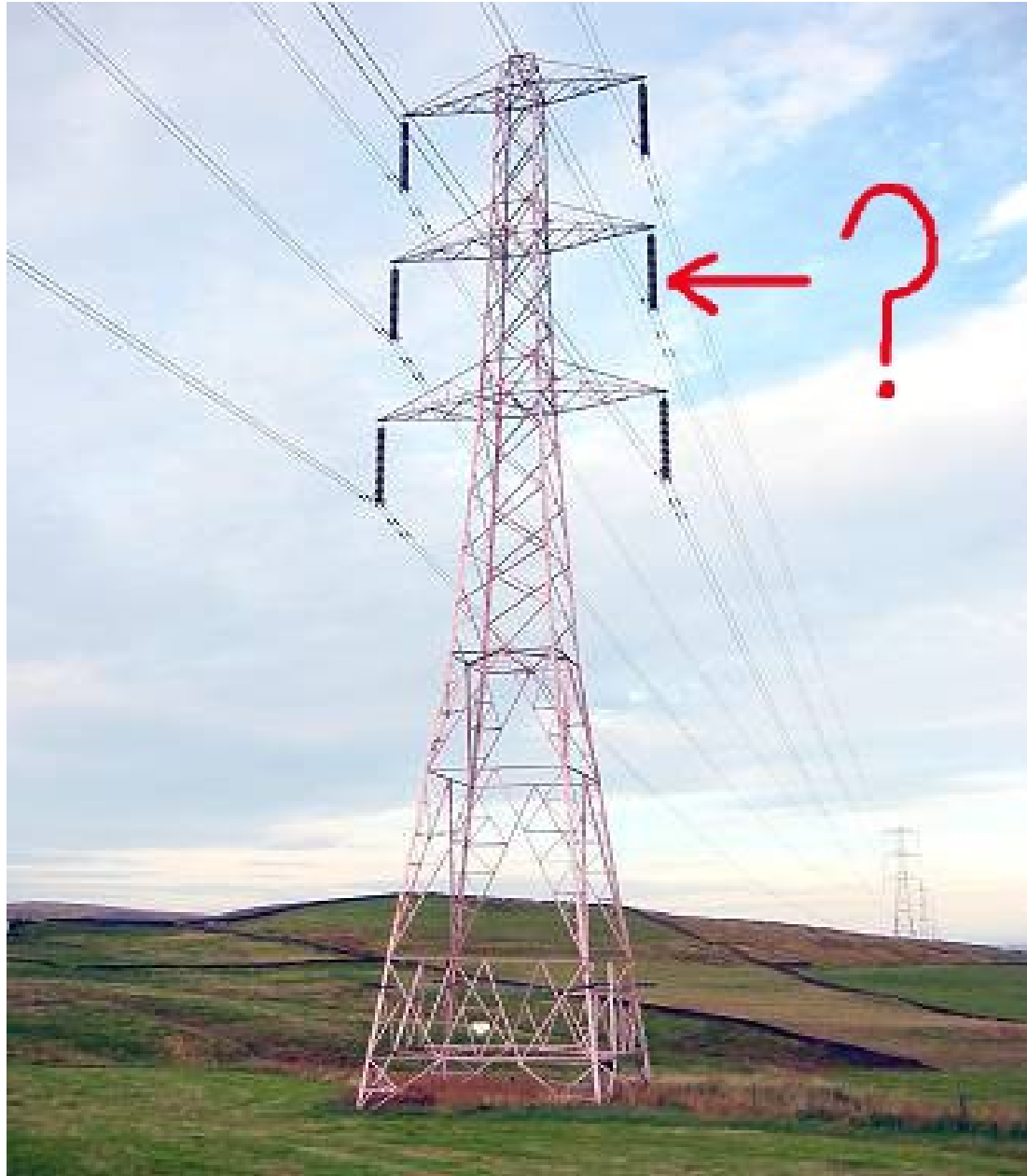
$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

donde κ , es la constante dieléctrica del material que se usa entre Las placas del condensador.

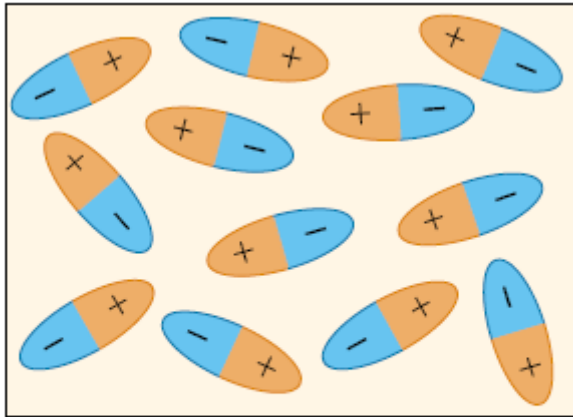
TABLE 26.1 Dielectric Constants and Dielectric Strengths of Various Materials at Room Temperature

Material	Dielectric Constant κ	Dielectric Strength ^a (V/m)
Air (dry)	1.000 59	3×10^6
Bakelite	4.9	24×10^6
Fused quartz	3.78	8×10^6
Neoprene rubber	6.7	12×10^6
Nylon	3.4	14×10^6
Paper	3.7	16×10^6
Polystyrene	2.56	24×10^6
Polyvinyl chloride	3.4	40×10^6
Porcelain	6	12×10^6
Pyrex glass	5.6	14×10^6
Silicone oil	2.5	15×10^6
Strontium titanate	233	8×10^6
Teflon	2.1	60×10^6
Vacuum	1.000 00	—

Fuerza dieléctrica, ejemplo: torres de alta tensión.

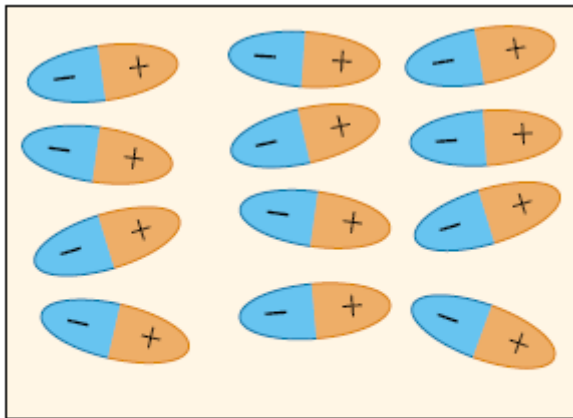


Fuerza dieléctrica del aire = 3×10^6 [V/m]



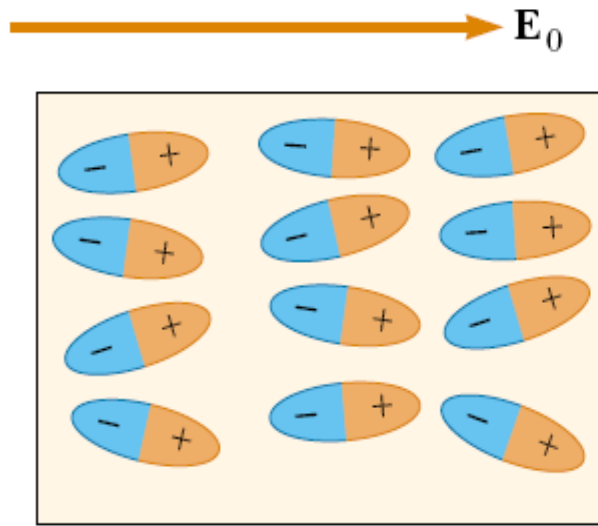
(a)

Dieléctrico sin campo eléctrico

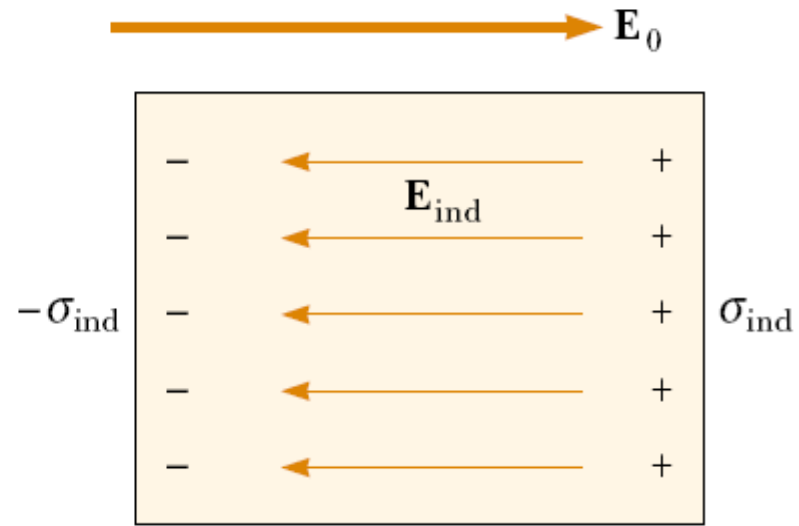


(b)

Dieléctrico con campo eléctrico



(a)



(b)

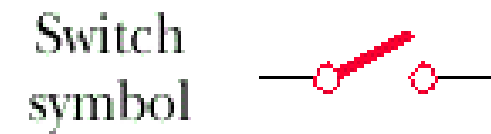
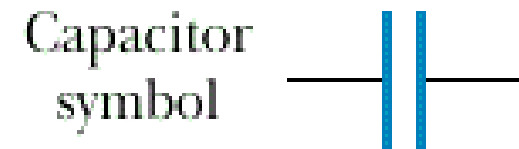
El campo resultante es menor que el original, y como $V=Ed$, y d se mantiene constante, entonces V disminuye.

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

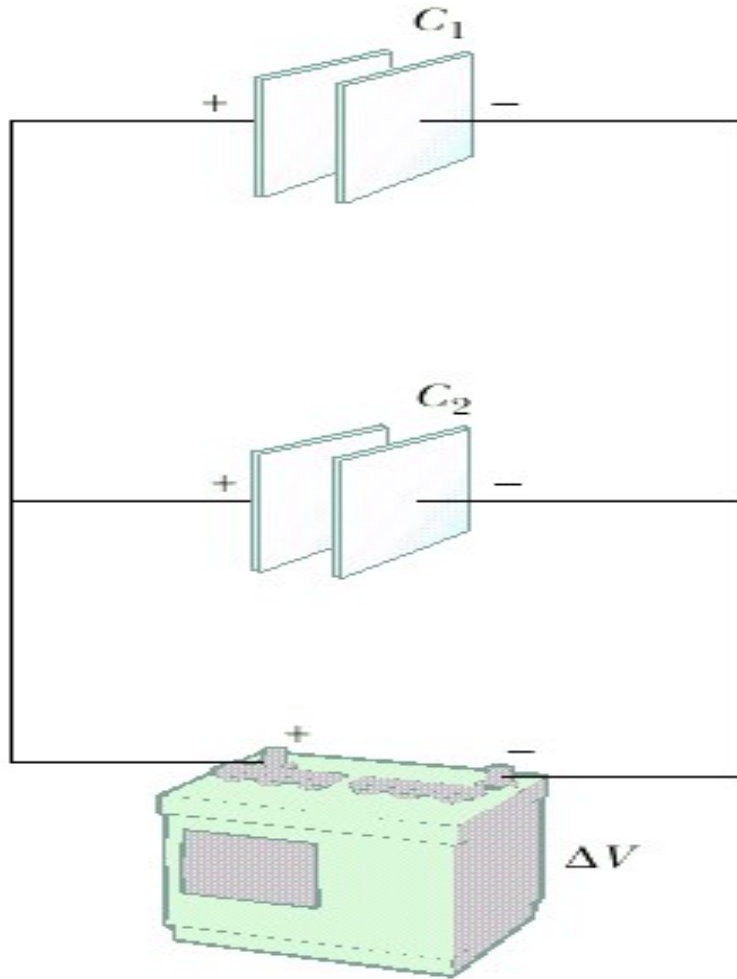
Finalmente C aumenta.

Combinación de Condensadores

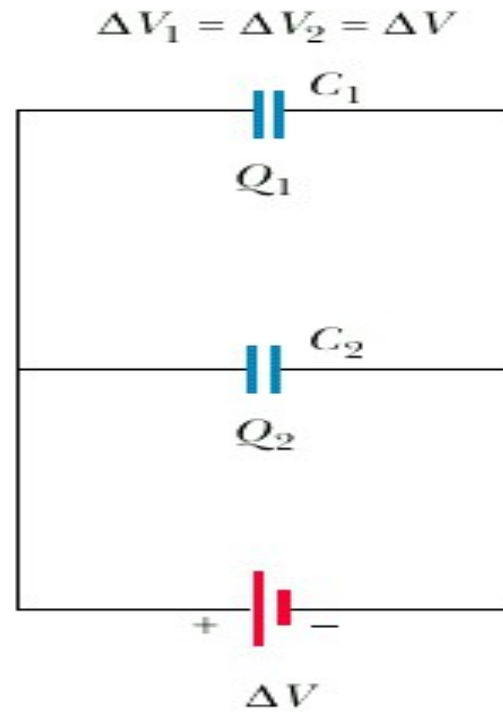
- Cuando 2 o más condensadores se conectan en un circuito eléctrico, existen métodos para calcular el valor del Condensador “equivalente”.
- El símbolo usado en los diagramas, refleja la geometría del condensador más común, el de placas paralelas.



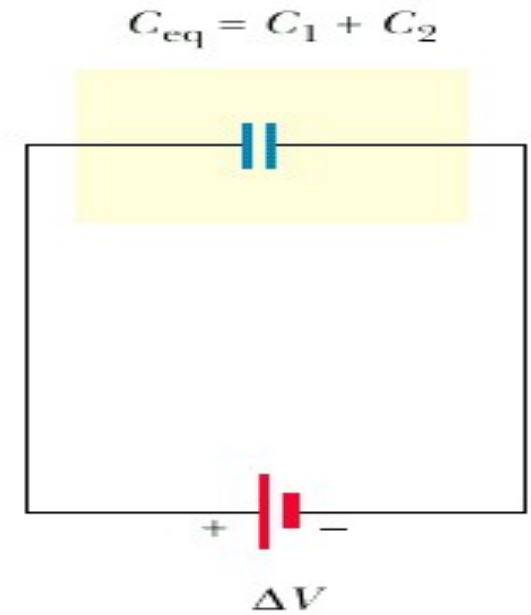
Condensadores en Paralelo



(a)



(b)



(c)

- a) Condensadores C_1 y C_2 conectados a una batería con ΔV .

- b) Diagrama del mismo circuito.

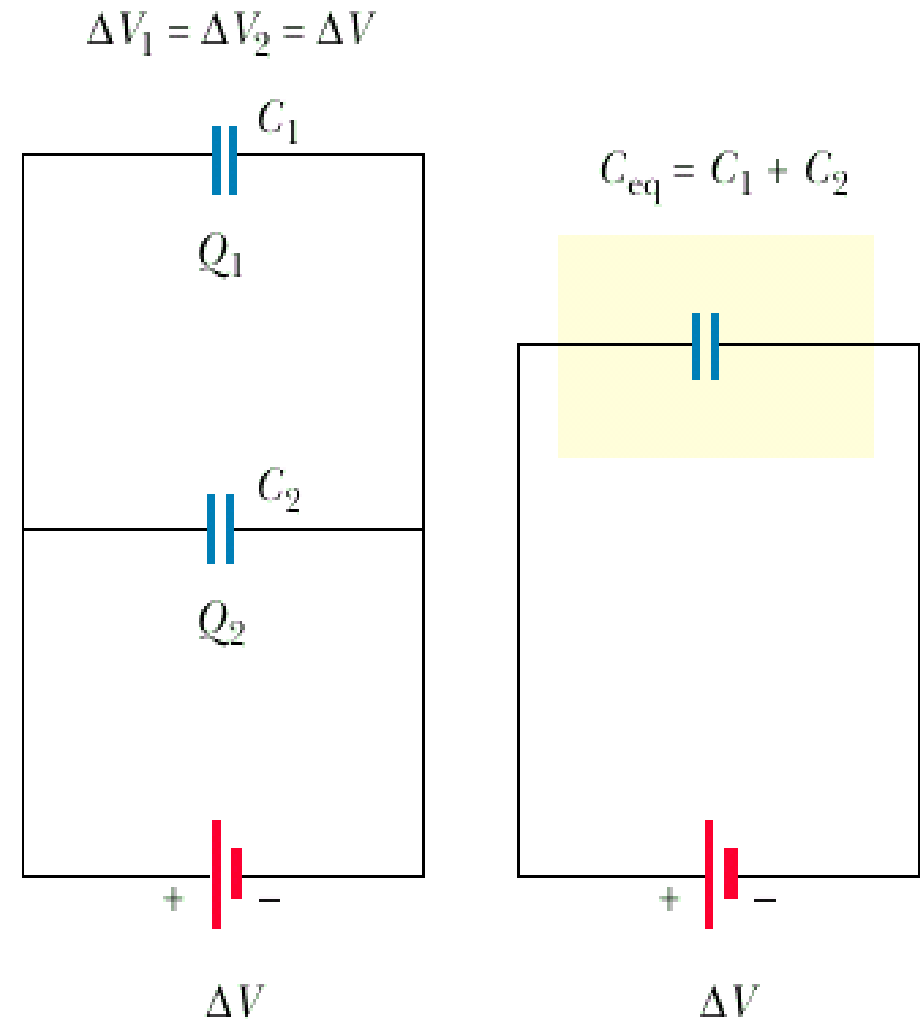
$$Q_1 = C_1 \Delta V \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

- c) Diagrama de circuito “equivalente”.

Condensadores en paralelo, Dem. que $C_{eq} = C_1 + C_2$

- El flujo de carga cesa cuando la diferencia de potencial en los condensadores es la misma que en la batería, es decir, ΔV
- Los condensadores alcanzan entonces su máxima carga, Q_1 y Q_2 .
- La carga total almacenada es:

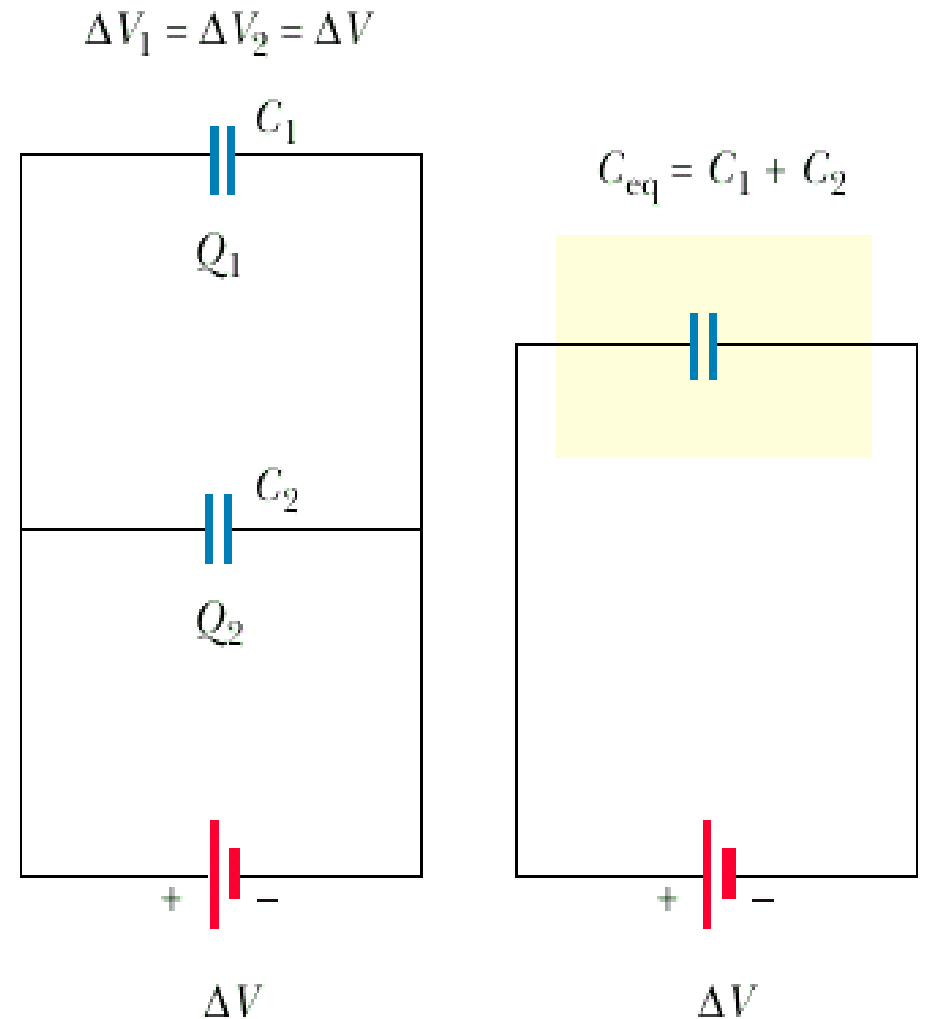
$$Q = Q_1 + Q_2$$



Condensadores en paralelo, Dem. que $C_{eq} = C_1 + C_2$

- Si pretendemos reemplazar C_1 y C_2 por un “condensador equivalente” C_{eq} , este debe tener el mismo comportamiento que la combinación de C_1 y C_2 .
- C_{eq} debe almacenar una carga total Q cuando se conecta a una diferencia de potencial ΔV :

$$Q = C_{eq} \Delta V$$



Condensadores en paralelo, Dem. que $C_{eq} = C_1 + C_2$

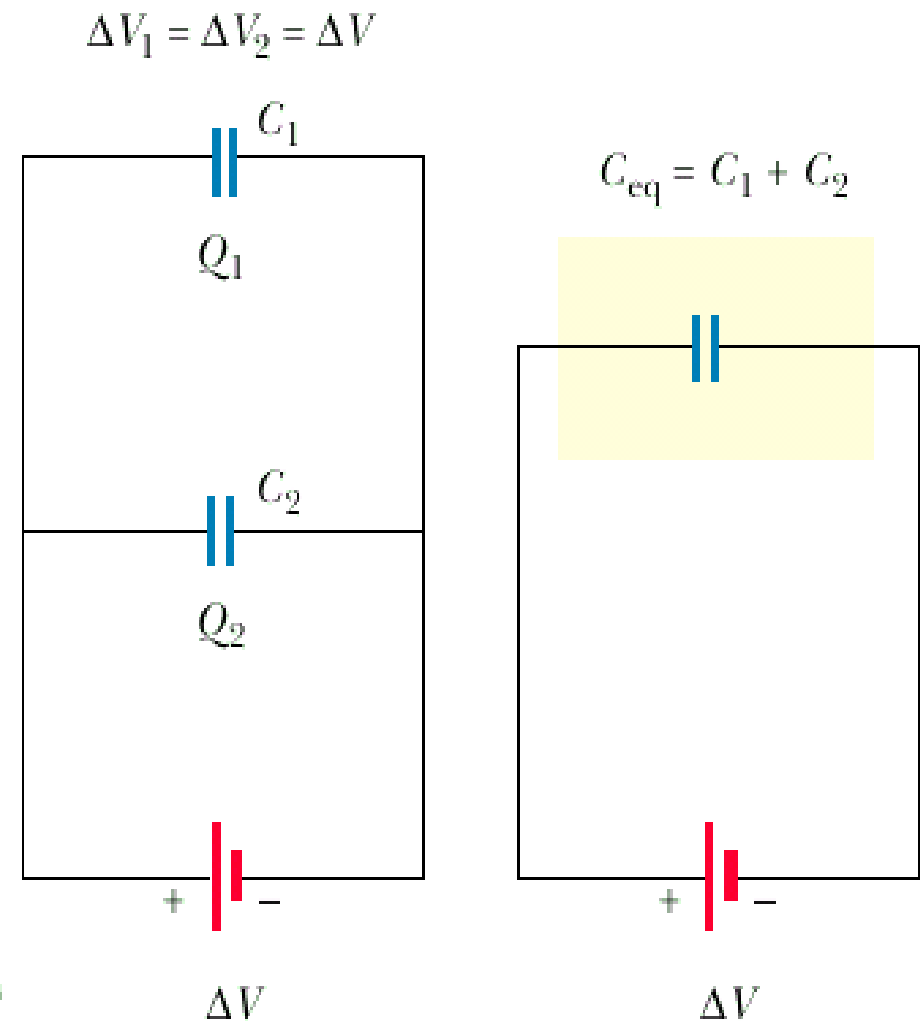
- Tenemos entonces:

$$Q = C_{eq} \Delta V$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = C_1 \Delta V \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

$$C_{eq} \Delta V = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V$$



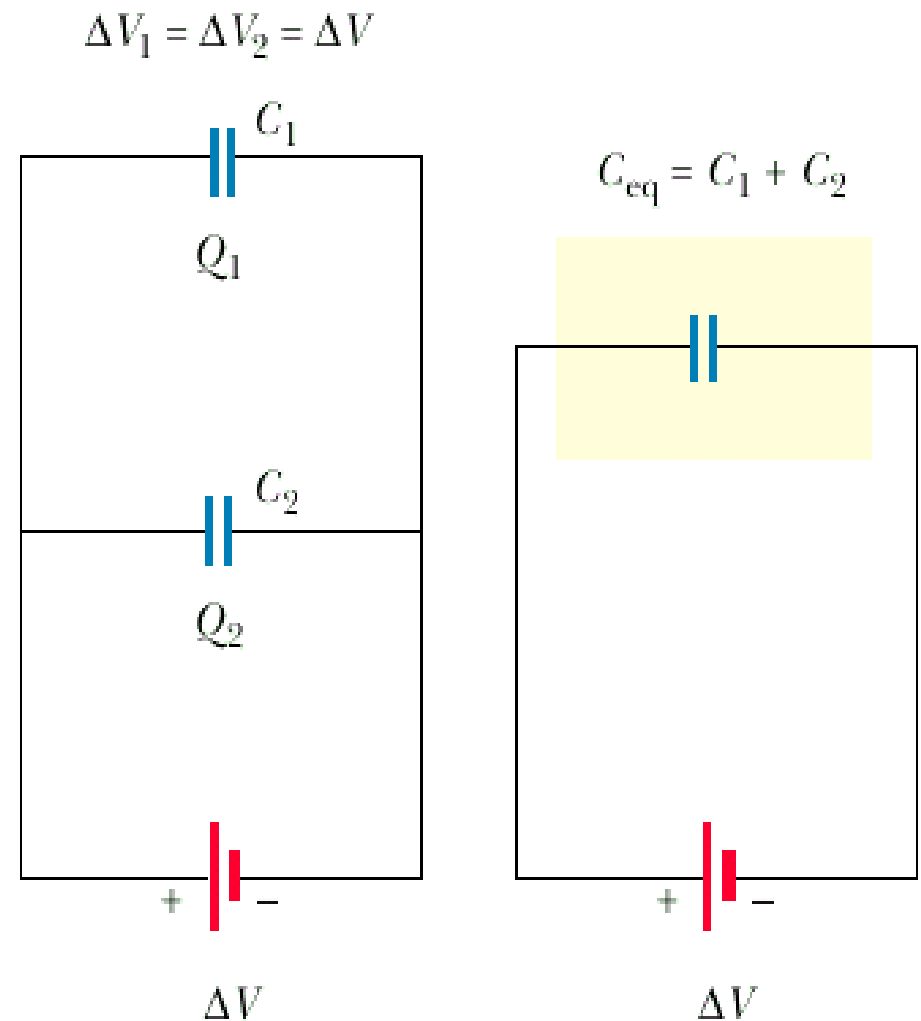
Condensadores en paralelo, Dem. que $C_{eq} = C_1 + C_2$

- Finalmente:

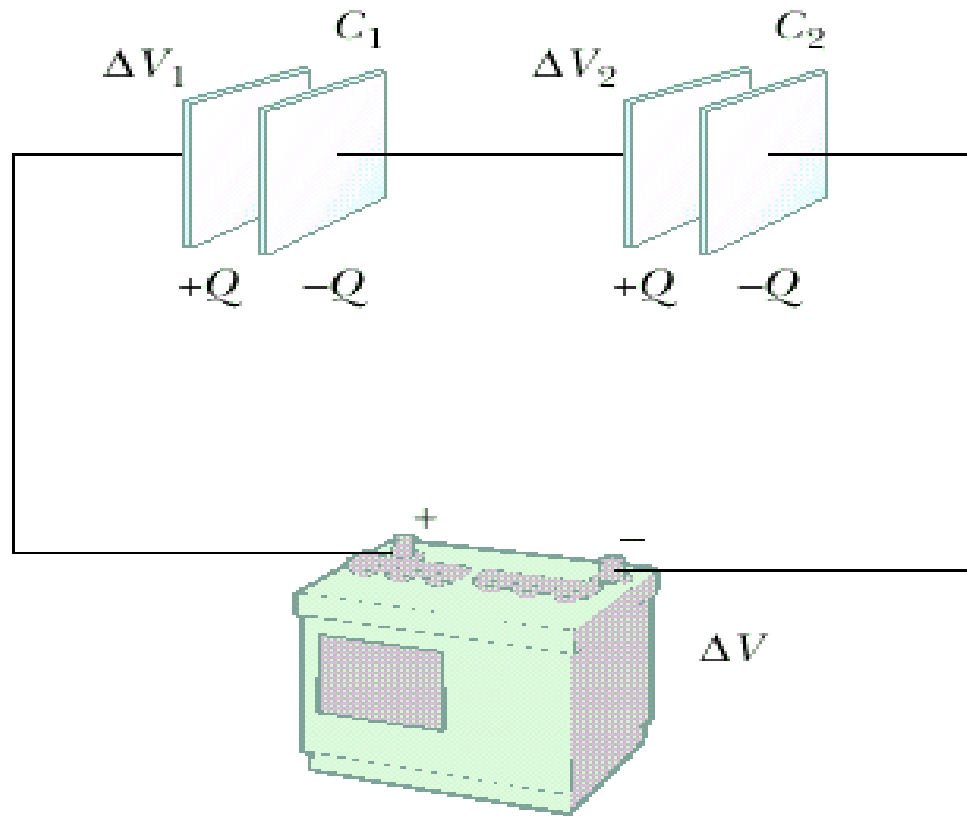
$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Que puede ser generalizado a:

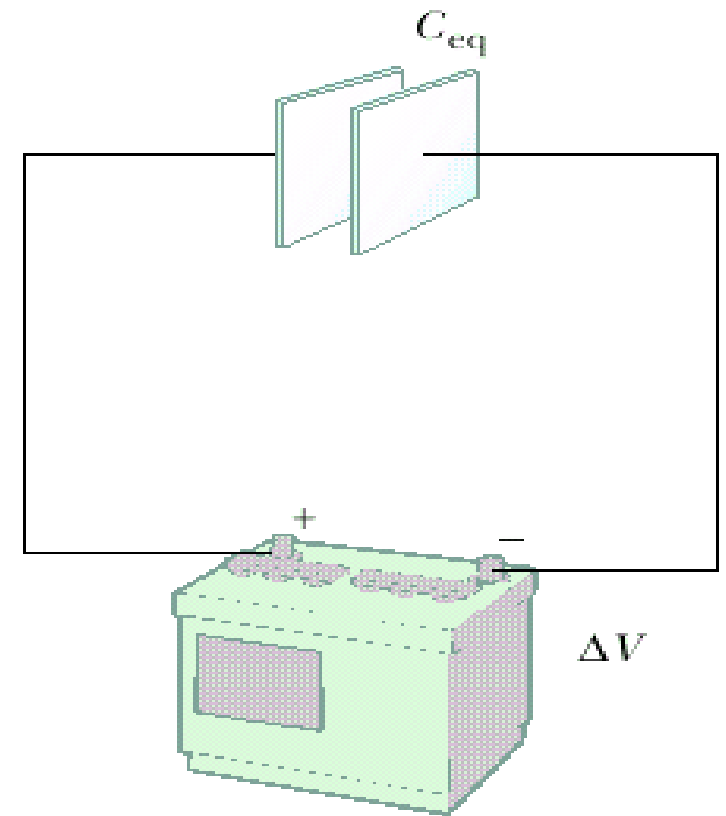
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$



Condensadores en Serie



(a)



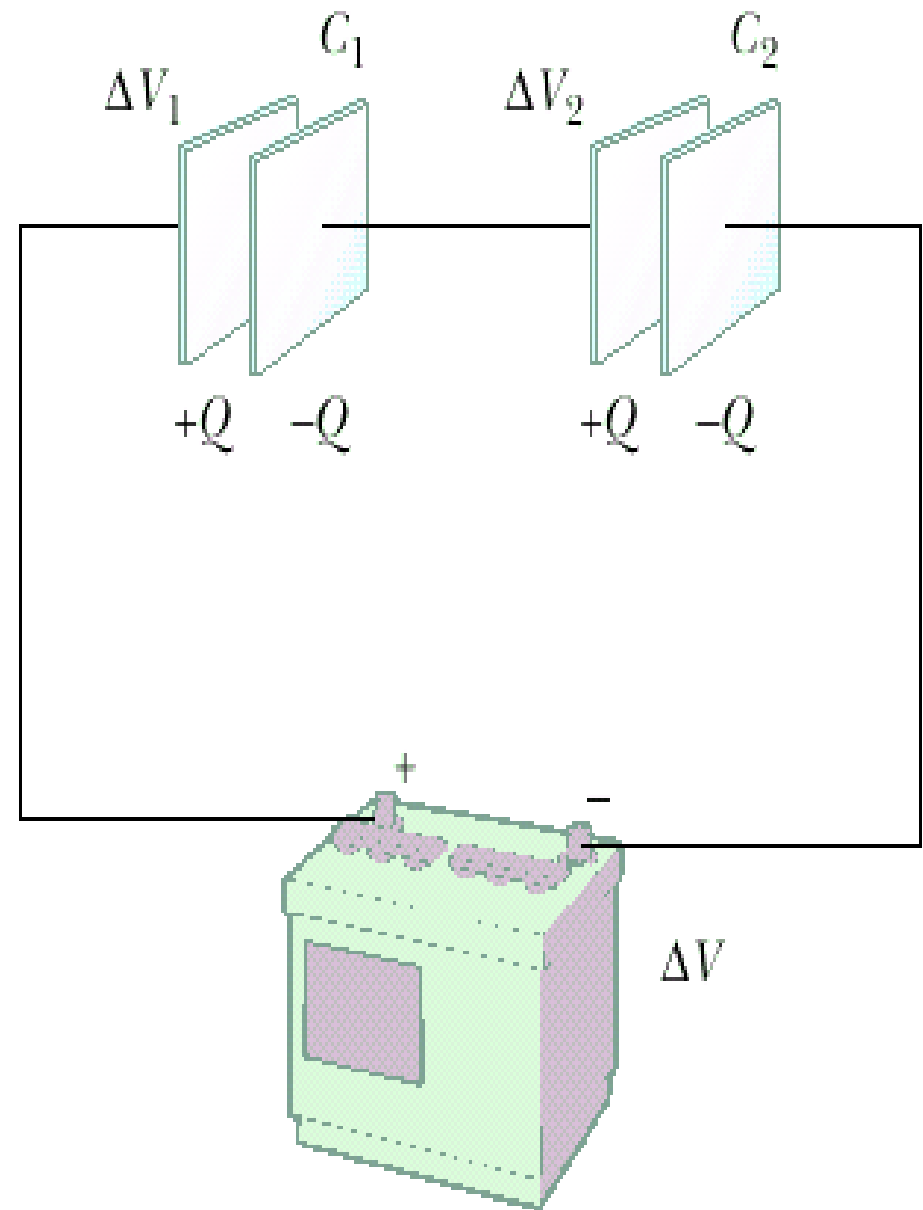
(b)

Demostraremos que:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Condensadores en Serie

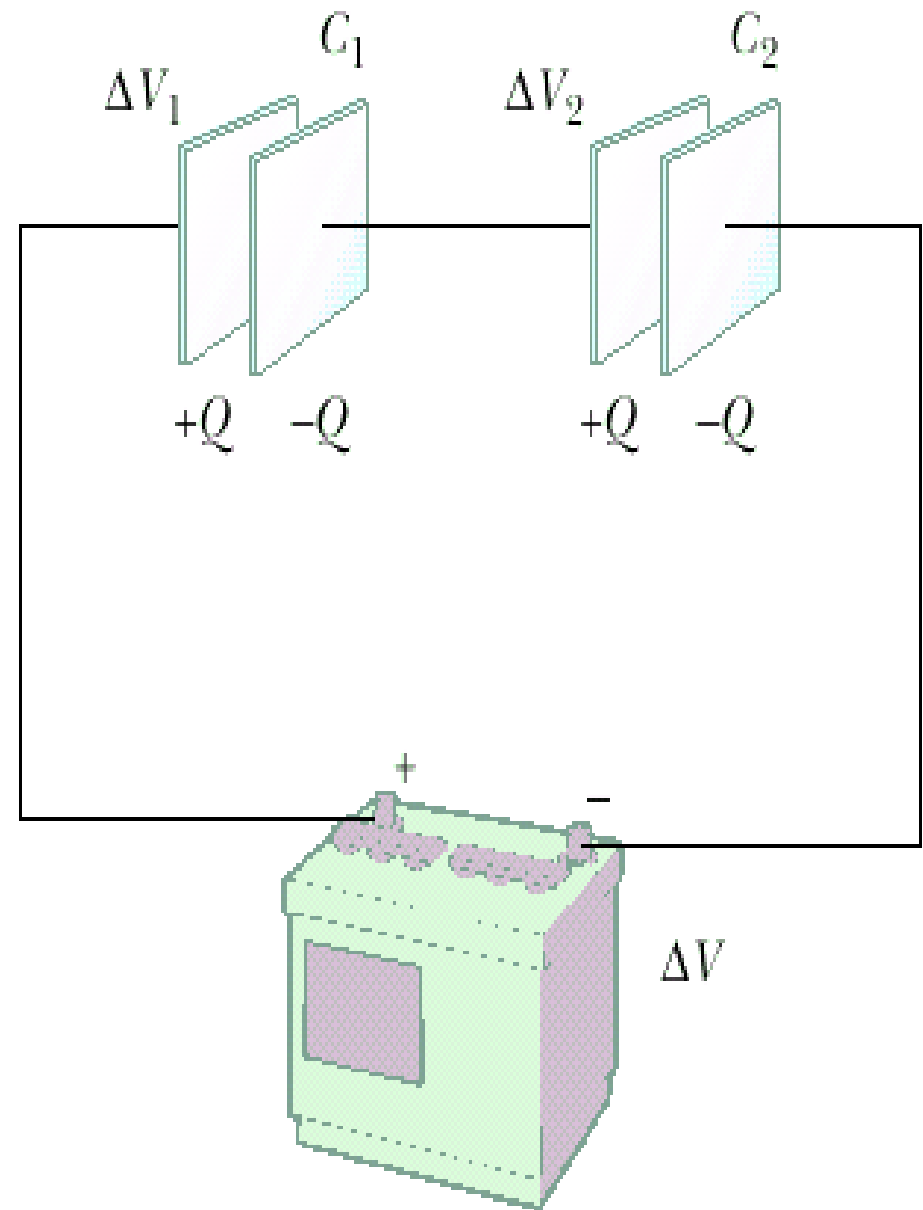
- Supongamos que originalmente los condensadores están sin carga.
- Al conectar la batería fluyen electrones de la placa izquierda de C_1 a la placa derecha de C_2 .
- A medida que carga negativa se acumula en placa derecha de C_2 , la misma cantidad sale de placa izquierda de C_2 en dirección a placa derecha de C_1 , y a su vez sale de placa izquierda de C_1 .



Condensadores en Serie

- El resultado final de todo este proceso es que:

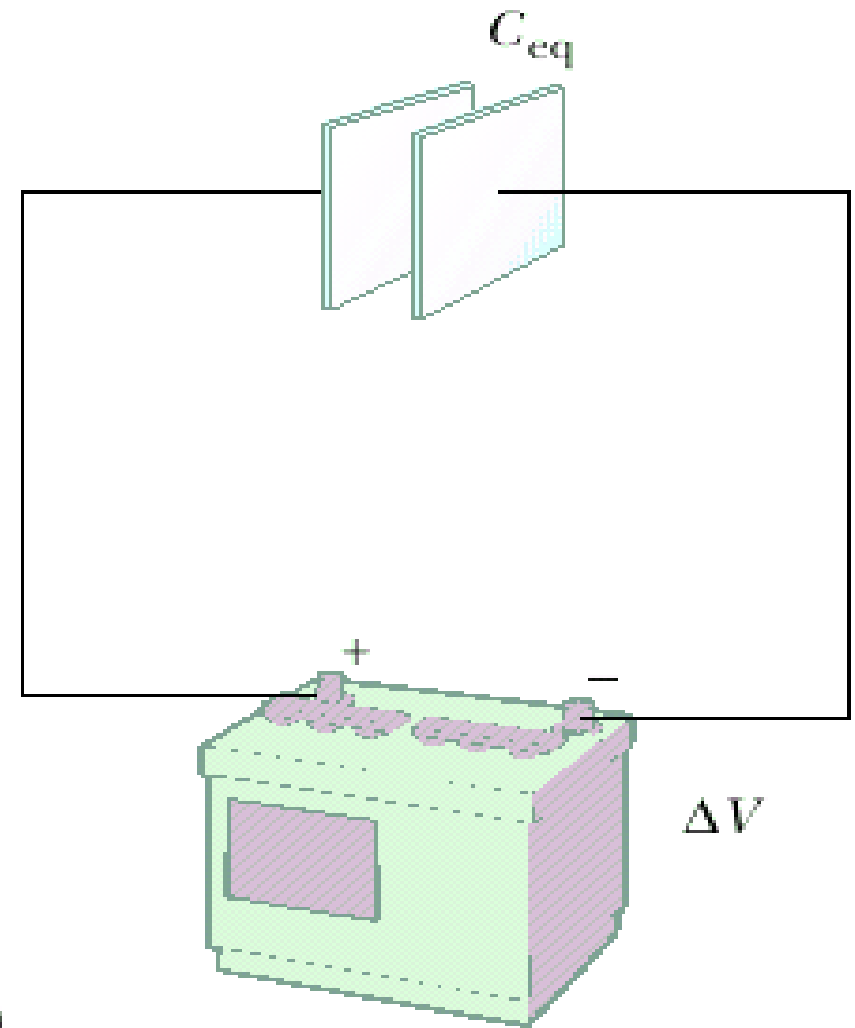
- 1.- Todas las placas derechas quedan con carga $-Q$.
- 2.- Todas las placas izquierdas quedan con carga $+Q$.



Condensadores en Serie

- Si el condensador equivalente, de valor C_{eq} reemplaza a la combinación serie de C_1 y C_2 , debe entonces cumplir:
- Tiene carga $-Q$ en placa del lado derecho.
- Tiene carga $+Q$ en placa del lado izquierdo.
- Es decir:

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$$



Condensadores en Serie

- Para el condensador equivalente:

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$$

- Para C_1 y C_2 :

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

- Además:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

- Finalmente:

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Condensadores en Serie

- Y cancelando C:

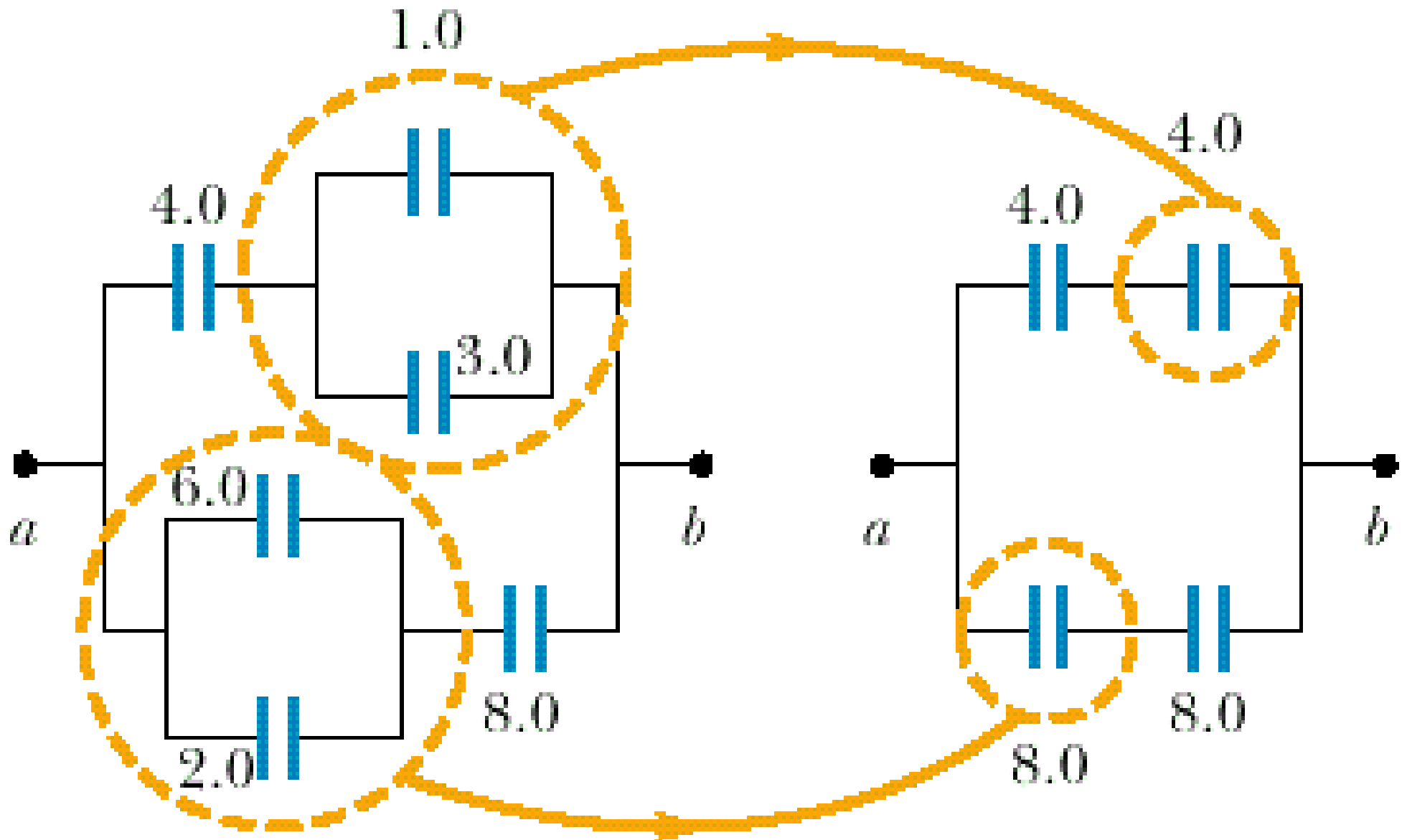
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- Que puede ser generalizado a:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

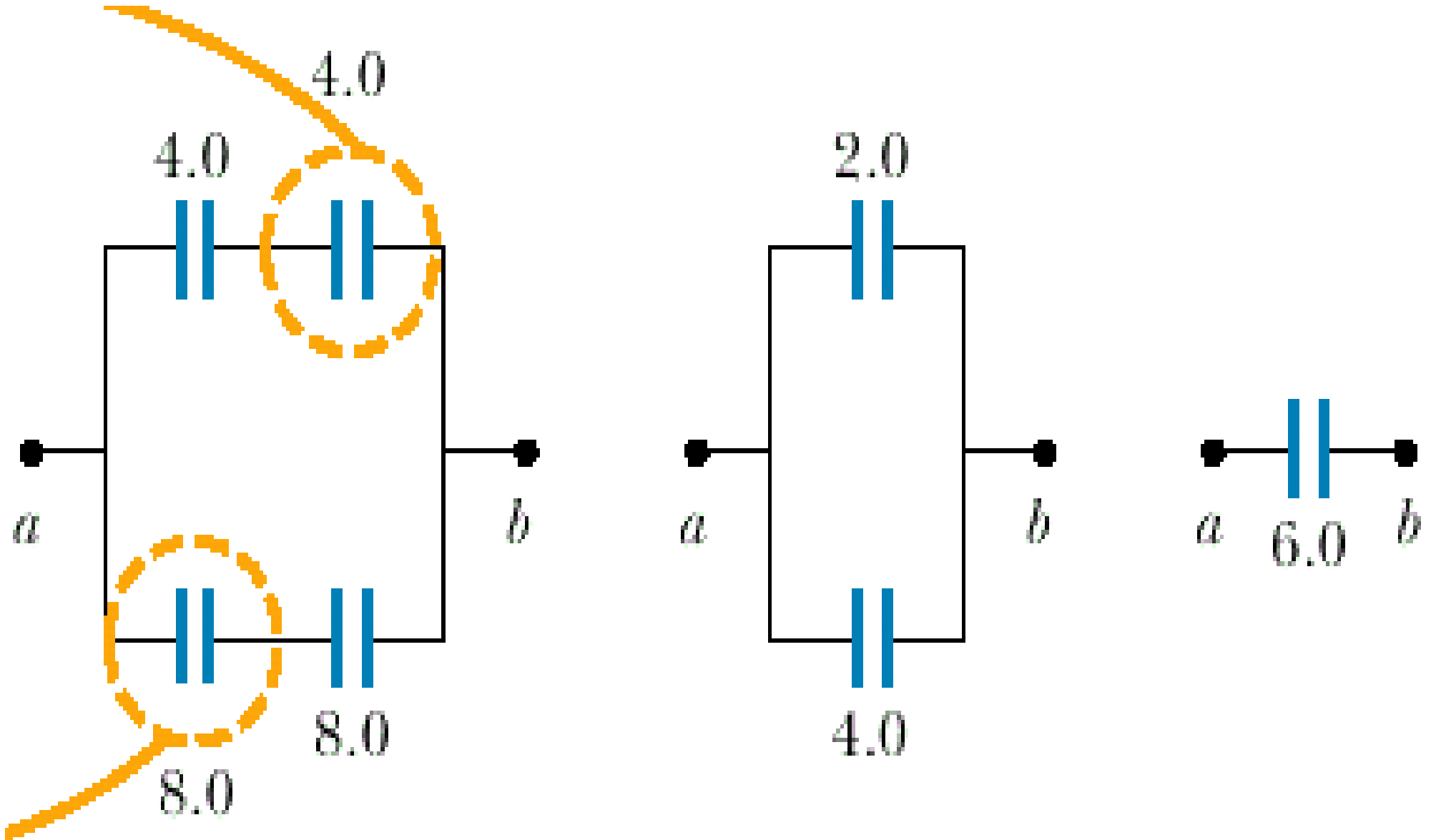
Condensadores en Serie

- Ejemplo: Calcular el valor de C_{eq} entre los extremos a y b .



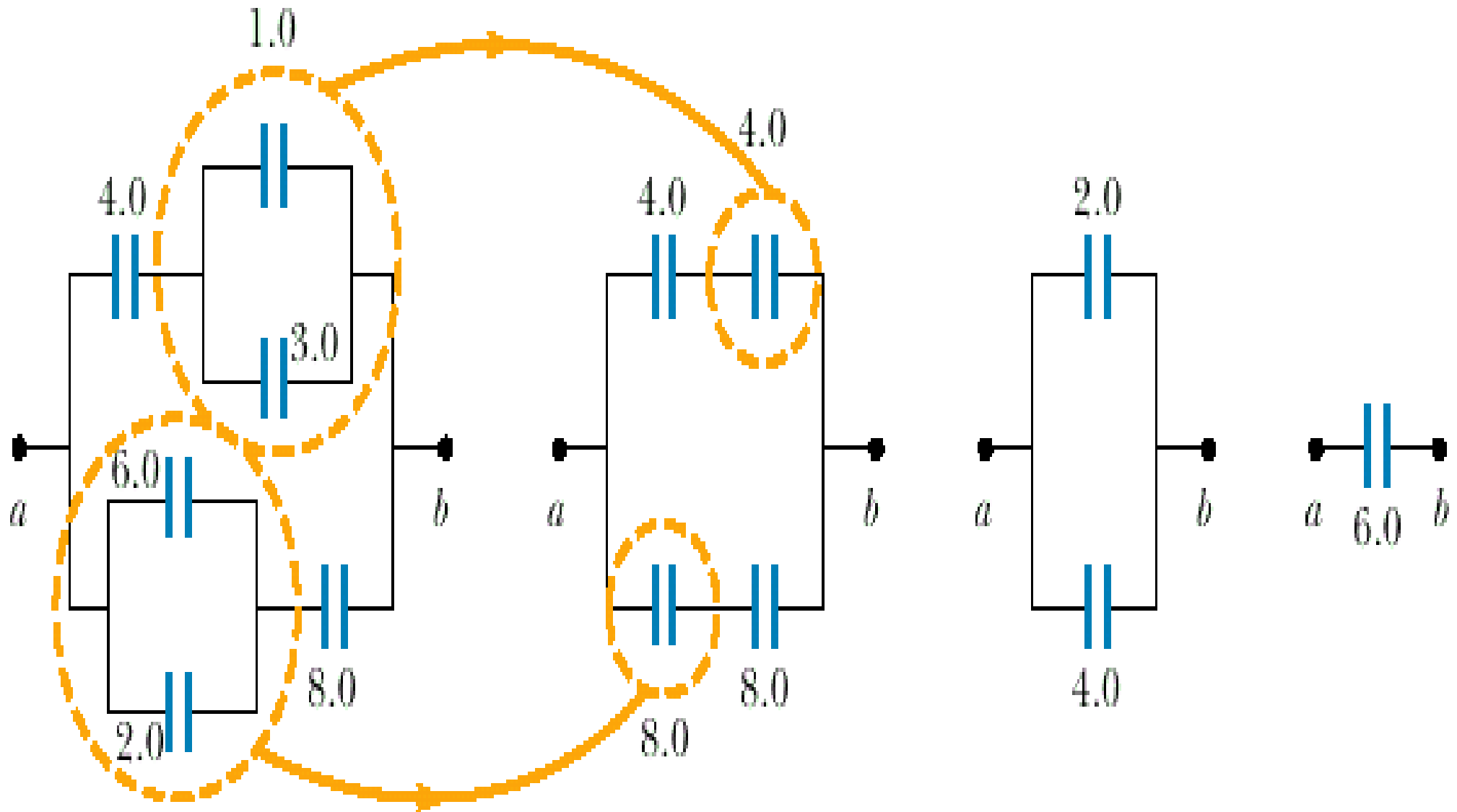
Condensadores en Serie

- Ejemplo: Calcular el valor de C_{eq} entre los extremos a y b .



Condensadores en Serie

- Ejemplo: Calcular el valor de C_{eq} entre los extremos a y b .



Energía en un Condensador

Sea q la carga en un instante de tiempo cualquiera, en el intervalo de tiempo entre que la carga es 0 y que la carga es Q (final), entonces:

$$0 < q < Q$$

- Diferencia de potencial inicial $V=0$
- Diferencia de potencial final $V=Q/C$
- Dif. de potencial promedio durante proceso de carga es $V/2 = Q/2C$
- Como el potencial es Energía por unidad de carga, podemos decir entonces que el trabajo W para cargar el condensador es:

$$W = QV/2 = Q^2/2C$$

Energía en un Condensador

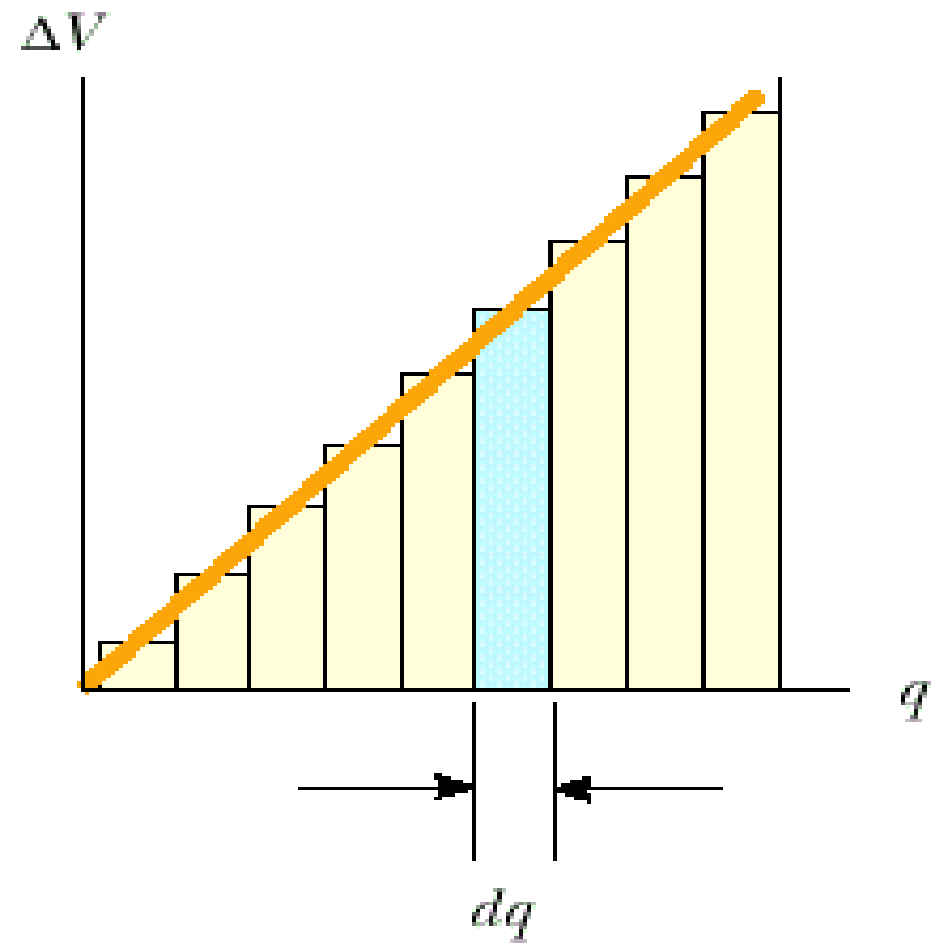
Si graficamos $\Delta V = Q/C$, tenemos:

Para variar la carga en dq , es necesario hacer un trabajo dW dado por:

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

El trabajo para llevar el condensador desde $q=0$ hasta $q=Q$, es entonces:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$



Energía en un Condensador

Usando la relacion $\Delta V = Q/C$ en la ecuación:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Podemos entonces escribir:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

Energía en un Condensador

El resultado anterior es independiente si la Capacidad del condensador se obtiene a partir de su geometría, por ejemplo:

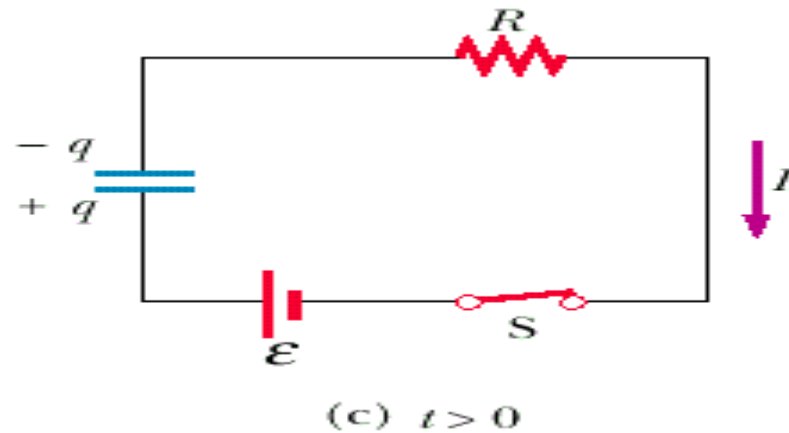
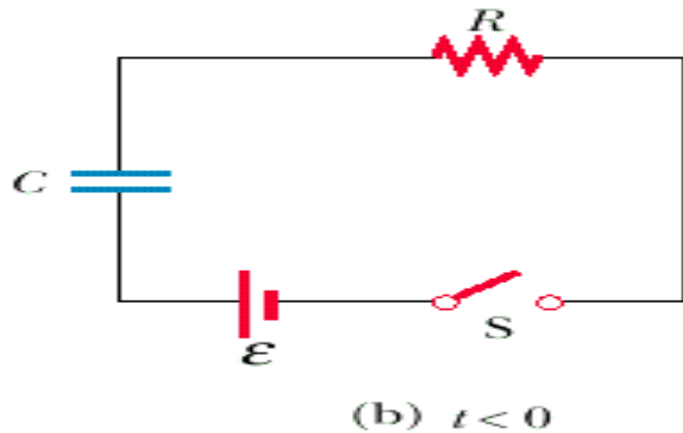
$$C = \epsilon_0 A / d \quad \Delta V = E d$$

Podemos escribir la energía como:

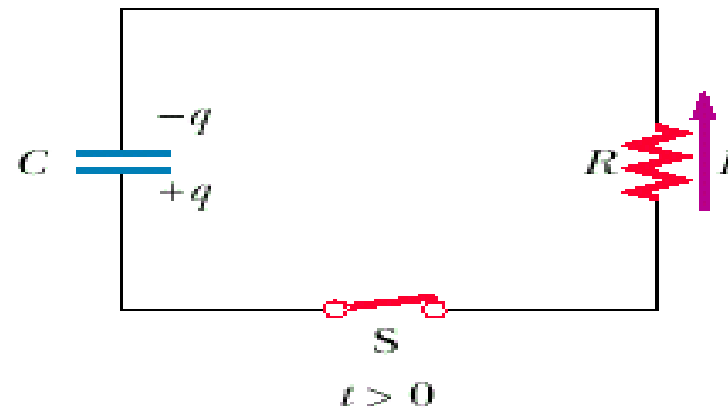
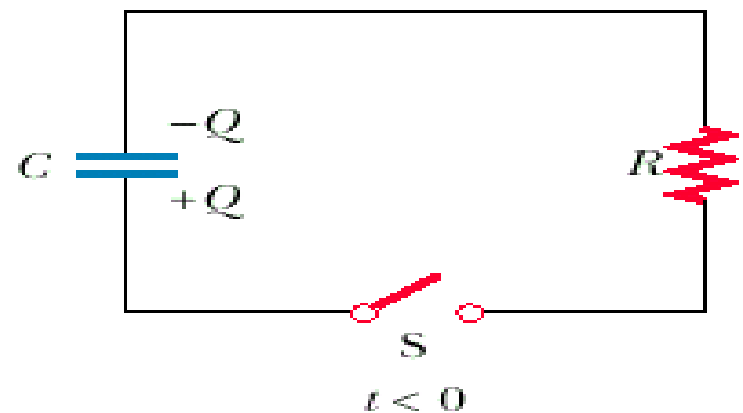
$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (E^2 d^2) = \frac{1}{2} (\epsilon_0 A d) E^2$$

Circuitos RC

- Hasta ahora hemos visto circuitos en que la corriente es constante, cuando existen Condensadores, la corriente varía en el tiempo. Un circuito que contiene Resistencia y Condensador, es llamado un circuito RC.



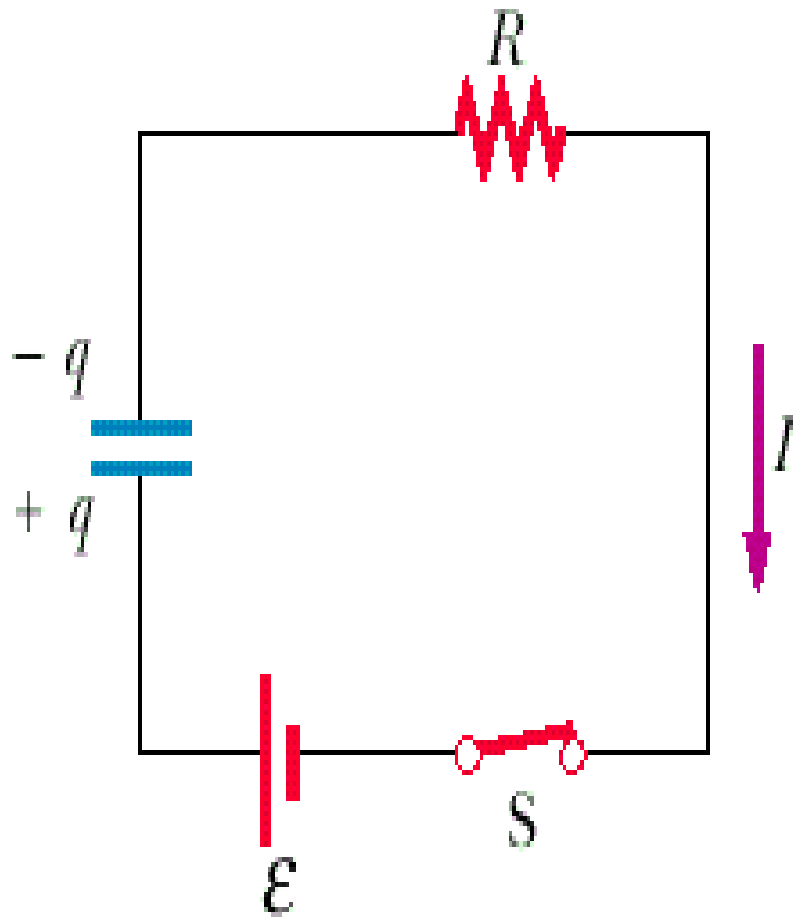
• Carga



• Descarga

Carga de un Circuito RC

- Aplicamos la regla de Kirchhoff's a partir del instante en que se cierra el interruptor S:



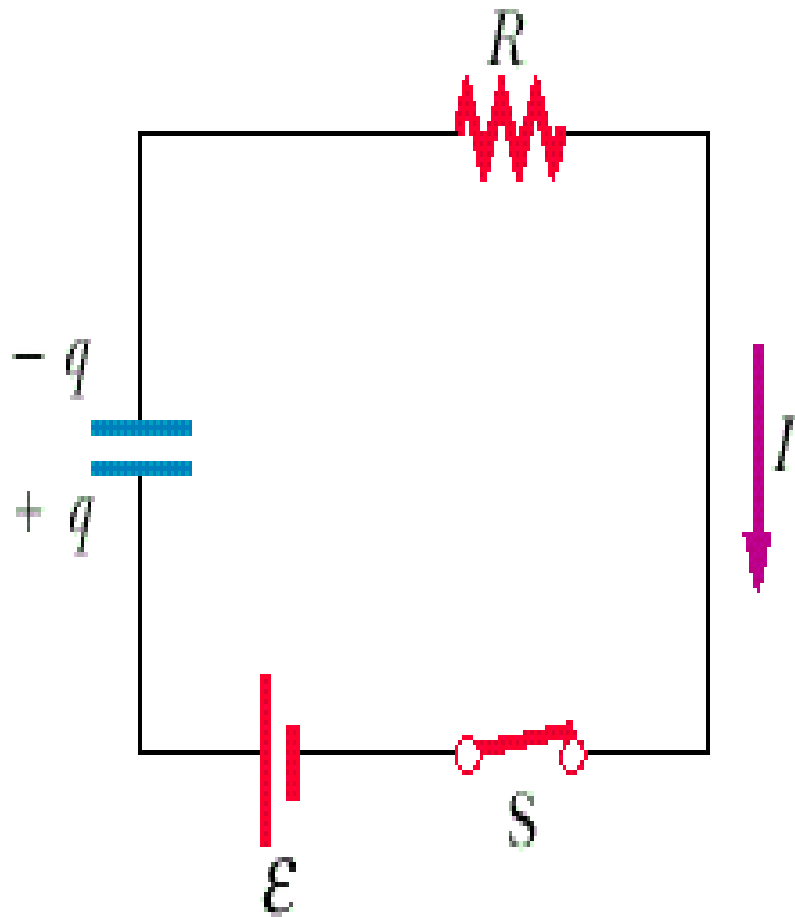
$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

Al principio el condensador no tiene carga, y la corriente es máxima, haciendo entonces $q=0$, tenemos que:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Carga de un Circuito RC

- Aplicamos la regla de Kirchhoff's a partir del instante en que se cierra el interruptor S:



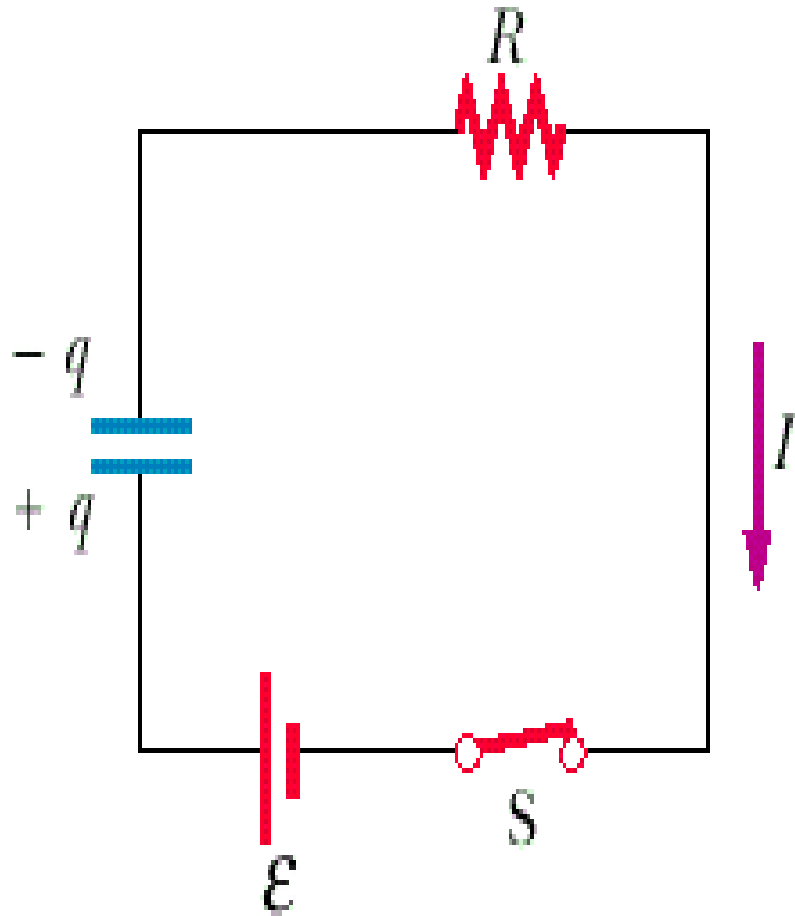
$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

Cuando el condensador alcanza su carga máxima, entonces la corriente es cero, $I=0$, y tenemos que:

$$Q = C\mathcal{E}$$

Carga de un Circuito RC

- Pero en esta situación, “ q ” e “ I ” dependen del tiempo, de modo que para eliminar una variable reemplazamos $I = dq/dt$:

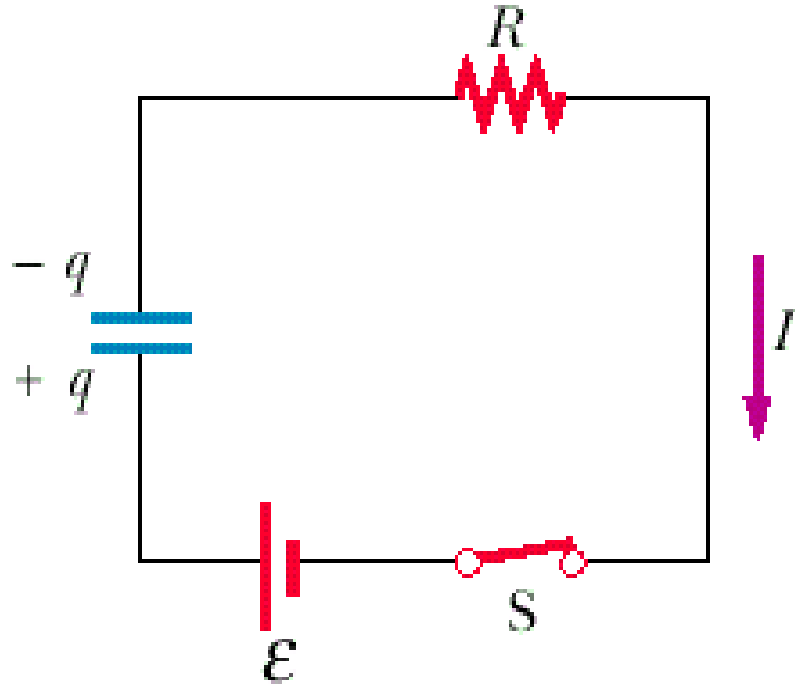


$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

Carga de un Circuito RC

- Reordenando un poco:

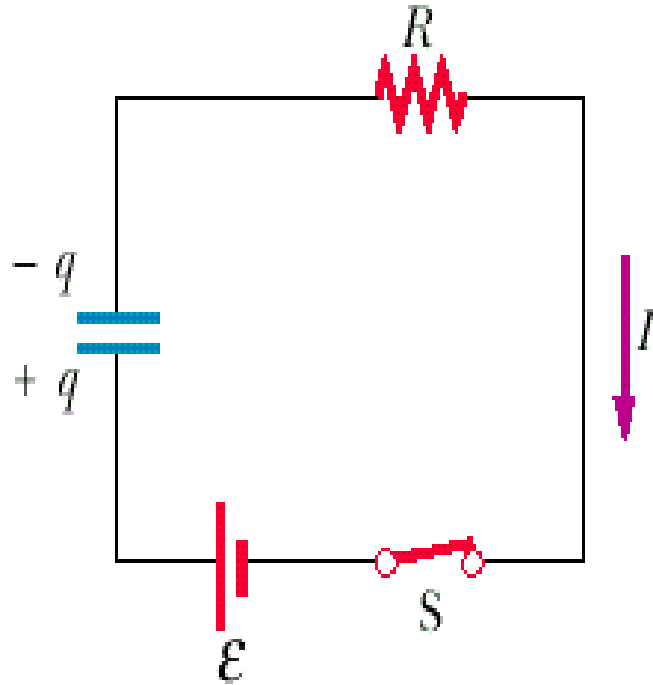


$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\mathcal{E}}{RC}$$

Carga de un Circuito RC

- Multiplicamos por “dt” y dividimos por (q-CE), para obtener:

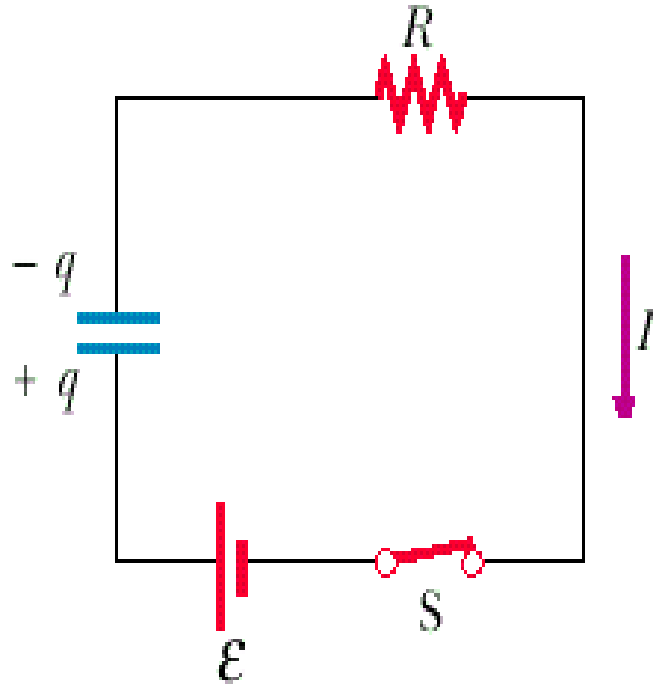


$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\varepsilon}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\varepsilon}{RC}$$

$$\frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC} dt$$

Carga de un Circuito RC

- Integramos teniendo en cuenta que q $t=0$; $q=0$:



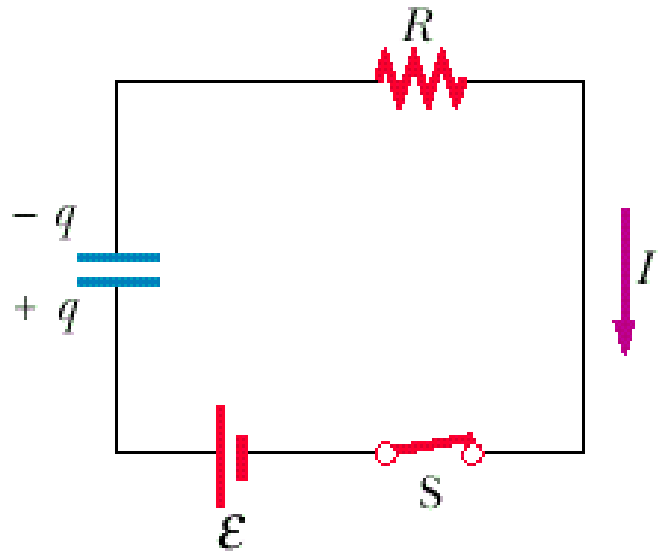
$$\frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} dt$$

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Carga de un Circuito RC

- Usando la definición de logaritmo natural, y el hecho que $C\mathcal{E}$ es la carga máxima, obtenemos:



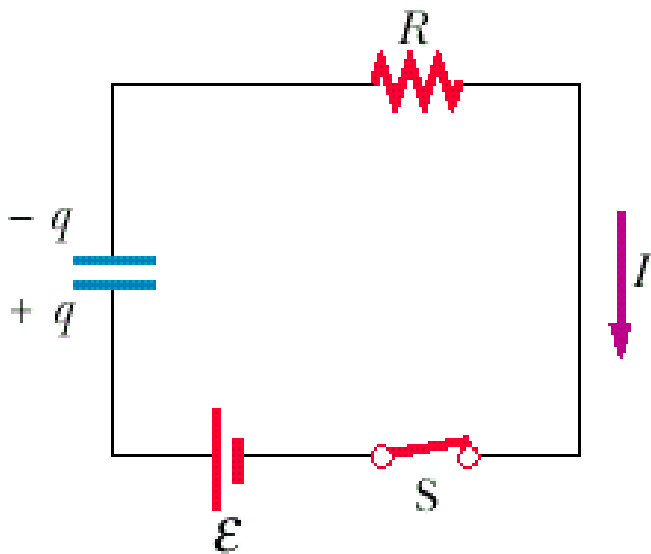
$$\ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = C\mathcal{E} (1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC})$$

Carga de un Circuito RC

- Por definición $I=dq/dt$, de modo que derivando obtenemos la corriente en función del tiempo:

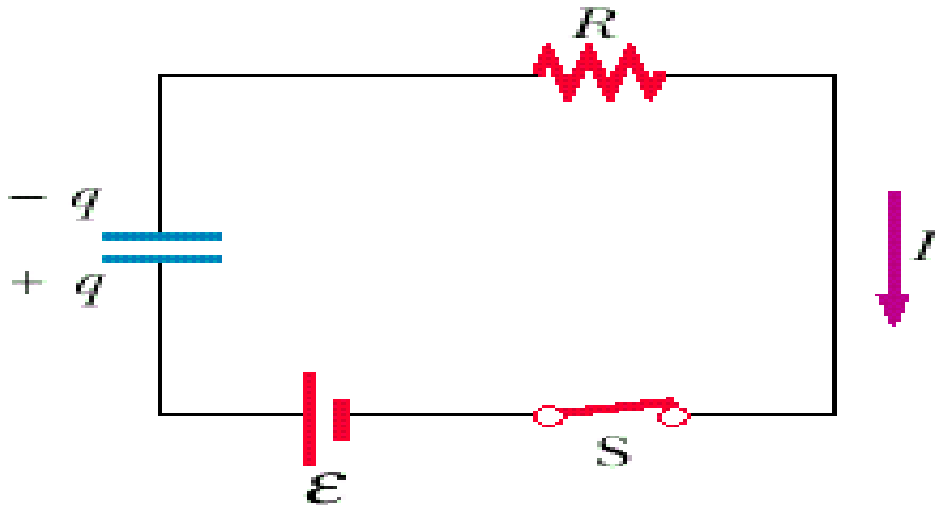
$$q(t) = C\mathcal{E} (1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC})$$



$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

Carga de un Circuito RC

- La constante RC del circuito, es llamada la constante de tiempo, se denota por la letra griega τ (tau), y tiene unidades de tiempo:



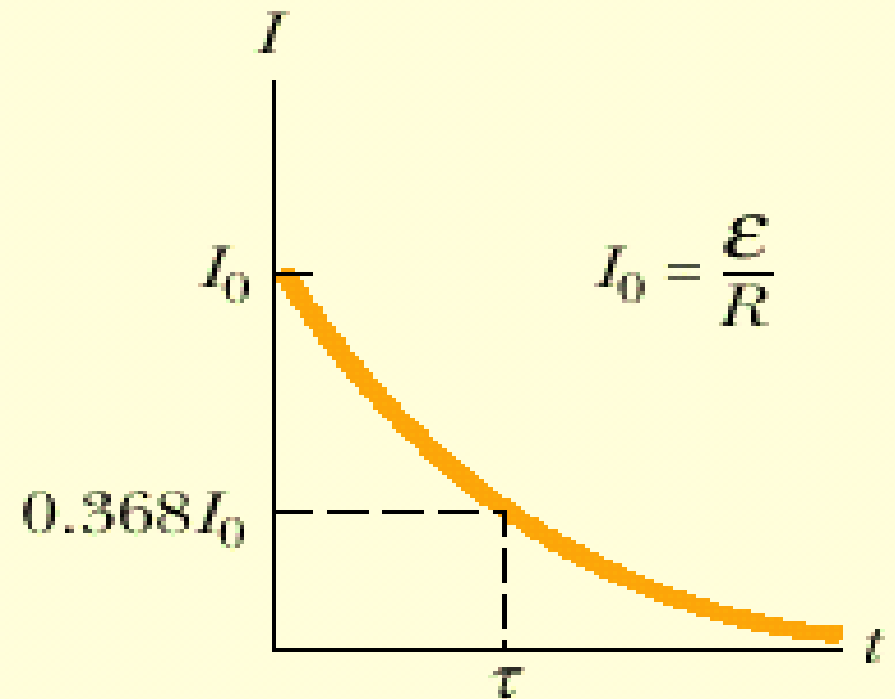
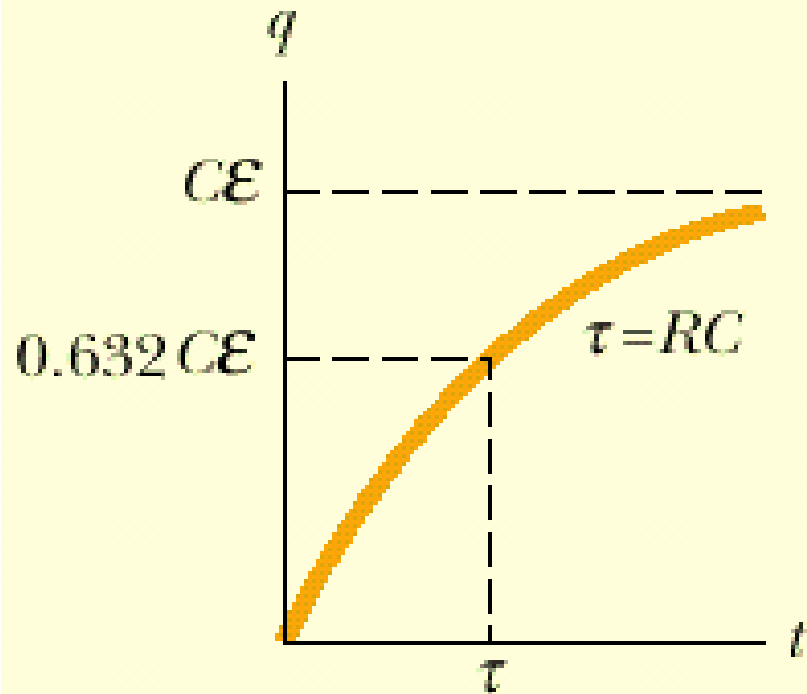
$$[\tau] = [RC] = \left[\frac{\Delta V}{I} \times \frac{Q}{\Delta V} \right] = \left[\frac{Q}{Q/\Delta t} \right] = [\Delta t] = T$$

Carga de un Circuito RC

- Gráficos de carga y corriente en función del tiempo:

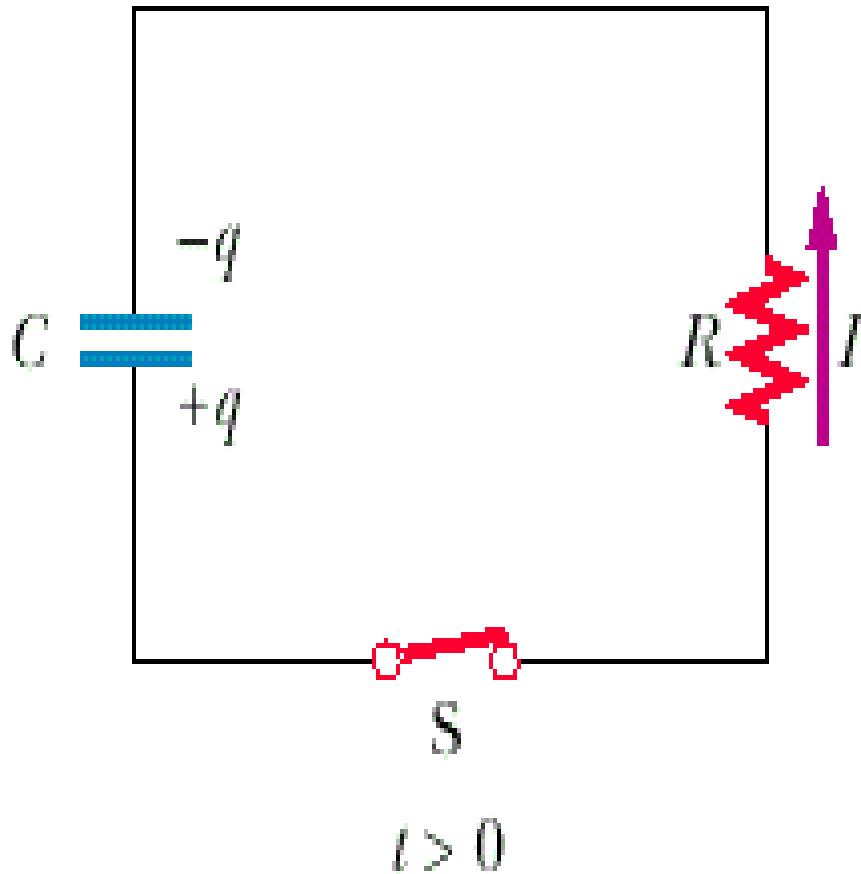
$$q(t) = C\mathcal{E} (1 - e^{-t/RC})$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$



Descarga de un Circuito RC

- Aplicamos la regla de Kirchhoff's a partir del instante en que se cierra el interruptor S, considerando que ahora $E=0$:



$$-\frac{q}{C} - IR = 0$$

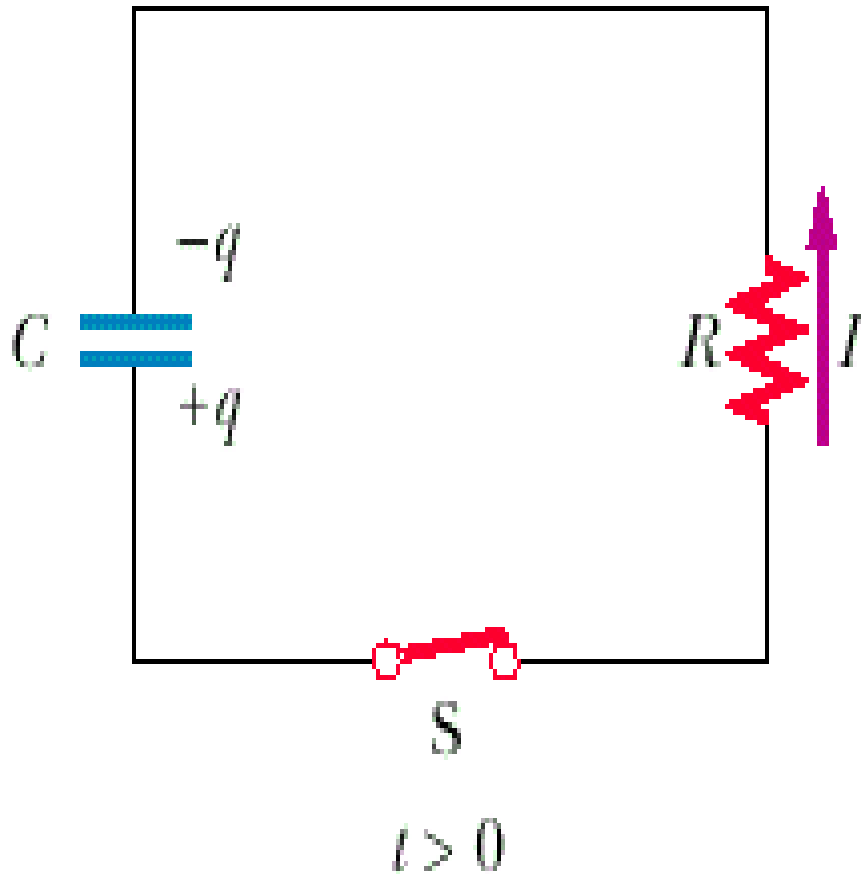
y reemplazando $I=dq/dt$, tenemos:

$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$$

Descarga de un Circuito RC

- Ahora la condición de borde para integrar, es que en $t=0$; $q=Q$:



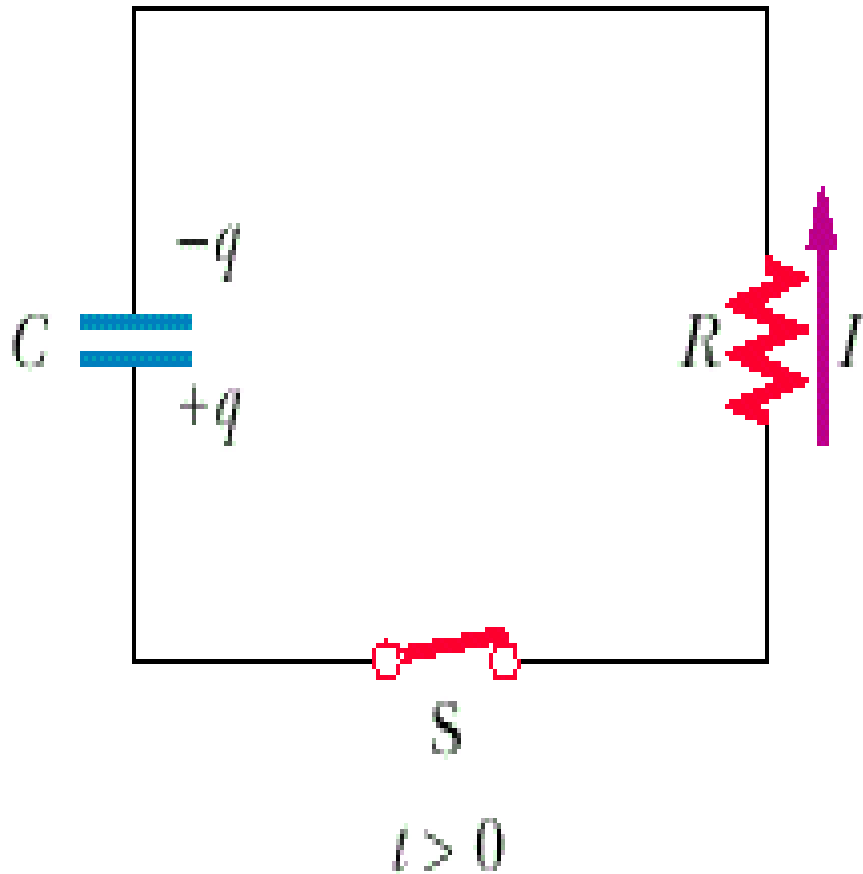
$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$$

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

Descarga de un Circuito RC

- Ahora la condición de borde para integrar, es que en $t=0$; $q=Q$:

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

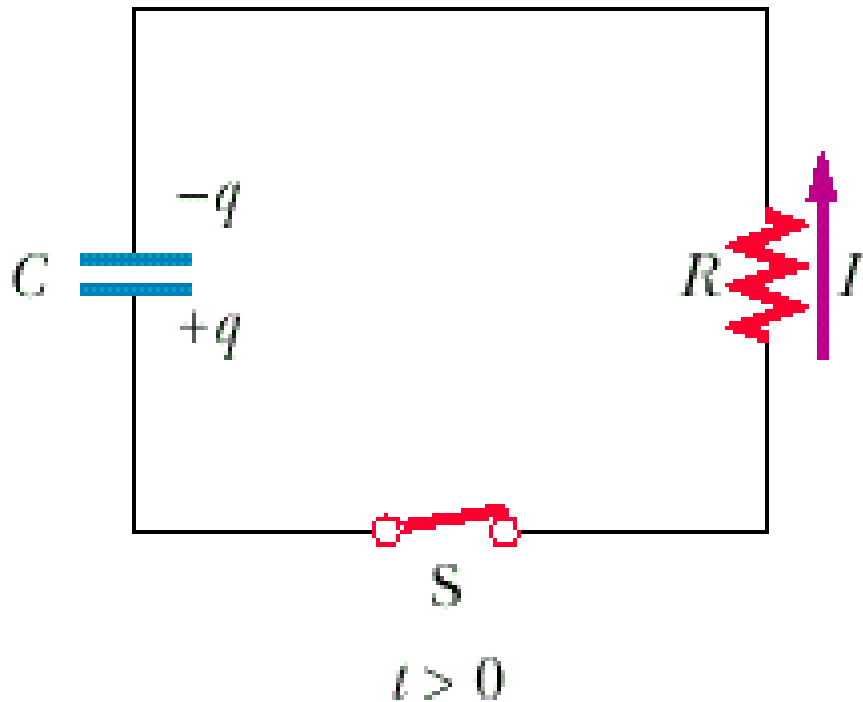


$$\ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

Descarga de un Circuito RC

- Usamos la definición de corriente $I=dq/dt$, para obtener:



$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

con $I_0=Q/(RC)$ corriente inicial

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} (Qe^{-t/RC}) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/RC}$$