Impedancia 2011

Dr. Luis Robles W.
Programa de Fisiología y Biofísica

Impedancia mecánica

$$Z_m = \frac{F(t)}{v(t)} \qquad \Rightarrow \quad F(t) = Z_m \; v(t)$$

Analogía eléctrica:

$$Z_e = \frac{V(t)}{i(t)}$$ o en el caso particular de la ley de Ohm $$R_e = \frac{V(t)}{i(t)}$$

ecuación de movimiento:

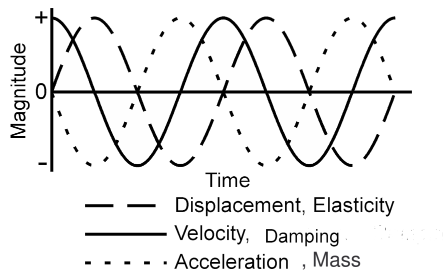
$$F(t) = ma(t) + Rv(t) + Kx(t)$$

expresando en función de $v(t)$:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

$$x(t) = \int v(t)\, dt$$

$$F(t) = m\frac{dv(t)}{dt} + Rv(t) + K\int v(t)\, dt$$



Si la velocidad es una función senoidal, la fuerza también será una función de tipo senoidal, de la misma frecuencia, relacionada con la velocidad por la impedancia:

$$v(t) = v_o sen(\omega t)$$

$$F(t) = F_o sen(\omega t + \varphi)$$

$$F_o = Z_m V_o$$

$$v_o = \frac{F_o}{Z_m}$$

$$F_o = (R + j\,(wm - \frac{K}{w}))\, v_o$$

$Z_m = R + j(wm - \frac{k}{w})$ impedancia mecánica

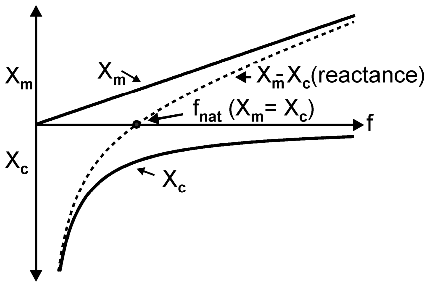
$Z_m = R_m + jX_m$

$R_m =$ resistencia mecánica

$X_m = wm - \frac{k}{w}$ reactancia mecánica

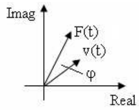
$Y_m = \frac{1}{Z_m}$ admitancia mecánica

$$X_m = wm - \frac{k}{w}$$ reactancia mecánica



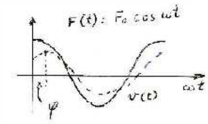
Módulo de la impedancia:

$$|Z_m| = \sqrt{R^2 + (wm - \frac{k}{w})^2}$$



Angulo de la impedancia:

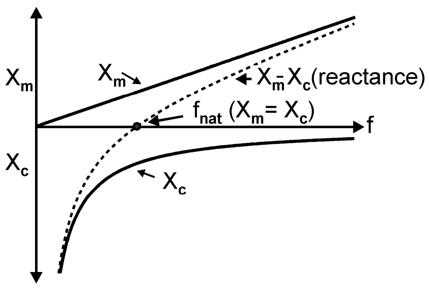
$$\varphi = arc\ tg \frac{wm - \frac{k}{w}}{R}$$



Para $\varphi \rangle o$: v atrasada con respecto a F

$$v = v_o \cos(wt - \varphi)$$

$$X_m = wm - \frac{k}{w}$$ reactancia mecánica



Resonancia mecánica

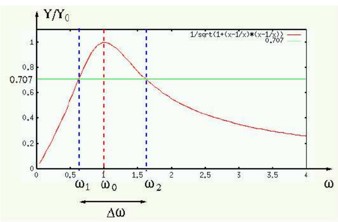
$w = w_o$ $w_o m - \frac{k}{w_o} = o$

$$w = w_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$Z_m = R$

Impedancia mínima
Potencia máxima
Velocidad máxima

Curva de Resonancia (Factor de Calidad Q)



$$Q = \frac{w_o}{ancho\ banda} = \frac{w_o}{w_2 - w_1}$$

$$Q = \frac{w_o}{2\beta} = \frac{m\ w_o}{R}$$

Factor de calidad Q $W_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$Q = \frac{w_o}{2\beta} = \frac{m\ w_o}{R}$$

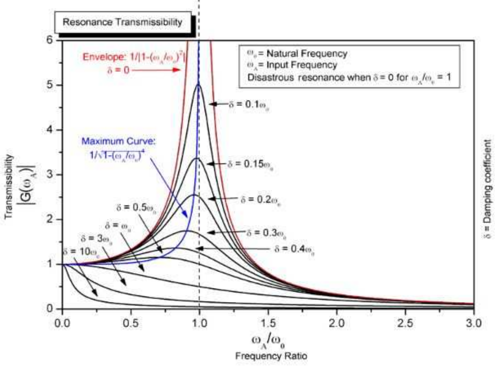
$\beta = \frac{R}{2m} =$ Constante de decaimiento

$$Q = \frac{w_o}{ancho\ banda} = \frac{w_o}{w_2 - w_1}$$

w_2, w_1 veloc. angular a mitad de potencia

$$Q = \frac{Energía\ almacenada\ por\ ciclo}{Energía\ perdida\ por\ radian}$$

Agudeza de resonancia



Para $w \langle\langle w_o \quad w_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$Z_m = R + j(wm - \frac{k}{w})$$
$$= R + j\frac{m}{w}(w^2 - w_0^2)$$
$$\approx R - j\frac{m}{w}\cdot\frac{k}{m}$$

$$Z_m = R - j\frac{k}{w} \approx -j\frac{k}{w}$$

$$v_o = \frac{F_o}{\frac{k}{w}} = \frac{w\,F_o}{k}$$

$$\varphi = arc\ \mathrm{tg}\frac{-\frac{k}{w}}{R}$$

$$= arc\ \mathrm{tg} - \infty \Rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

v *adelanta* 90° *a* F

Para $w \langle\langle w_o \qquad w_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$Z_m = R - j\frac{k}{w} \approx -j\frac{k}{w}$$

v adelanta en 90° a F

Para $w \rangle\rangle w_o \qquad Z_m = R + j(wm - \frac{k}{w})$

$$Z_m = R + jwm \approx jwm$$

$$v_o \approx \frac{F}{wm}$$

$$\varphi = arc\ \mathrm{tg}\frac{wm}{R}$$

$$= \mathrm{arctg} + \infty \Rightarrow \frac{\pi}{2}$$

v *atrasa* 90° *a* F

Para $w \rangle\rangle w_o$

$$Z_m = R + jwm \approx jwm$$

v atrasa en 90° a F

Relación entre impedancia mecánica y acústica

Impedancia mecánica

$$Z_m = \left[R_m + j(wm - \frac{k}{w})\right]$$

Impedancia acústica

$P_o = z_a\, u_o\, senwt \qquad s = área\, [m^2]$

en que: presión — Velocidad de volumen

$P(t) = P_o\, senwt \quad [N/m^2] \qquad u(t) = u_o\, senwt \quad \left[\frac{m^3}{s}\right]$

$P(t) = \frac{f(t)}{s} = \frac{F_o}{s}\ senwt \qquad u(t) = v(t)\cdot s$

$= v_o \cdot s\ senwt$

$$P_o = \frac{F_o}{s} \qquad u_o = v_o \cdot s$$

$$F_o = z_m \, v_o \, senwt$$

$$\frac{F_o}{s} = \frac{z_m}{s} \cdot \frac{v_o \cdot s}{s} \, senwt$$

$$P_o = \frac{z_m}{s^2} u_o \, senwt$$

$$P_o = z_a \, u_o \, senwt$$

$$z_a = \frac{z_m}{s^2} = \frac{R_m + j(w \cdot m - \frac{k}{w})}{s^2} \qquad \left[\frac{N \cdot s}{m^5}\right] = \Omega = \left[\frac{kg}{m^4 \cdot s}\right]$$

$$\text{Masa acústica} = \frac{m_m}{s^2} = m_a \qquad \left[kg / m^4\right]$$

$$\text{Resistencia acústica} = \frac{R_m}{s^2} = R_a \qquad \left[N \, seg/m^5\right]$$

$$\text{Rigidez acústica} = k_a = \frac{k_m}{s^2}$$

$$C_a = compliancia\ acústica = \frac{1}{k_a} = C_m \cdot s^2 \left[m^4 \cdot \frac{seg^2}{kg}\right]$$

$$z_a = R_a + j\left(wm_a - \frac{k_a}{w}\right) = R_a + j\left(wm_a - \frac{1}{C_a \cdot w}\right)$$

$$z_a = R_a + j\,x_a \quad \begin{cases} Z_a = impedancia\ acústica \\ R_a = resistencia \\ X_a = reactancia \end{cases}$$

$$y_a = \frac{1}{z_a} = G_a + j\,B_a \quad \begin{cases} Y_a = admitancia \\ G_a = conductancia \\ B_a = suceptancia \end{cases}$$

Relación compliancia – volumen

$$\text{Reactancia} = -j \frac{1}{w\,C_a}$$

$$C_a = \frac{V}{\rho_o c^2} = \frac{V}{\gamma \, P_o}$$

$C_a = compliancia$

$\rho_o = 1{,}18 \quad kg/m^3$

$P_o = 1{,}013 \cdot 10^5 \quad N/m^2$

$c = 331 \quad m/s$

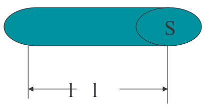
$\gamma = relación\ calores\ específicos = 1{,}4$

Masa acústica

$M_a = M / S^2$

$M_a = \rho * l * S / S^2$

$M_a = \rho * l / S \quad [Kg/m^4]$



Resistencia acústica

$R_a = R_m / S^2$

$R_a \; [N\ s / m^5] = [\Omega_a]$

Resonador de Helmholtz

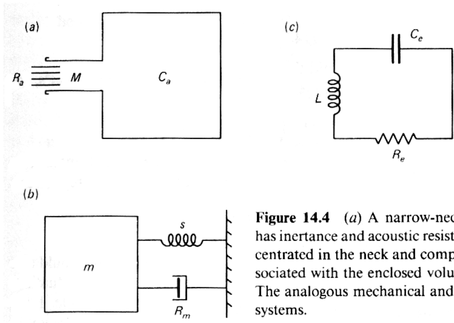


Figure 14.4 (*a*) A narrow-necked flask has inertance and acoustic resistance concentrated in the neck and compliance associated with the enclosed volume. (*b, c*) The analogous mechanical and electrical systems.

Resonancia acústica

$$z_a = R_a + j\left(wm_a - \frac{1}{C_a \cdot w}\right)$$

$w = w_o$ $\quad$ $w_o m_a - \frac{1}{w_o C_a} = 0$

$$w = w_o = \sqrt{\frac{1}{m_a C_a}}$$

$$Z_a = R_a$$

Impedancia mínima
Potencia máxima
Velocidad máxima