



**Densidad:**

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ (kg / m}^3\text{)}$$

$$\rho_o > \rho_f$$

$$\rho_o = \rho_f$$

$$\rho_o < \rho_f$$

### La Densidad de algunos Elementos

(kg./ m <sup>3</sup> )	(kg./ m <sup>3</sup> )
Aluminio = 2,7x 10 <sup>3</sup>	Agua = 1,00 x10 <sup>3</sup>
Hielo = 0,97x10 <sup>3</sup>	Agua de mar = 1,03 x 10 <sup>3</sup>
Hierro = 7,86 x 10 <sup>3</sup>	Mercurio = 13,6 x 10 <sup>3</sup>
Cobre = 8,92 x 10 <sup>3</sup>	Aire = 1,29
Plata = 10,5 x 10 <sup>3</sup>	Helio = 1,79 x 10 <sup>-1</sup>
Plomo = 11,3 x 10 <sup>3</sup>	Oxigeno = 1,43
Oro = 19,3 x 10 <sup>3</sup>	
Platino = 1,26 x 10 <sup>3</sup>	

### Densidad Relativa de un Elemento

Se define como la relación entre la densidad del elemento y la densidad del agua (4° C)

$$\rho_R = \frac{\rho_{elemento}}{\rho_{agua}}$$

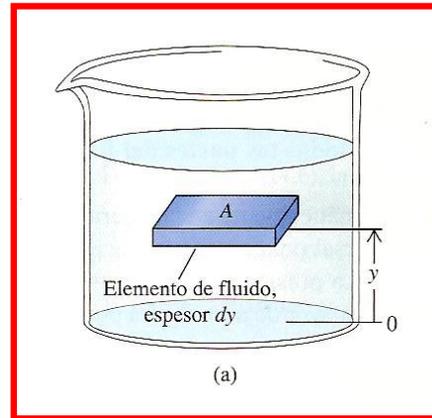
### Peso Específico

$$P.E. = \frac{\vec{W}}{V} \text{ (N/m}^3\text{)} \quad \frac{\vec{W}}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = \frac{m \cdot g}{\frac{m}{\rho}} \quad P.E. = \rho \cdot g$$

## Presión

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} \quad (N/m^2)$$

$$1 \frac{N}{m^2} = 1 Pa$$



$$P = \frac{F}{A} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{m \cdot g}{A}$$

$$P = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A}$$

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

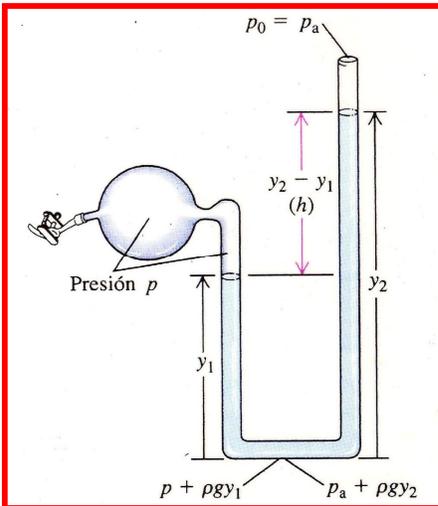
### Medición de la Presión en un tubo abierto

Si, la densidad ( $\rho$ ) es constante significa que el fluido es relativamente incompresible.

$$P + \rho \cdot g \cdot h_1 = P_0 + \rho \cdot g \cdot h_2$$

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$



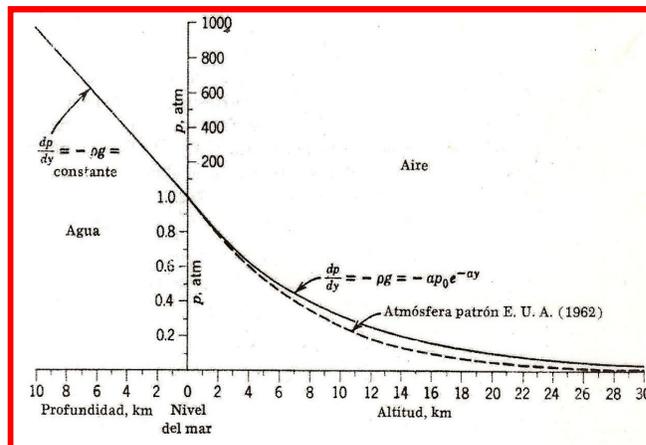
$$\frac{dP}{dy} = -\rho \cdot g$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0}$$

$$\rho = \frac{\rho_0 \cdot P}{P_0}$$

$$P = P_0 e^{-ay}$$

$$a = \frac{\rho_0 \cdot g}{P_0}$$



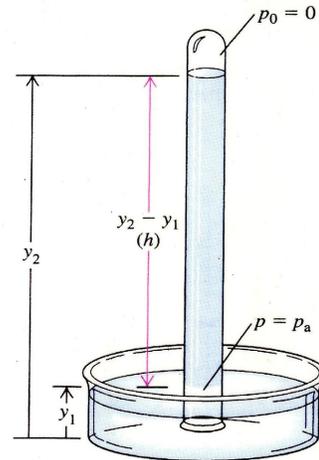
Medición de la Presión, realizada por Evangelista Torricelli

$$P = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$$

$$P = 13,6 \times 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,76$$

$$P = 1,013 \times 10^5 \text{ (Pa)}$$

$$1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ (Pa)}$$



Otras Unidades de Presión

$$P = 1,013 \times 10^6 \text{ (dinas / cm}^2 \text{ )}$$

$$1 \text{ dina / cm}^2 = 1 \text{ } \mu\text{bar}$$

$$1 \text{ } \mu\text{bar} = 0,1 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

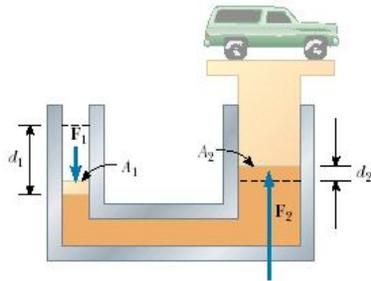
$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

$$1 \text{ mmHg} = 1 \text{ torr}$$

$$1 \text{ atm.} = 76 \text{ cmHg}$$

### Principio de Pascal

La prensa hidráulica



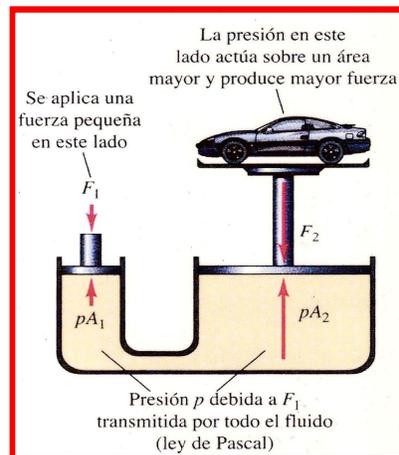
### Principio de Pascal

En un sistema aislado, las presiones ejercida sobre un líquido o sobre un gas se propaga en todas las direcciones con la misma intensidad.

$$P_e = P_s$$

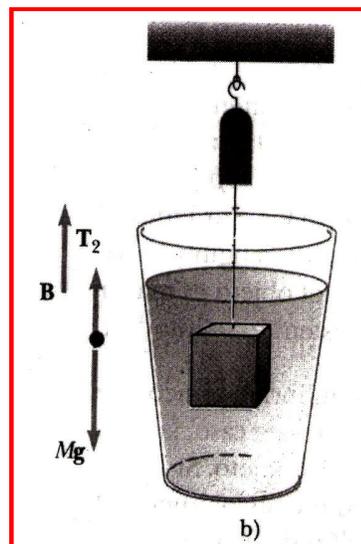
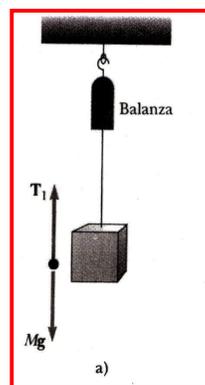
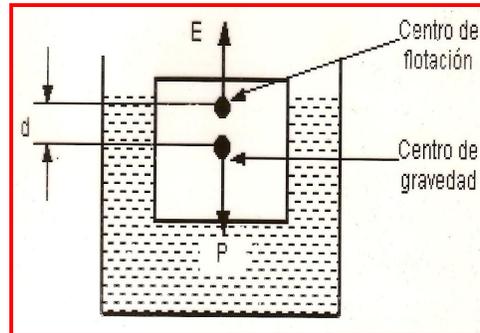
$$\frac{F_e}{A_e} = \frac{F_s}{A_s}$$

$$F_s = \frac{A_s}{A_e} F_e$$



### Principio de Arquímedes

“Un cuerpo total o parcialmente sumergido en fluido (líquido o gas), experimenta un empuje o fuerza de flotación ascendente igual al peso del fluido desalojado por el objeto”



“La magnitud de la fuerza de flotación es igual al peso del fluido desplazado por el objeto”.

Empuje o Fuerza de Flotación

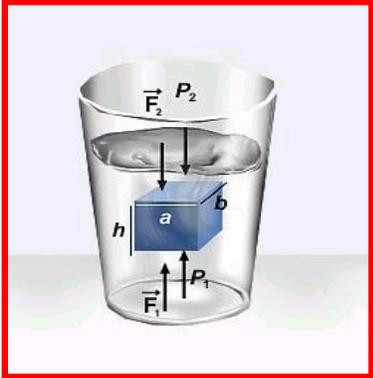
$$E = \rho_f \cdot g \cdot V_0 (N)$$

$$\vec{W}_{aparente} = \vec{W}_{real} - \vec{E} (N)$$

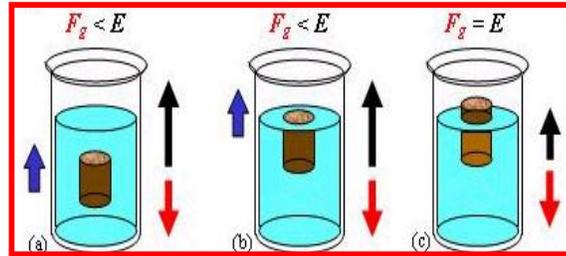
$\vec{W} > \vec{E}$  Se hunde

$\vec{W} = \vec{E}$  Reposo

$\vec{W} < \vec{E}$  Flota



Si un cuerpo flota, siempre hay una parte que queda dentro del fluido y otra fuera

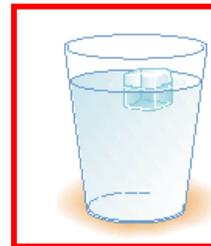


$$\vec{W} = \vec{E} \quad \left. \begin{array}{l} \vec{W} = \rho_o \cdot g \cdot V_o \\ \vec{E} = \rho_f \cdot g \cdot V_s \end{array} \right\} \longrightarrow \frac{\rho_o}{\rho_f} = \frac{V_s}{V_o}$$

Ejemplo:

Si la densidad del agua es  $10^3$  (kg / m<sup>3</sup>)

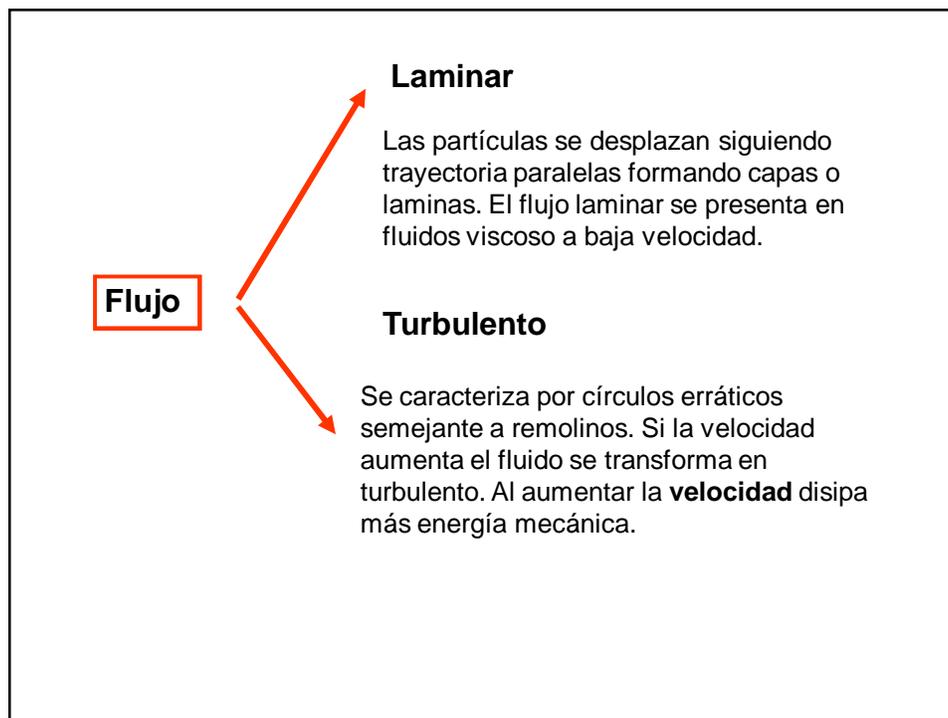
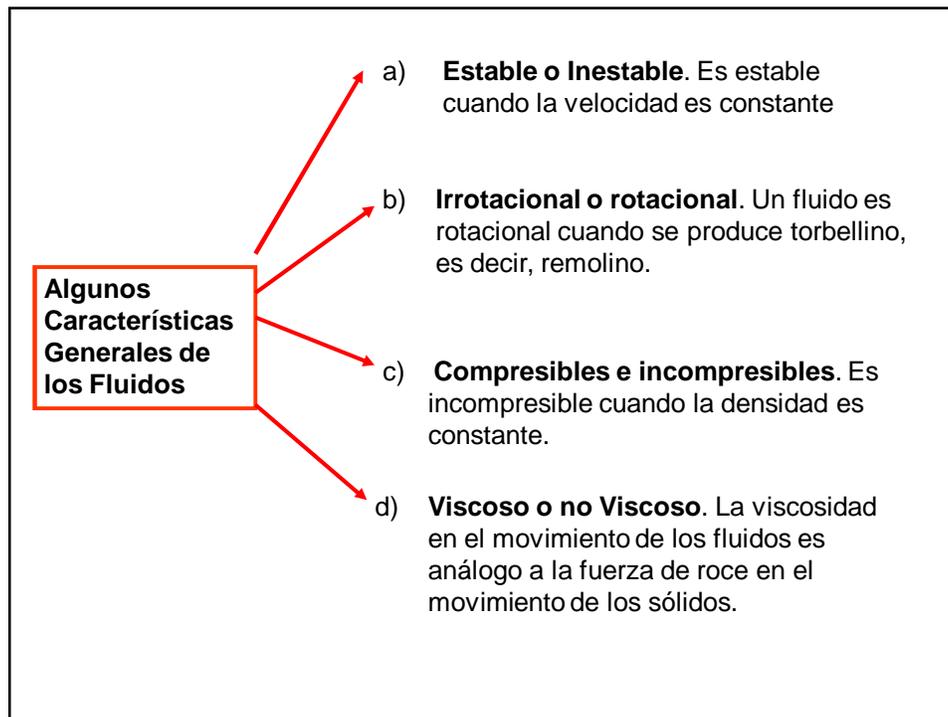
La densidad de hielo es 970 (kg / m<sup>3</sup>)



$$\frac{\rho_{hielo}}{\rho_{agua}} = \frac{V_{sumergido}}{V_{hielo}}$$

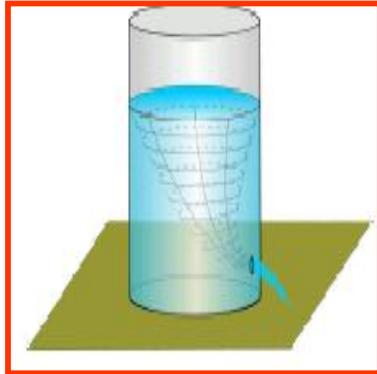
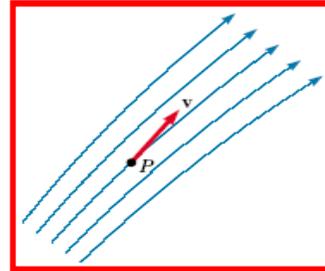
$$\frac{970}{1000} = \frac{V_{sumergido}}{V_{hielo}}$$

$$V_{sumerg.} = 0,97 \cdot 100 = 97\% \cdot V_{hielo}$$



### Líneas de Corriente

Las líneas de corriente son líneas imaginarias que siempre son paralelas a la dirección del flujo en cada punto.



Líneas de corriente que se forman en la descarga de un recipiente

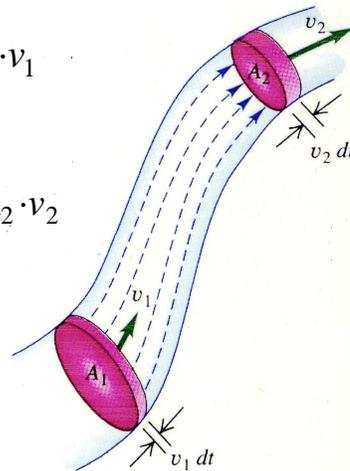
### Ecuación de Continuidad

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\rho_1 \cdot V}{\Delta t} = \frac{\rho_1 \cdot A_1 \cdot \Delta x_1}{\Delta t} = \rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1$$

$$\frac{\Delta m_2}{\Delta t} = \frac{\rho_2 \cdot V}{\Delta t} = \frac{\rho_2 \cdot A_2 \cdot \Delta x_2}{\Delta t} = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$$

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t}$$

$$\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$$

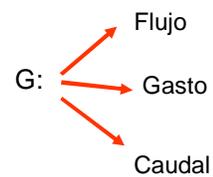


$$\text{Si } \rho_1 = \rho_2$$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$A \cdot v = C^{te}$$

$$G = A \cdot v \text{ (m}^3/\text{seg.)}$$



### Ejemplo

Una manguera de agua de 2 cm de diámetro es utilizada para llenar una cubeta de 20 litros. Si se tarda 1 minuto para llenar la cubeta. Calcule la velocidad del agua a la cual sale de la manguera.

$$G = \frac{V}{t} = \frac{20 \times 10^3}{60} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ (cm}^3/\text{seg.)}$$

$$G = A \cdot v$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} \text{ (cm}^2\text{)} = \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$v = \frac{G}{A} = \frac{3,3 \cdot 10^2}{\pi} \text{ (cm/seg.)}$$

$$v = 106 \text{ (cm/seg.)}$$

## Ecuación de Bernoulli

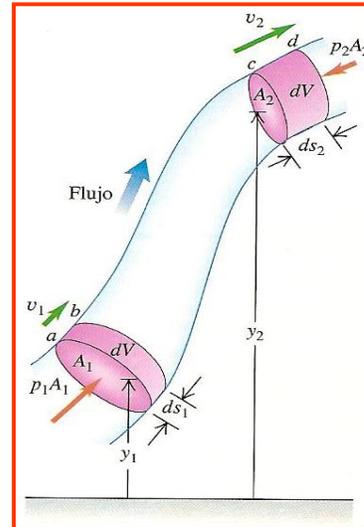
Presión x volumen = trabajo

$$W_1 = P_1 A_1 ds_1$$

$$W_2 = -P_2 A_2 ds_2$$

$$W_3 = -m \cdot g (h_2 - h_1)$$

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3$$



$$W_t = \Delta E_c$$

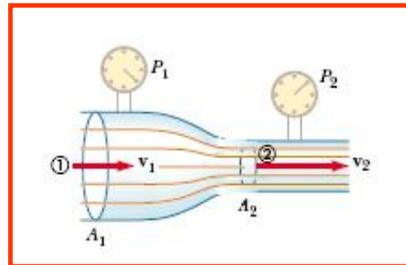
$$P_1 dV - P_2 dV - m \cdot g (h_2 - h_1) = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$

$$P_1 - P_2 - \rho \cdot g (h_2 - h_1) = \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2$$

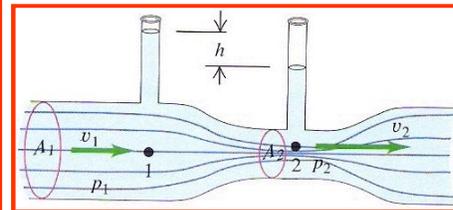
$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

$$P + \rho gh + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = C^{te}$$

### Tubo de Venturi



$$v_1 < v_2$$

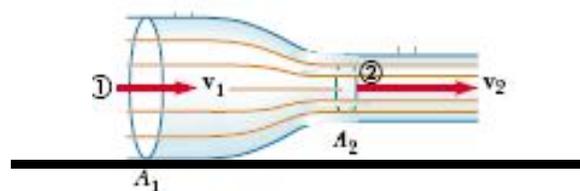


$$P_1 > P_2$$

### Ejemplo

Por un tubo de sección transversal  $A_1$  de 4 cm de radio, pasa agua con una velocidad de 2 m/seg. y a una presión de 2 atm. y luego el flujo pasa por una sección transversal en  $A_2$  de 2 cm de radio. Determine:

- La velocidad que pasa por la sección  $A_2$
- La presión por dicha sección.



Ecuación de Continuidad

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\pi \cdot 16 \cdot 2 = \pi \cdot 4 \cdot x$$

$$v_2 = 8 \text{ (m/seg)}$$

Ecuación de Bernoulli

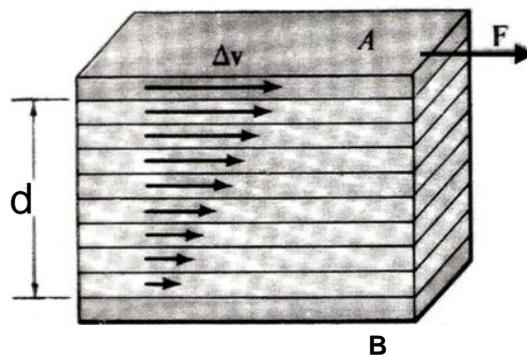
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2$$

$$P_2 = 2,026 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} 10^3 (4 - 64) - 10^3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-2}$$

$$P_2 = 1,72 \cdot 10^5 \text{ (Pa)}$$

$$P_2 = 1,7 \text{ (atm.)}$$

### Viscosidad



$$F = \eta \cdot A \frac{v}{d}$$

## Algunos valores de la viscosidad (Pa. x seg.)

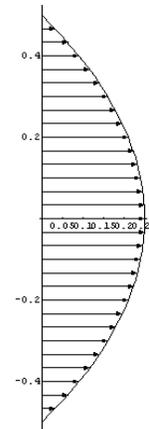
T°	agua	aire	aceite	sangre	plasma
0	1,79x10 <sup>-3</sup>	1,70x10 <sup>-5</sup>	5,30		
20	1,00x10 <sup>-3</sup>	1,81x10 <sup>-5</sup>	0,99	3,0x10 <sup>-3</sup>	1,8x10 <sup>-3</sup>
37	0,69x10 <sup>-3</sup>	1,87x10 <sup>-5</sup>		2,1x10 <sup>-3</sup>	1,3x10 <sup>-3</sup>
40	0,66x10 <sup>-3</sup>	1,90x10 <sup>-5</sup>	0,23		
60	0,47x10 <sup>-3</sup>	2,00x10 <sup>-5</sup>	0,08		
80	0,36x10 <sup>-3</sup>	2,09x10 <sup>-5</sup>	0,03		
100	0,28x10 <sup>-3</sup>	2,18x10 <sup>-5</sup>	0,017		

## Perfil de la Velocidad

$$v_{m\acute{a}x} = \frac{\Delta P}{4\eta L} R^2 \quad (m/s)$$

$$v(r) = \frac{\Delta P}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

$$v = 0 \quad (m/s)$$



### Ecuación de Poiseuille

$$G = \int_0^R 2\pi \cdot v \cdot dr$$

$$G = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\eta L}$$

G = gasto o flujo (m<sup>3</sup> /seg)

$$G = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\eta L}$$

$$v_m = \frac{G}{A}$$

$$G = v_m \cdot A$$

$$v_m = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\eta L \pi R^2}$$

$$v_m = \frac{\Delta P}{8\eta L} \cdot R^2$$

## Número de Reynolds

Para determinar si un régimen es laminar o turbulento se usa el número de Reynolds.

$$N = \frac{2 \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot R}{\eta}$$

$\rho$ : densidad

$\eta$ : viscosidad

$\bar{v}$ : velocidad media

R: radio

$N < 2000$  el flujo es laminar

$N > 3000$  el flujo es turbulento

## Resistencia al Flujo

La resistencia al flujo  $R_f$  se define en general como el cociente entre la caída de presión y el caudal.

$$R_f = \frac{\Delta P}{G}$$

Si el flujo es laminar, entonces

$$R_f = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi} \cdot \frac{1}{R^4}$$

La unidad  $R_f$  es ( Pa · seg. / m<sup>3</sup> )

### Ejemplo

La aorta de un hombre adulto medio tiene un radio de  $1,3 \times 10^{-2}$  (m) Cuánto vale la resistencia al flujo y la caída de presión en una distancia de 0,2 (m) a lo largo de dicha arteria. Suponga un caudal de  $10^{-4}$  ( $m^3 / \text{seg}$ ).

$$\eta = 2,084 \times 10^{-3} \text{ (Pa}\cdot\text{seg)}$$

$$R_f = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi} \cdot \frac{1}{R^4}$$

$$R_f = \frac{8}{\pi} \frac{(2,084 \cdot 10^{-3}) \cdot (0,2)}{(1,3 \cdot 10^{-2})^4}$$

$$R_f = 3,72 \cdot 10^4 \text{ (Pa}\cdot\text{seg} / m^3)$$

$$\Delta P = 3,72 \text{ (Pa)}$$