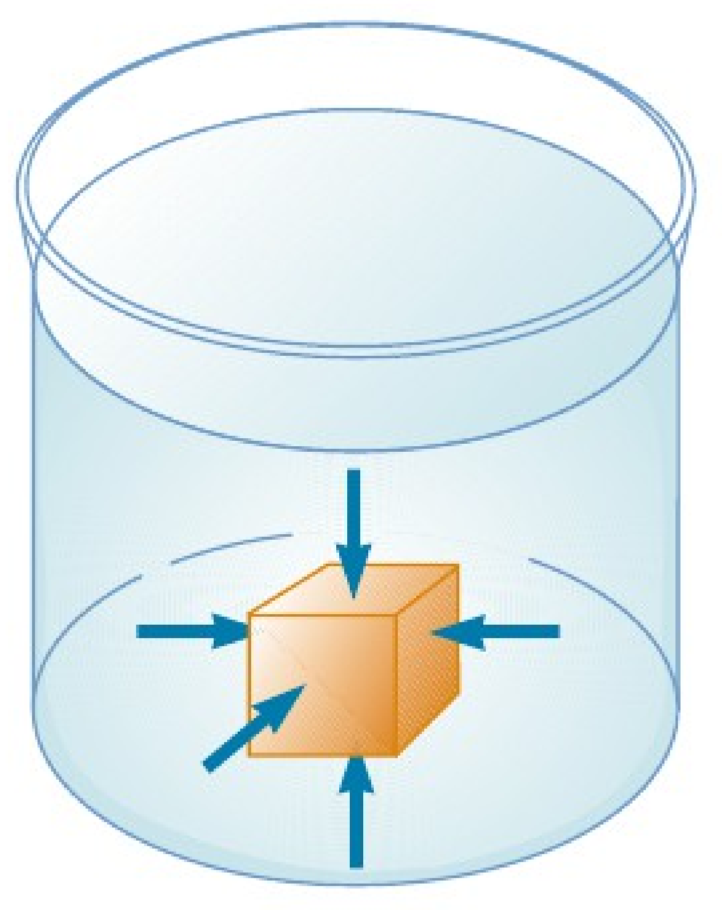
Mecánica de Fluídos

Facultad de Medicina

2008

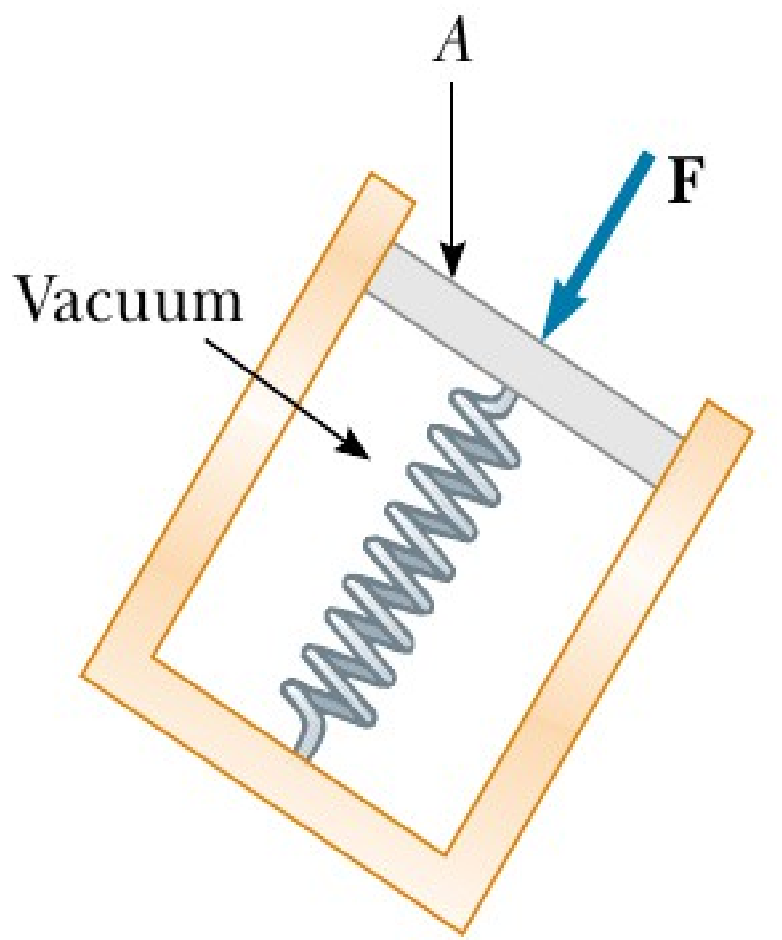
Mecánica de Fluídos

Un fluído ejerce presión sobre un cuerpo sumergido en él, de manera perpendicular a la superficie del cuerpo.



Mecánica de Fluídos

Podemos medir la presión, sumergiendo el dispositivo mostrado en la figura, habiendo previamente calibrado el resorte.



Mecánica de Fluídos

Ejemplo de dispositivo para disminuir la presión.

Mecánica de Fluídos

Definición:

Si F es la fuerza sobre una área A, la presión es entonces el cuociente entre F y A.

$$P \equiv \frac{F}{A}$$

Mecánica de Fluídos

Como veremos mas adelante, la presión varía con la profundidad, de modo que para obtener la fuerza sobre una pared, debemos integrar la ecuacion:

$$P = \frac{dF}{dA}$$

Mecánica de Fluídos

Las unidades de Presión, son Newton dividido por metro cuadrado, cuyo nombre es Pascal:

$$1\,\mathrm{Pa} \equiv 1\,\mathrm{N/m^2}$$

Mecánica de Fluídos

Cama de clavos:

Mecánica de Fluídos

Como en este caso, fluídos, no podemos referirnos a la “masa de la partícula”, se define el concepto de “densidad”, que corresponde a la masa por unidad de volúmen.

$$\rho \equiv \frac{m}{V}$$

Mecánica de Fluídos

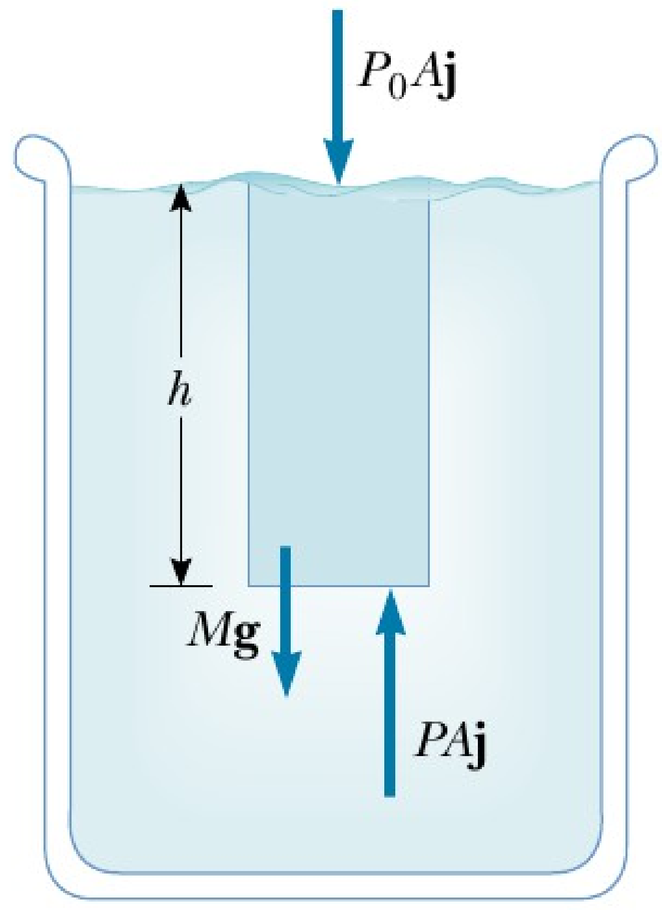
TABLE 15.1 Densities of Some Common Substances at Standard Temperature (0°C) and Pressure (Atmospheric)

Substance	ρ (kg/m^3)	Substance	ρ (kg/m^3)
Air	1.29	Ice	0.917×10^3
Aluminum	2.70×10^3	Iron	7.86×10^3
Benzene	0.879×10^3	Lead	11.3×10^3
Copper	8.92×10^3	Mercury	13.6×10^3
Ethyl alcohol	0.806×10^3	Oak	0.710×10^3
Fresh water	1.00×10^3	Oxygen gas	1.43
Glycerine	1.26×10^3	Pine	0.373×10^3
Gold	19.3×10^3	Platinum	21.4×10^3
Helium gas	1.79×10^{-1}	Seawater	1.03×10^3
Hydrogen gas	8.99×10^{-2}	Silver	10.5×10^3

Mecánica de Fluídos

Variación de la Presión con la profundidad.

Consideremos un fluído de densidad ρ en reposo y abierto a la atmósfera. Seleccionamos un cilindro de sección transversal A y altura h.



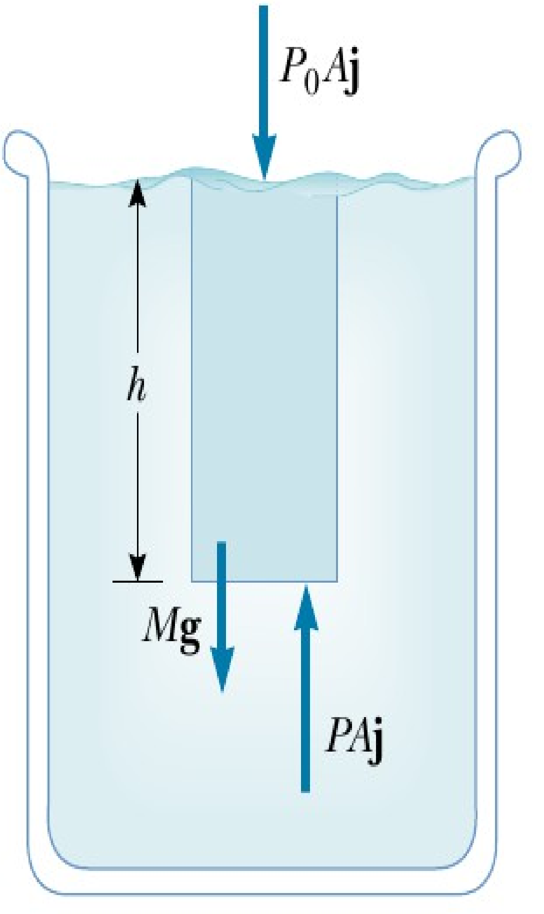
Mecánica de Fluídos

Las fuerzas actuando sobre el cilindro, son las que se indican en la figura:

Fuerza atmosferica $P_0 A$

Peso Mg

Fuerza del fuído PA



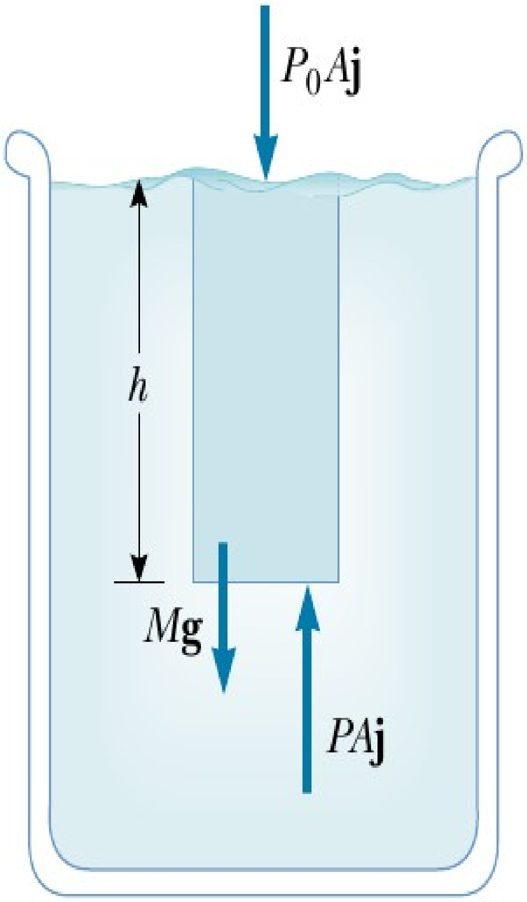
Mecánica de Fluídos

Como el fluído se encuentra en reposo:

$$\sum F_y = PA - P_0A - Mg = 0$$

Pero la masa M del fluído es:

$$M = \rho V = \rho A h$$



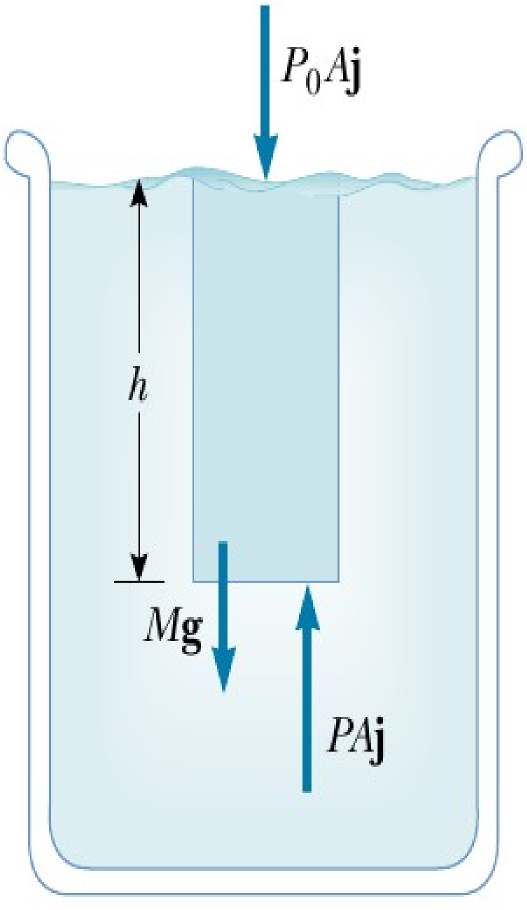
Mecánica de Fluídos

entonces:

$$\sum F_y = PA - P_0A - Mg = 0$$

se escribe como:

$$PA - P_0A - \rho A h g = 0$$

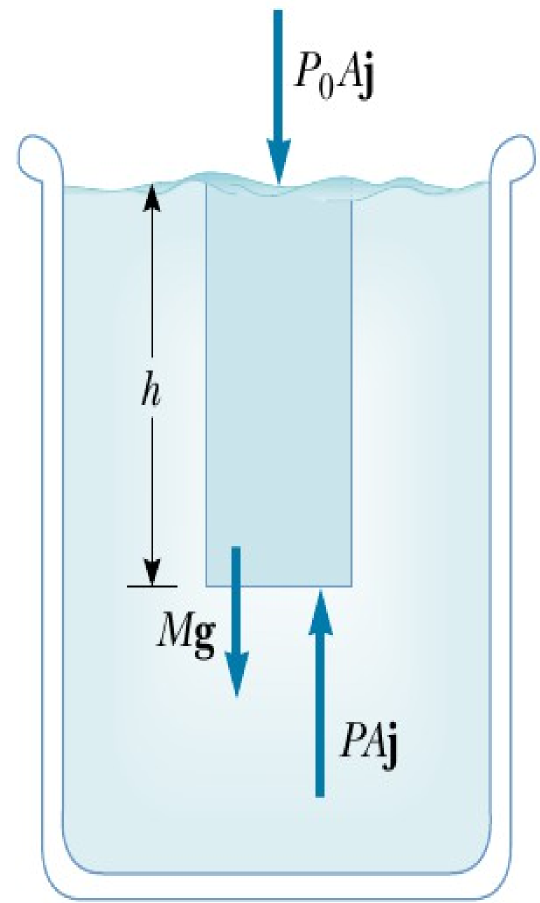


Mecánica de Fluídos

$$PA - P_0A - \rho Ahg = 0$$

$$PA - P_0A = \rho Ahg$$

$$P = P_0 + \rho gh$$

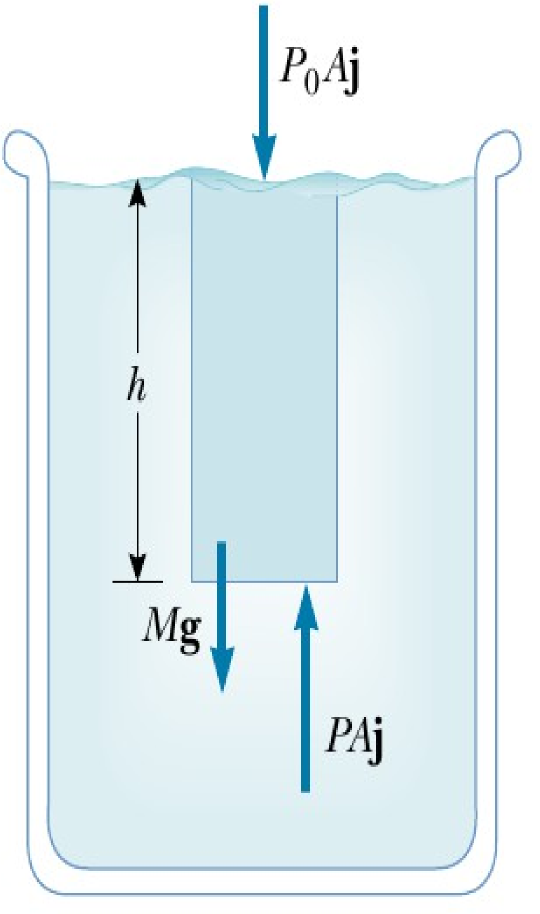


Mecánica de Fluídos

$$P = P_0 + \rho g h$$

La Presión a una profundidad h debajo de la superficie de un líquido, es mayor que la Presión atmosférica en una cantidad:

$$\rho g h$$



Mecánica de Fluídos

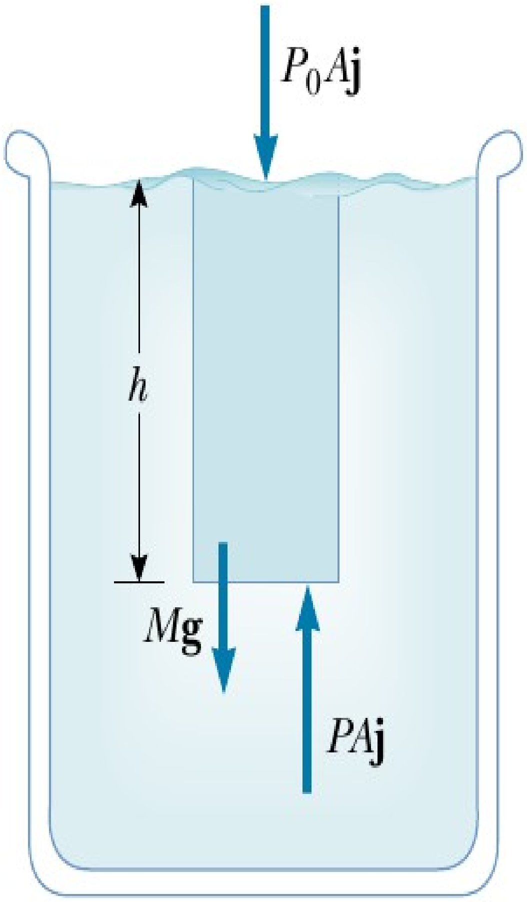
$$\rho g h$$

Donde ρ es la densidad del fluído

$$P = P_0 + \rho g h$$

P_0 es la Presión Atmosférica.

$$P_0 = 1.00 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$



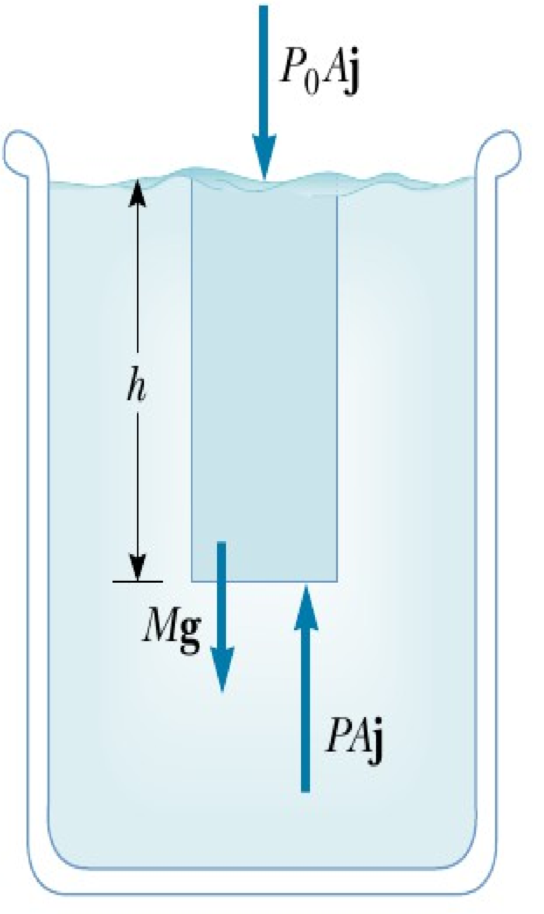
Mecánica de Fluídos

$$P = P_0 + \rho g h$$

$$P_0 = 1.00 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

A una misma profundidad, la Presión es la misma, independiente de la “forma” del recipiente.

La Presión, es una función “lineal” de la profundidad h.



Mecánica de Fluídos

Calcule la presión cuando está sumergido a 10[m] de profundidad en agua dulce:

P = 1,013 x 10^5 + 1000 x 10 x 10

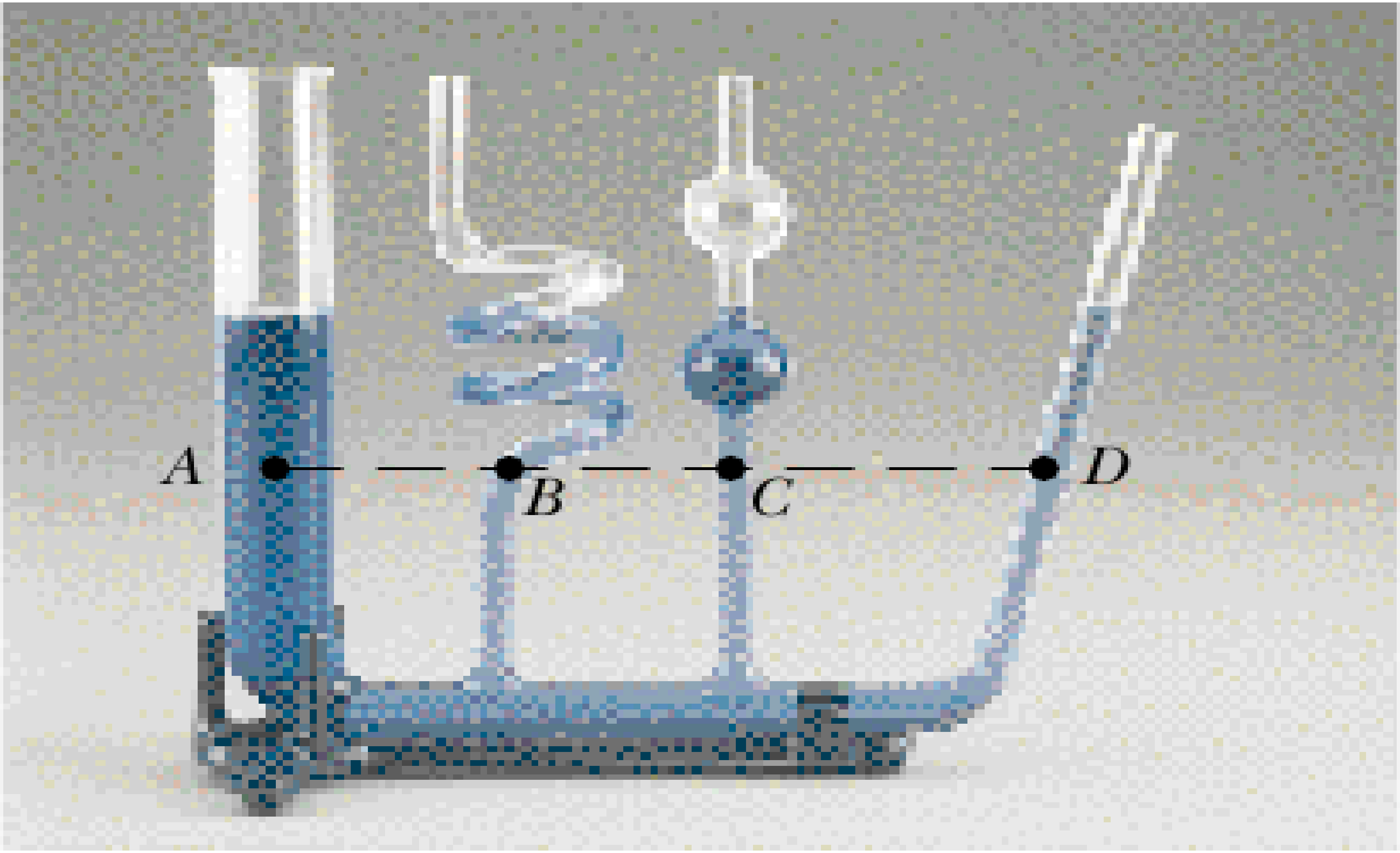
P = 101300 + 100000

P = 201300 [Pa]

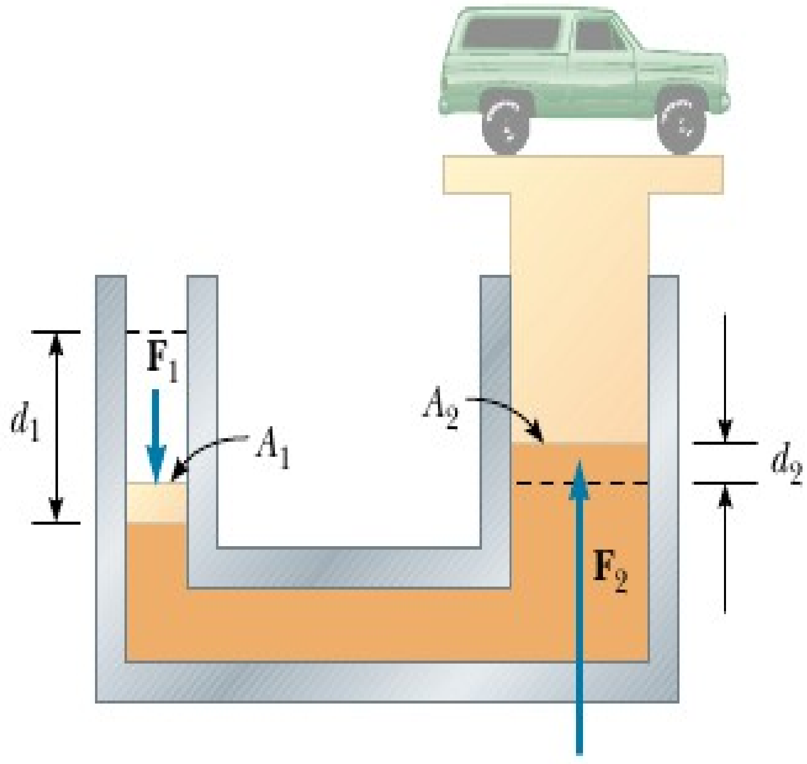
$$P = P_0 + \rho g h$$

es decir, aproximadamente cada 10[m] de profundidad, la presion aumenta en 1[atm] (linealidad con h).

Mecánica de Fluídos



Mecánica de Fluídos



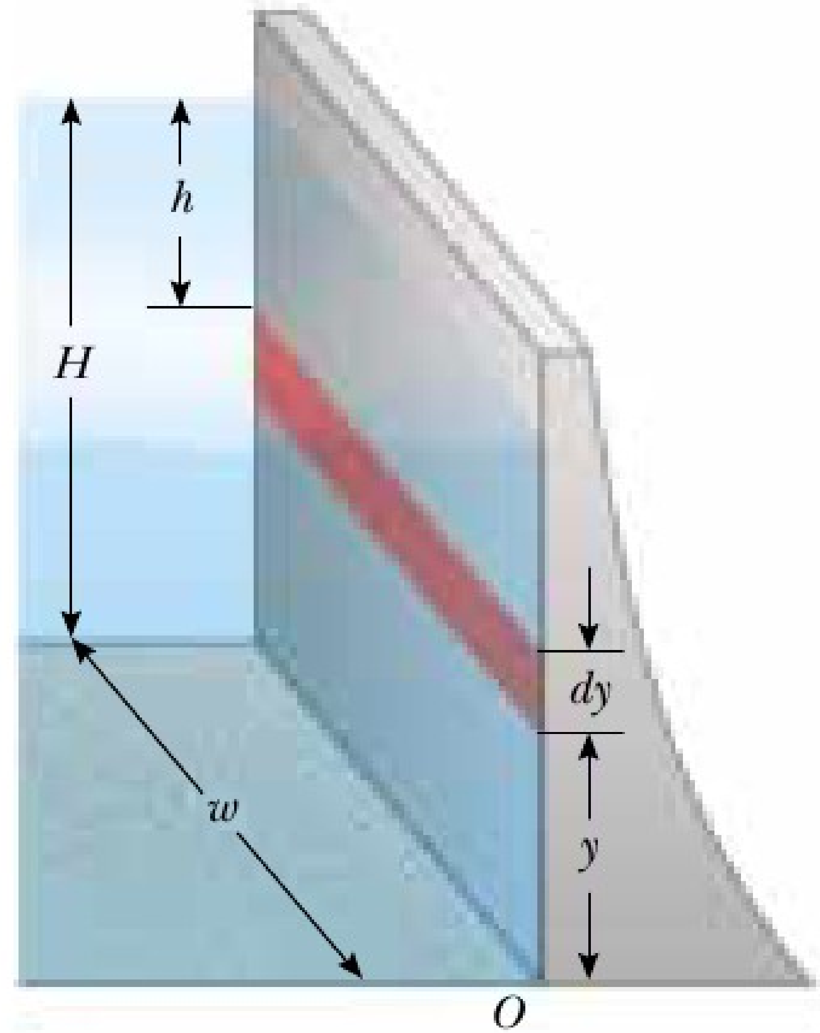
(a)

(b)

Mecánica de Fluídos

Calculemos la fuerza F sobre una represa.

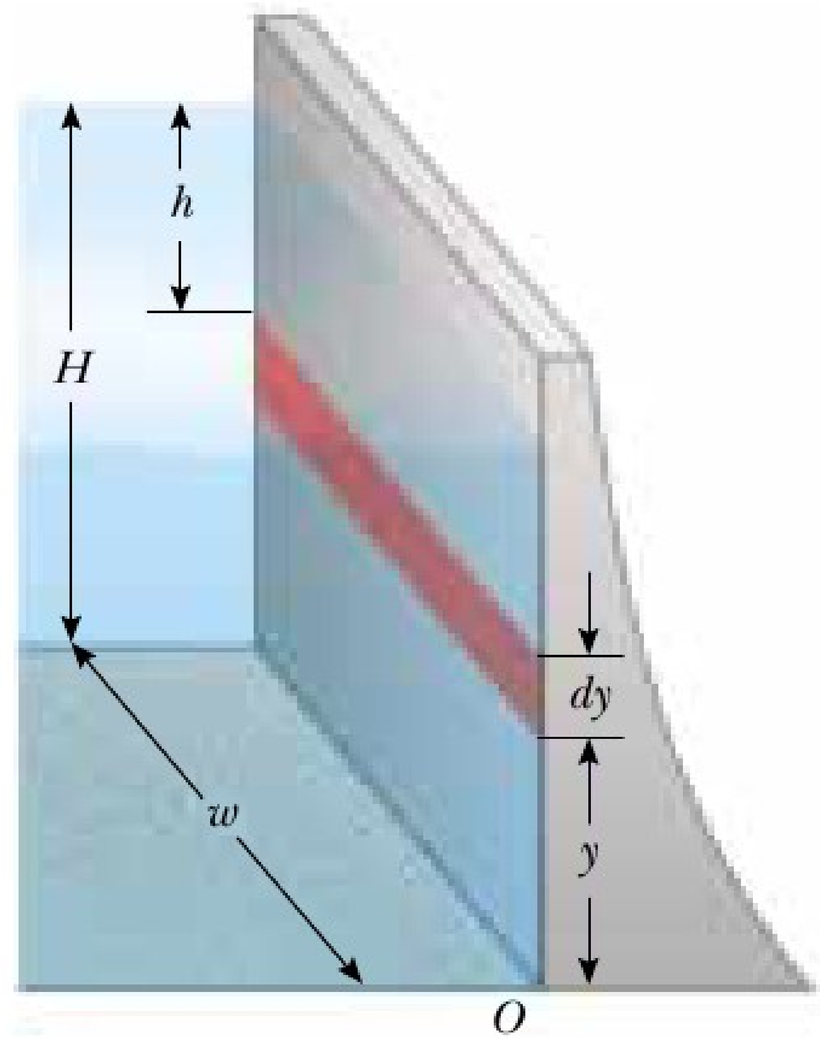
No podemos multiplicar el área por la presión, ya que esta varía con la profundidad.



Mecánica de Fluídos

Lo que haremos, será encontrar la fuerza dF sobre una tira horizontal a una profundidad h (rojo).

Después integraremos para encontrar la fuerza total.



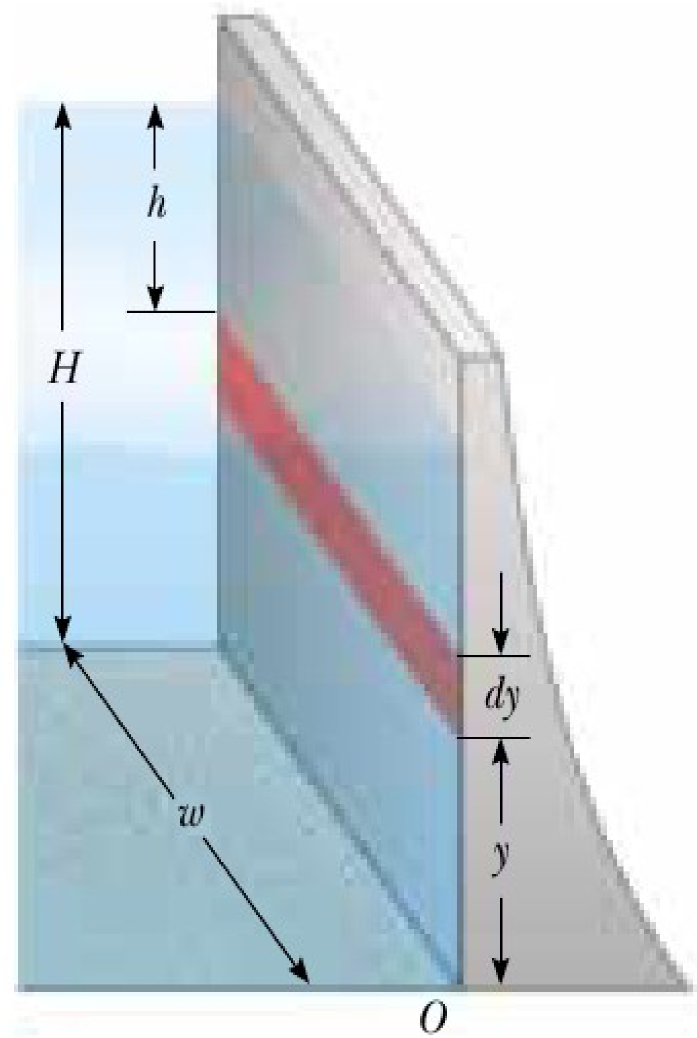
Mecánica de Fluídos

La presión a una profundidad h es:

$$P = \rho g h = \rho g(H - y)$$

La fuerza dF sobre la tira horizontal es entonces:

$$dF = P\,dA = \rho g(H - y)\,w\,dy$$



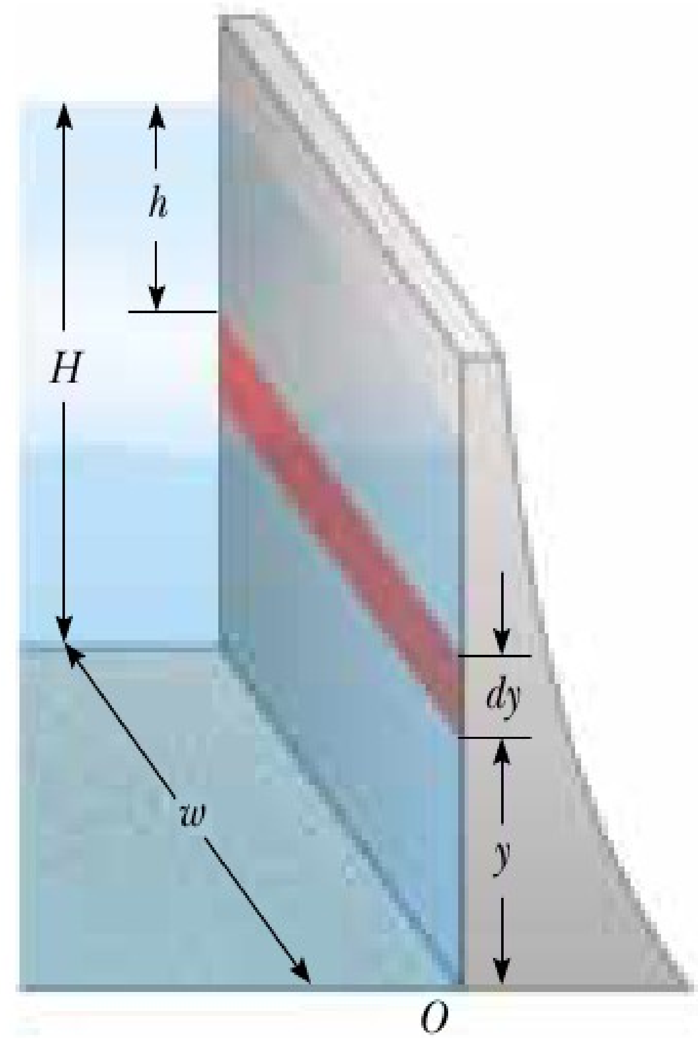
Mecánica de Fluídos

La fuerza dF sobre la tira horizontal es entonces:

$$dF = P\,dA = \rho g(H - y)w\,dy$$

y la fuerza total es entonces:

$$F = \int P\,dA$$

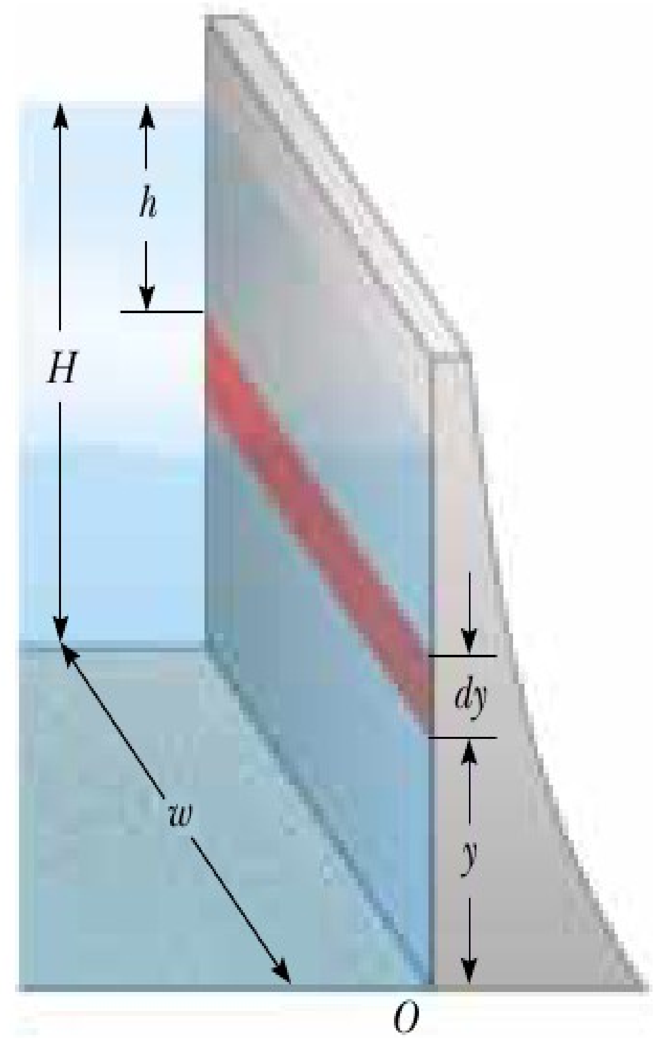


Mecánica de Fluídos

$$F = \int P\, dA$$

$$F = \int_0^H \rho g (H - y)\, w\, dy$$

$$F = \boxed{\frac{1}{2}\rho g w H^2}$$

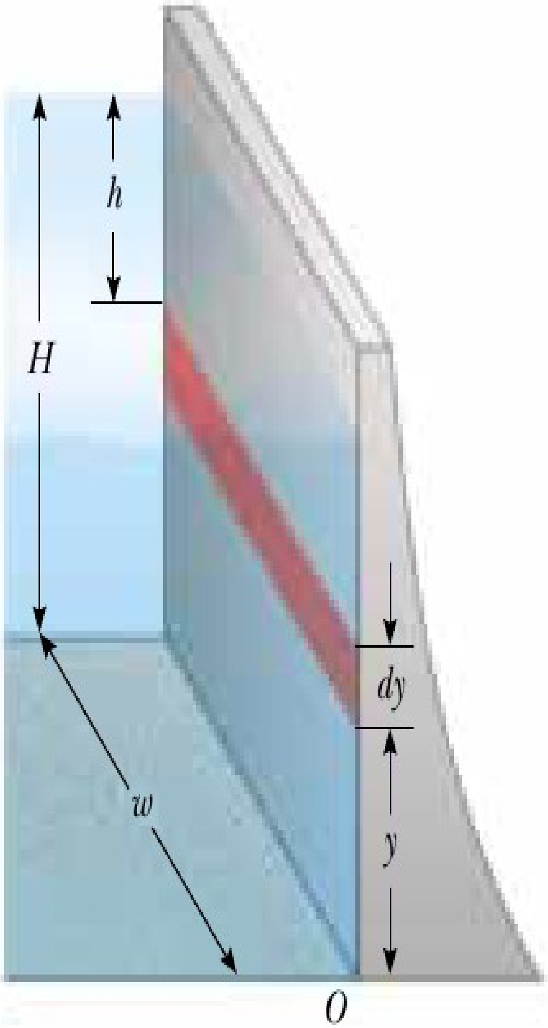


Mecánica de Fluídos

$$F = \frac{1}{2}\rho g w H^2$$

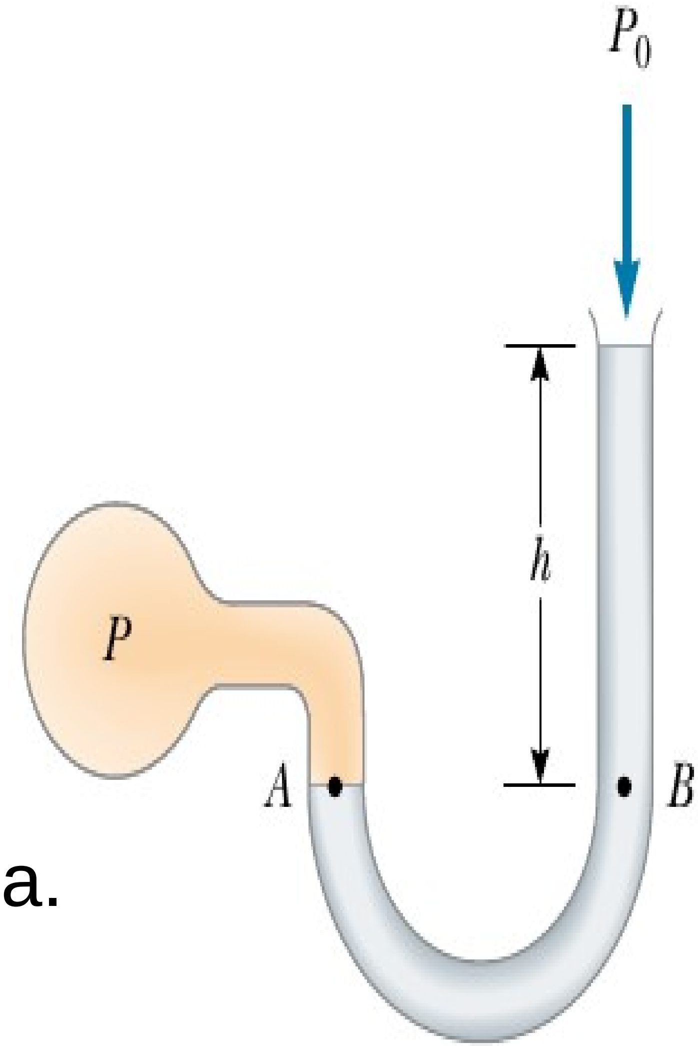
$$P = \rho g h = \rho g(H - y)$$

Para una misma franja (roja), la presión es mayor a mayor profundidad, y entonces es mayor la fuerza. Por esta razón, la represa es mas ancha en la parte inferior.



Mecánica de Fluídos

Un dispositivo sencillo para medir la presión de un gas (naranja), es el que se muestra en la figura.



$$P = P_0 + \rho g h$$

P Presión absoluta.

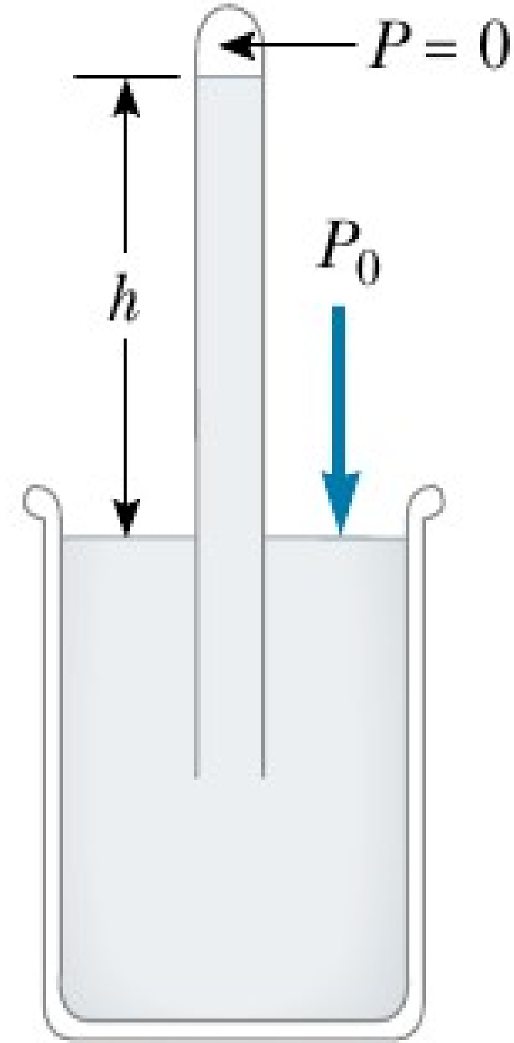
$P - P_0$ Presión manométrica.

Mecánica de Fluídos

Otro instrumento para medir Presión, es el barómetro, inventado por Evangelista Torricelli (1608-1647).

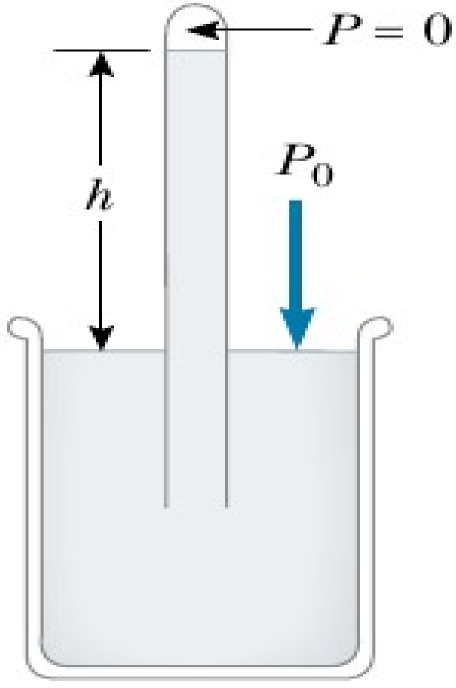
$$P_0 = \rho g h$$

Donde ρ es la densidad del Mercurio, y h es la altura de la columna.



Mecánica de Fluídos

Una atmósfera de presión, se define como la presión equivalente a una columna de Mercurio de 76[cm] de altura, a cero grados Celsius y con g=9,80665[m/s^2]. En esta condición el Mercurio tiene una densidad de 13,595 x 10^3 [Kg/m^3].



$$P_0 = \rho g h = (13.595 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3})(9.806\,65\ \mathrm{m/s^2})(0.760\,0\ \mathrm{m})$$

$$= 1.013 \times 10^5\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{atm}$$

Mecánica de Fluídos

Principio de Arquímides:

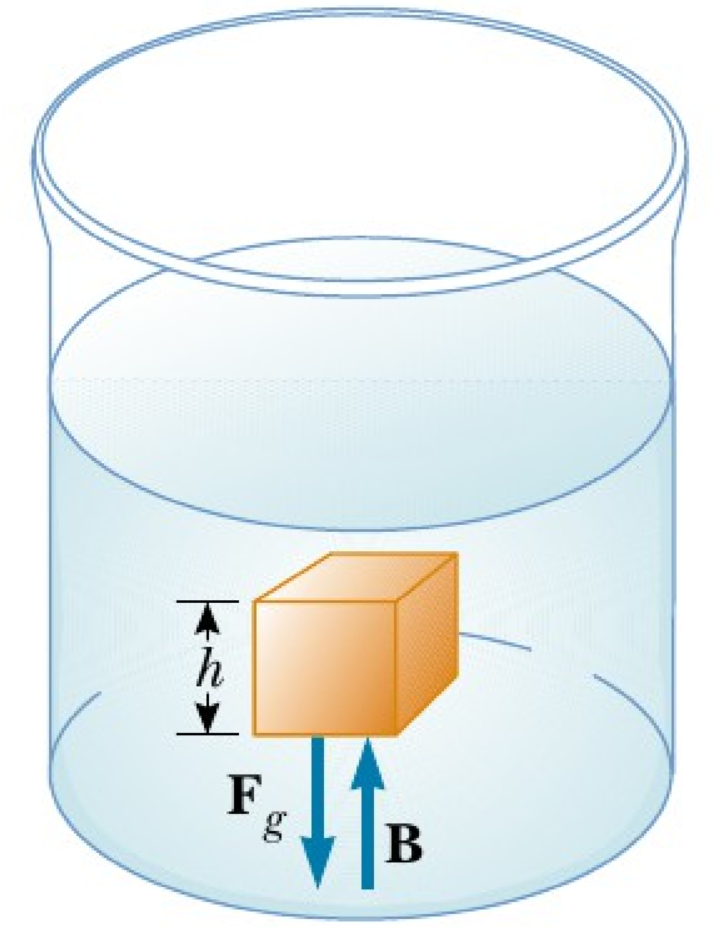
Cualquier cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluído, es empujado hacia arriba, con una fuerza de igual magnitud al peso del fluído desplazado.

Archimedes (c. 287 – 212 B.C.)

Mecánica de Fluídos

Principio de Arquímides:

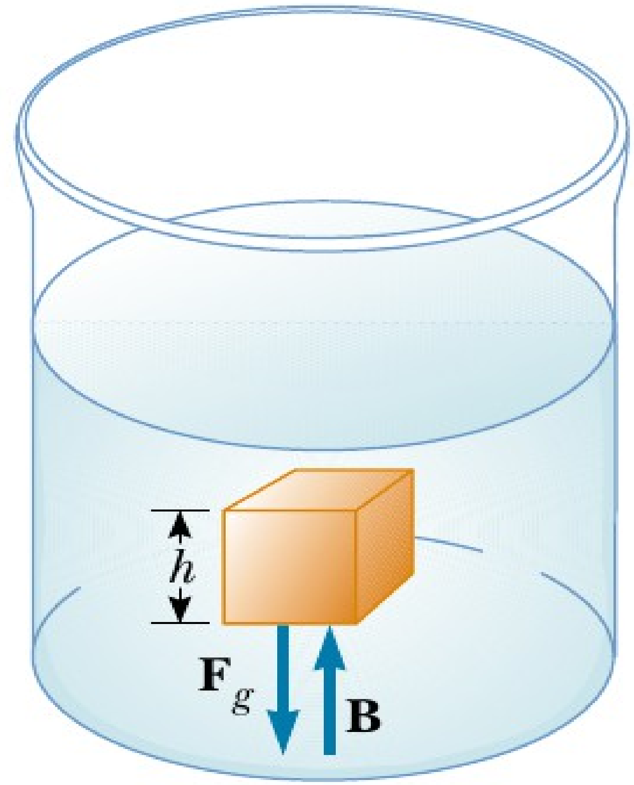
Cualquier cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluído, es empujado hacia arriba, con una fuerza de igual magnitud al peso del fluído desplazado.
El “cubo de fluído” está en equilibrio, bajo la acción de su peso, y de la fuerza de empuje B.



Mecánica de Fluídos

La presión en la cara inferior del cubo es mayor que en la cara superior, ρgh.

La diferencia de presión es la fuerza de flotación (empuje) por unidad de área.



$$\Delta P = B/A$$

$$B = (\Delta P)A = (\rho g h)A = \rho g V,$$

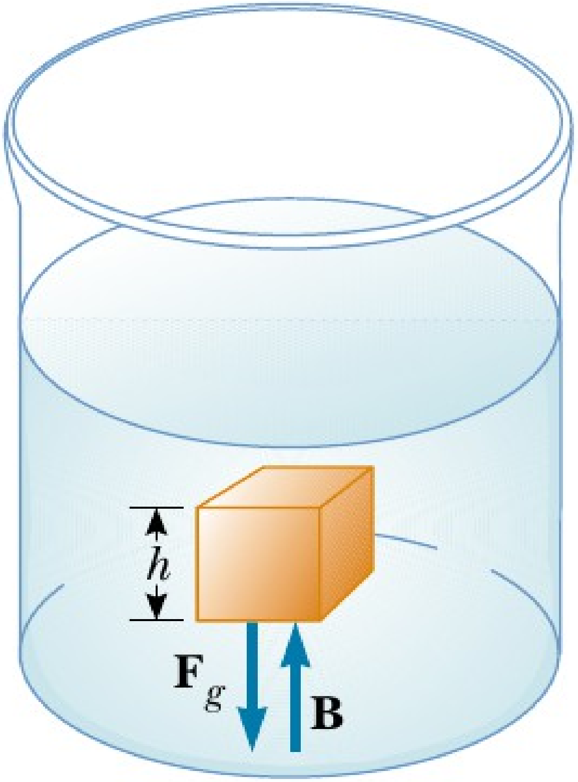
Mecánica de Fluídos

$$B = (\Delta P)A = (\rho g h)A = \rho g V,$$

Donde V es el volumen del cubo.
Y la masa del fluído en el cubo es:

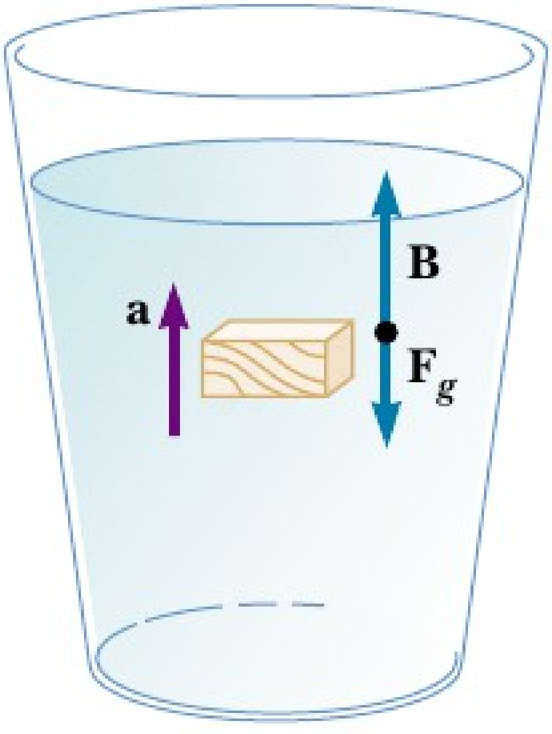
$$M = \rho V,$$

$$B = F_g = \rho V g = M g$$



Mecánica de Fluídos

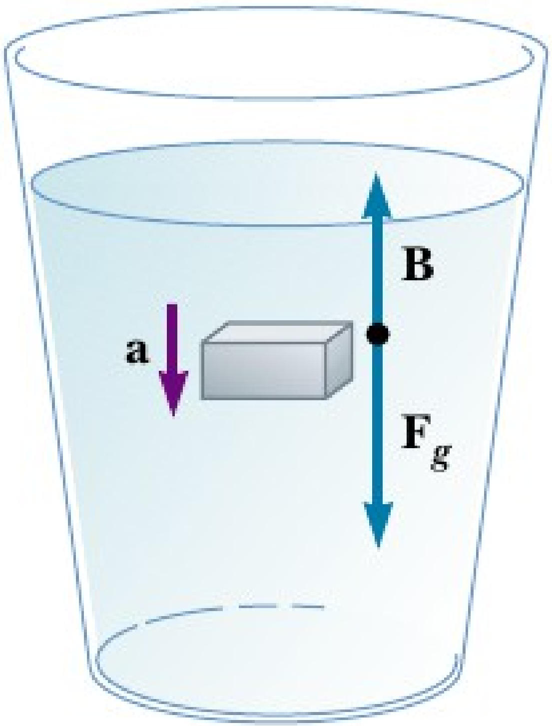
Un objeto totalmente sumergido, que es menos denso que el fluído en que está sumergido, experimentará una fuerza neta hacia arriba.



(a)

Mecánica de Fluídos

Un objeto totalmente sumergido, que es mas denso que el fluído en que está sumergido, experimentará una fuerza neta hacia abajo.



(b)

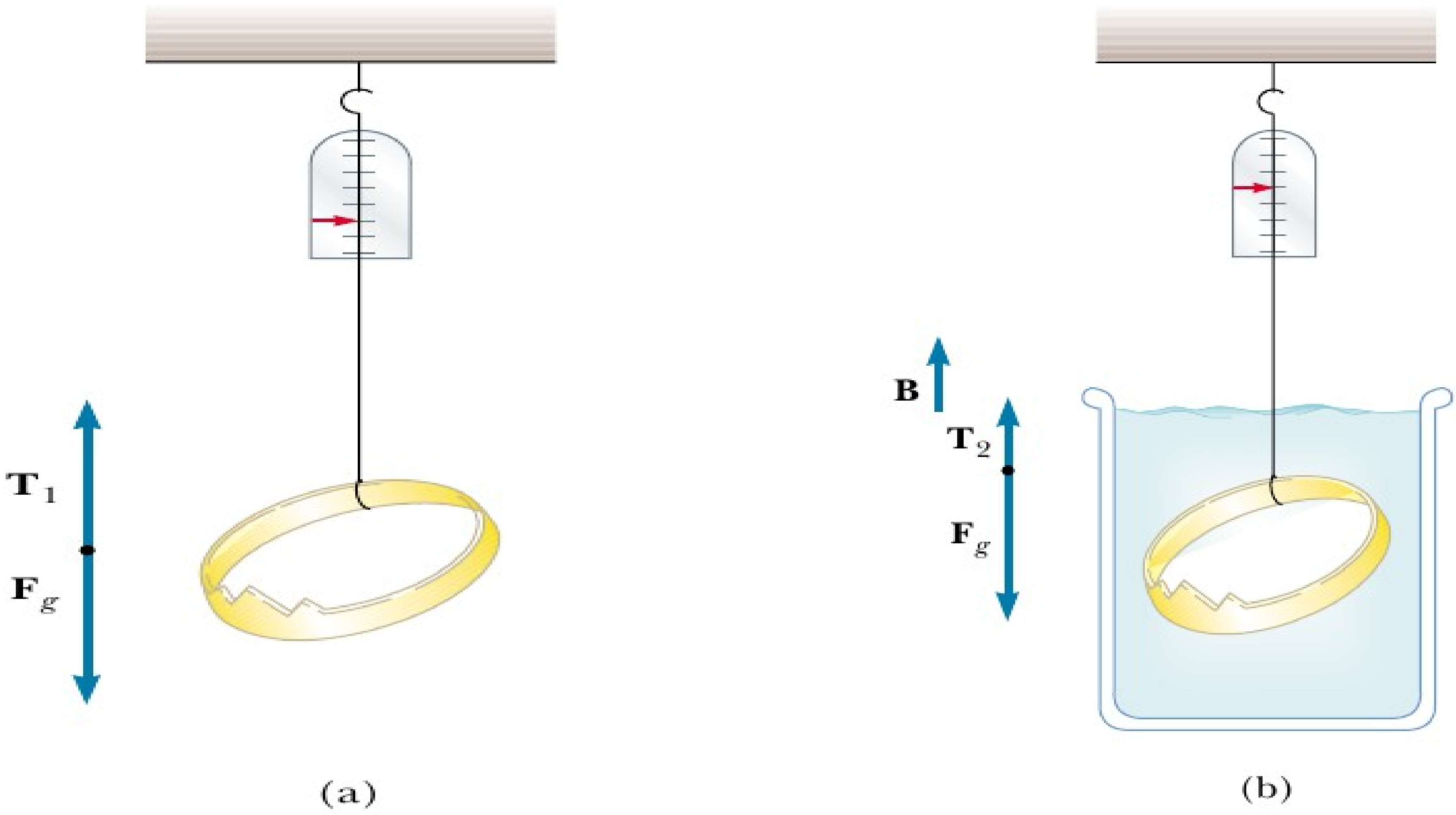
Mecánica de Fluídos

El aire caliente al interior del globo, es menos denso que el aire frío del exterior.

Hay una fuerza de flotación hacia arriba.

Mecánica de Fluídos

Peso real y Peso “aparente”.



Mecánica de Fluídos

Mecánica de Fluídos

Hasta ahora no hemos referido a Fluídos en reposo.

Abordaremos ahora, de manera simplificada, el caso de Fluídos en movimiento.

Mecánica de Fluídos

Algunas consideraciones:

Fluído no viscoso: no consideramos la fricción interna, es decir, entre las diferentes capas del fluído.

Fluído incompresible: es decir, densidad constante.

Fluído irrotacional: no hay turbulencias.

Fluído estable o laminar: las trayectorias de las partículas no se cruzan entre si.

Mecánica de Fluídos

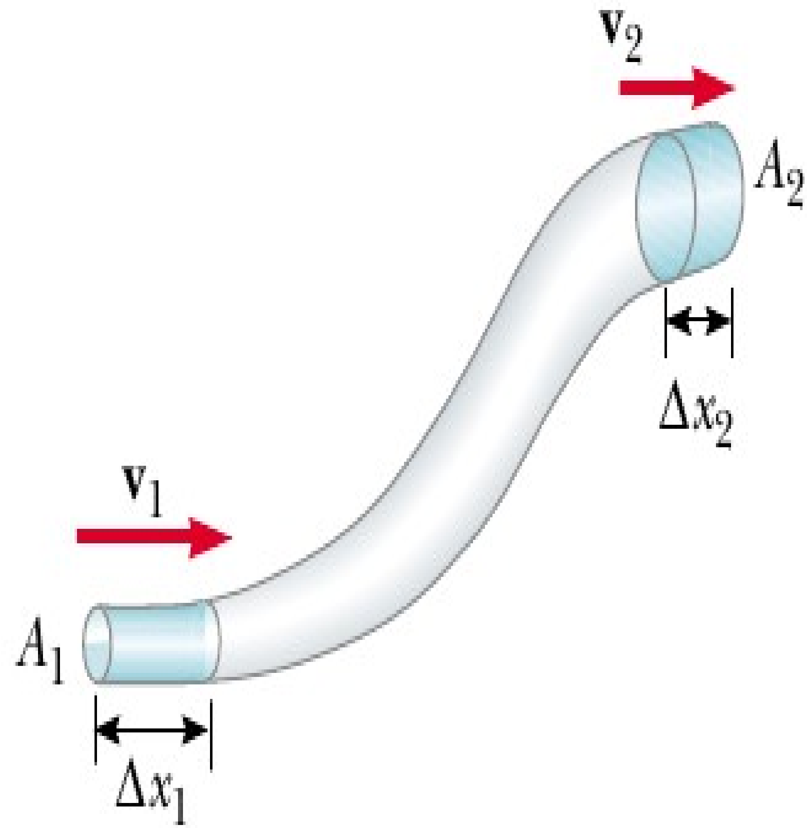
Consideremos un fluído Ideal que se mueve en el tubo de la figura.

En un tiempo t, una porción de fluído en la parte inferior se desplaza una distancia:

$$\Delta x_1 = v_1 t,$$

Si A_1 es el área en esta sección, entonces:

$$m_1 = \rho A_1 \Delta x_1 = \rho A_1 v_1 t;$$



Mecánica de Fluídos

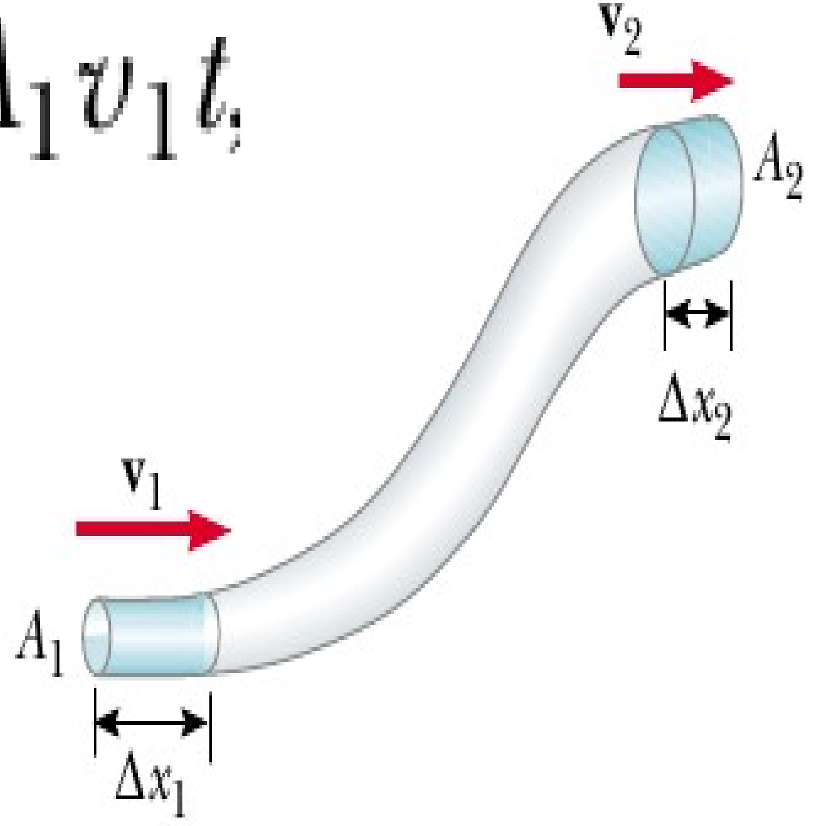
$$m_1 = \rho A_1 \, \Delta x_1 = \rho A_1 v_1 t,$$

Donde la densidad es constante.

En la parte superior, la masa que se mueve es:

$$m_2 = \rho A_2 v_2 t.$$

Pero la masa se conserva, entonces $m_1 = m_2$.

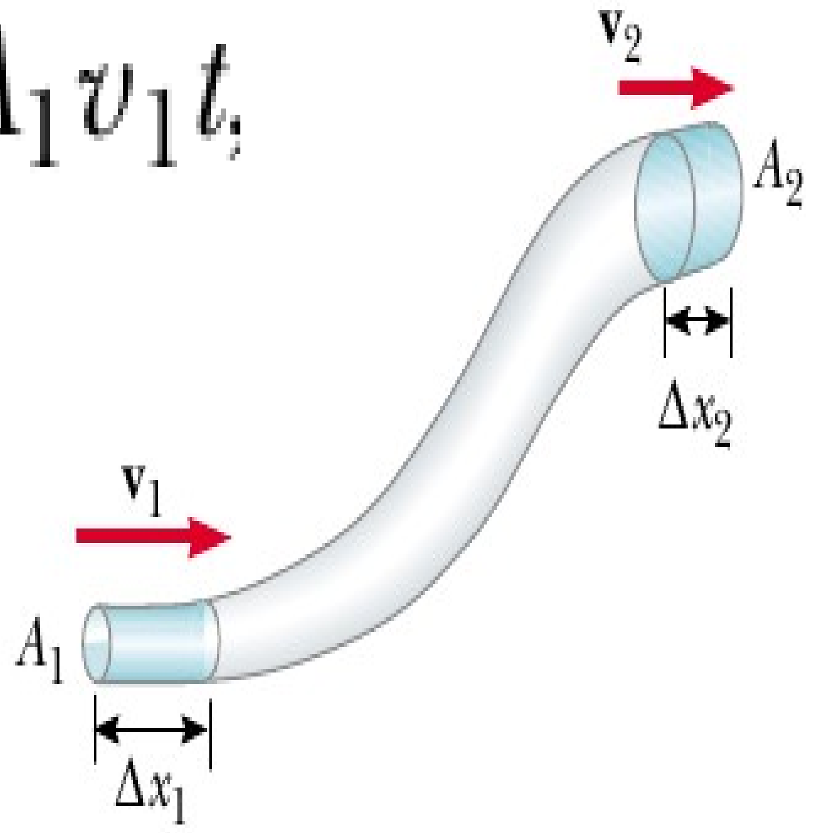


Mecánica de Fluídos

$$m_1 = \rho A_1 \, \Delta x_1 = \rho A_1 v_1 t,$$

$$m_2 = \rho A_2 v_2 t.$$

$$\rho A_1 v_1 t = \rho A_2 v_2 t$$



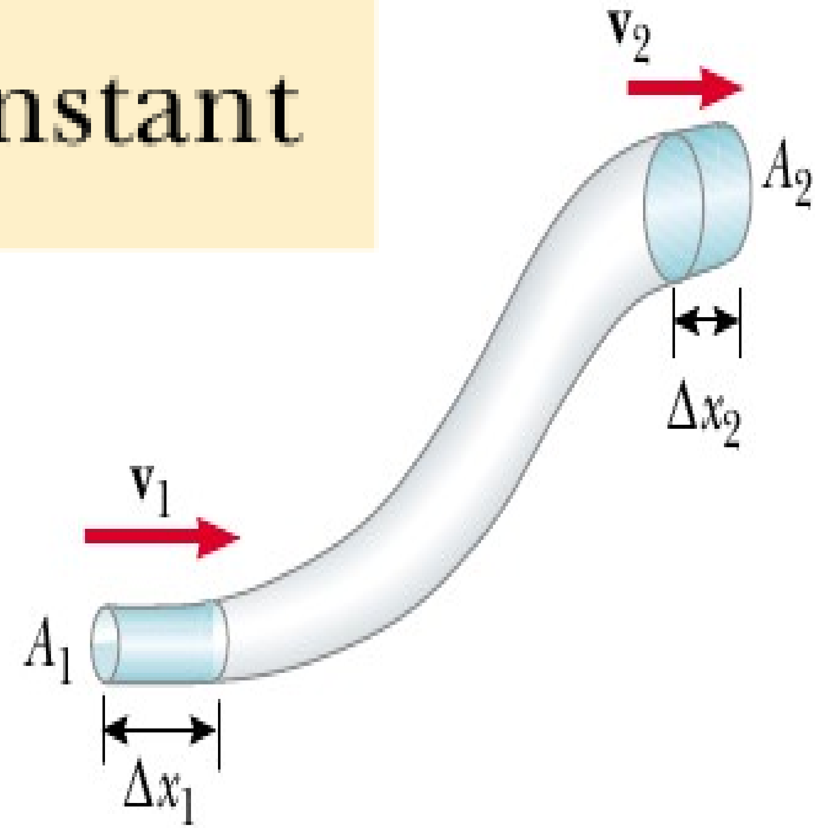
$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{constant}}$$

Mecánica de Fluídos

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{constant}$$

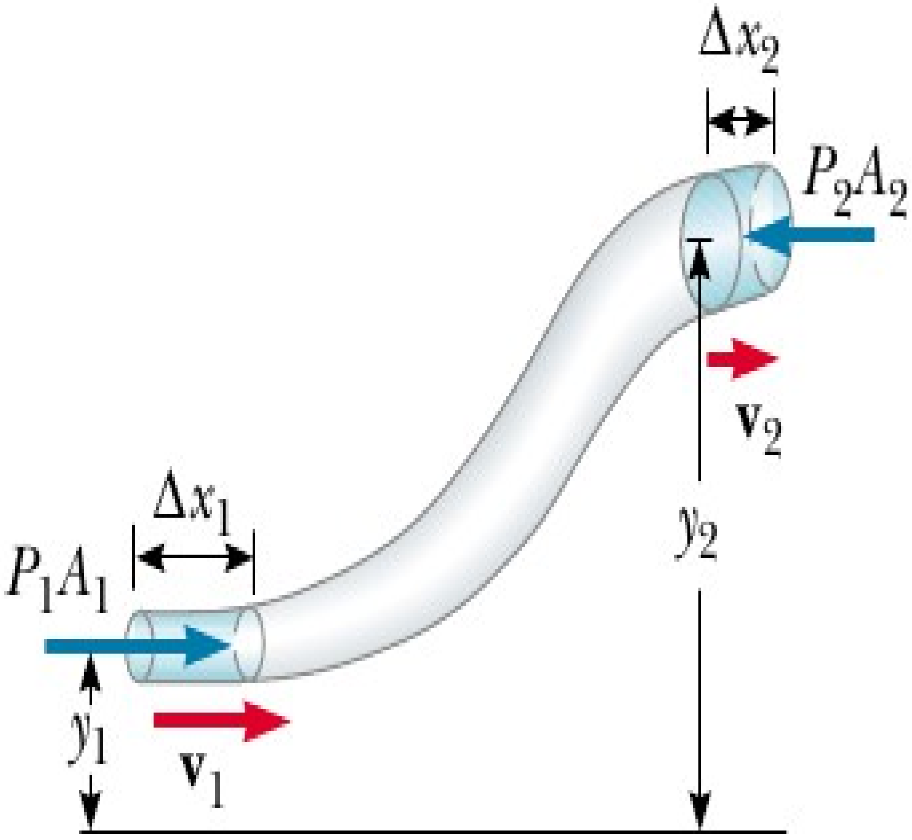
El producto del área y la velocidad del fluído en todos los puntos a lo largo del tubo, es una constante, en el caso de un fluído incompresible.

No hay pérdida ni ganancia, la masa se conserva.



Mecánica de Fluídos

Consideremos ahora el caso de una tubería con altura variable, respecto de una referencia horizontal.

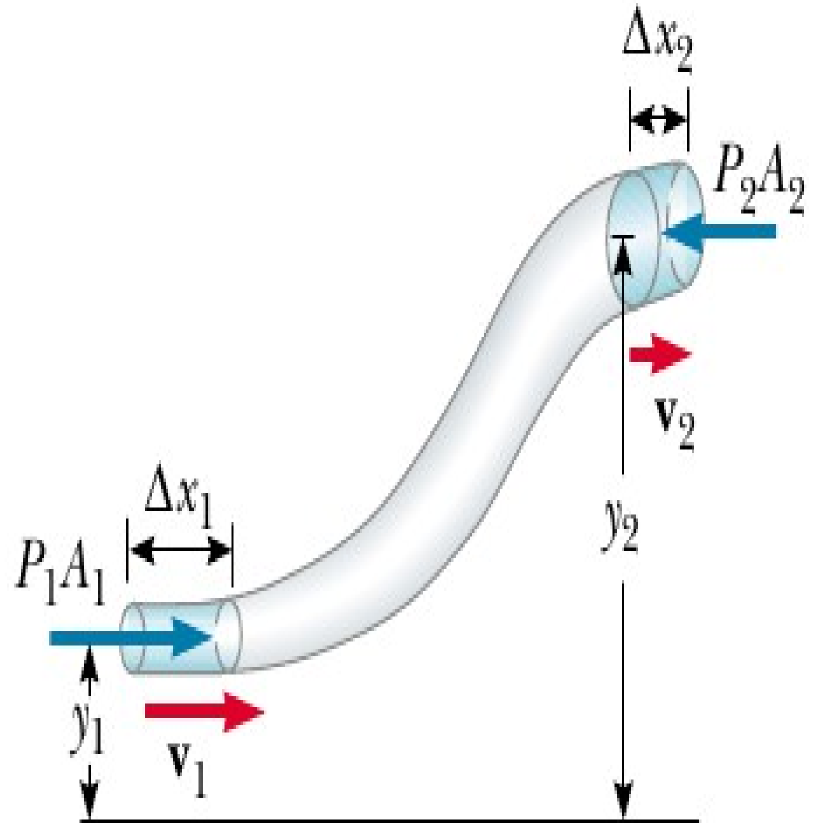


Mecánica de Fluídos

La fuerza sobre la porción inferior de fluído está dada por:

$$P_1 A_1$$

El trabajo realizado por esta fuerza en un intervalo tiempo es:



$$W_1 = F_1 \Delta x_1 = P_1 A_1 \Delta x_1 = P_1 V;$$

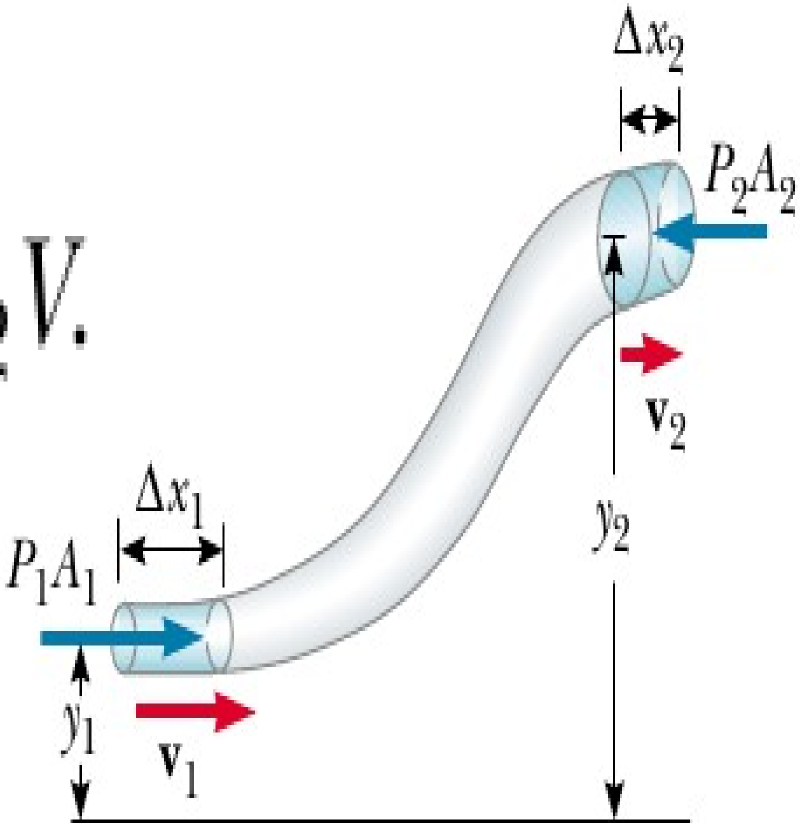
Mecánica de Fluídos

$$W_1 = F_1\Delta x_1 = P_1A_1\Delta x_1 = P_1V,$$

De manera similar para la parte superior:

$$W_2 = -P_2A_2\Delta x_2 = -P_2V.$$

Negativo, debido a que es contrario al desplazamiento del fluído.



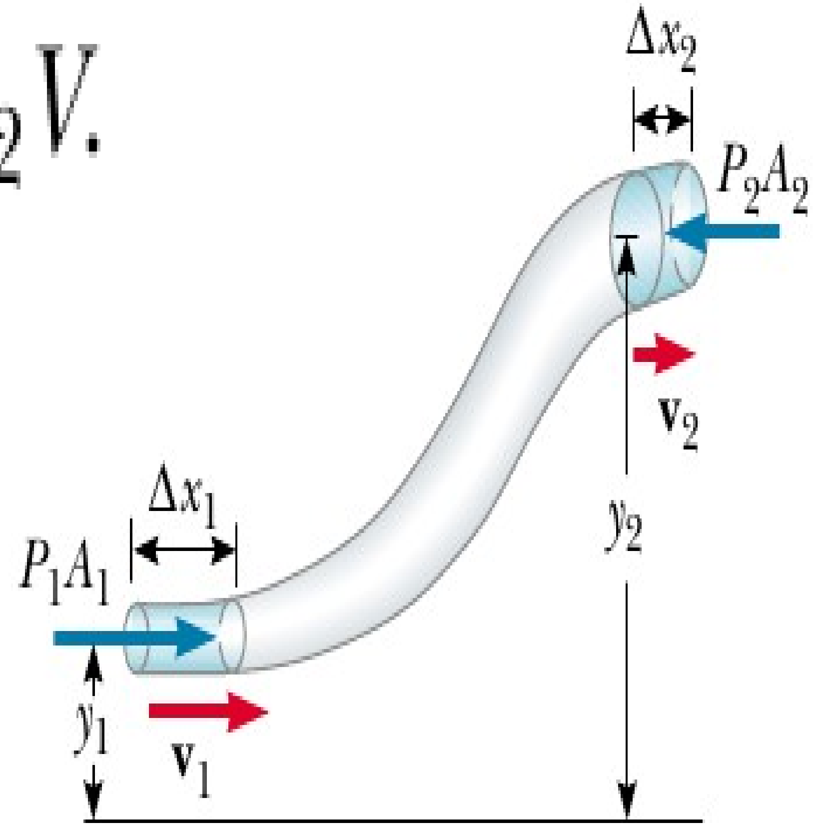
Mecánica de Fluídos

$$W_1 = F_1 \Delta x_1 = P_1 A_1 \Delta x_1 = P_1 V,$$

$$W_2 = -P_2 A_2 \Delta x_2 = -P_2 V.$$

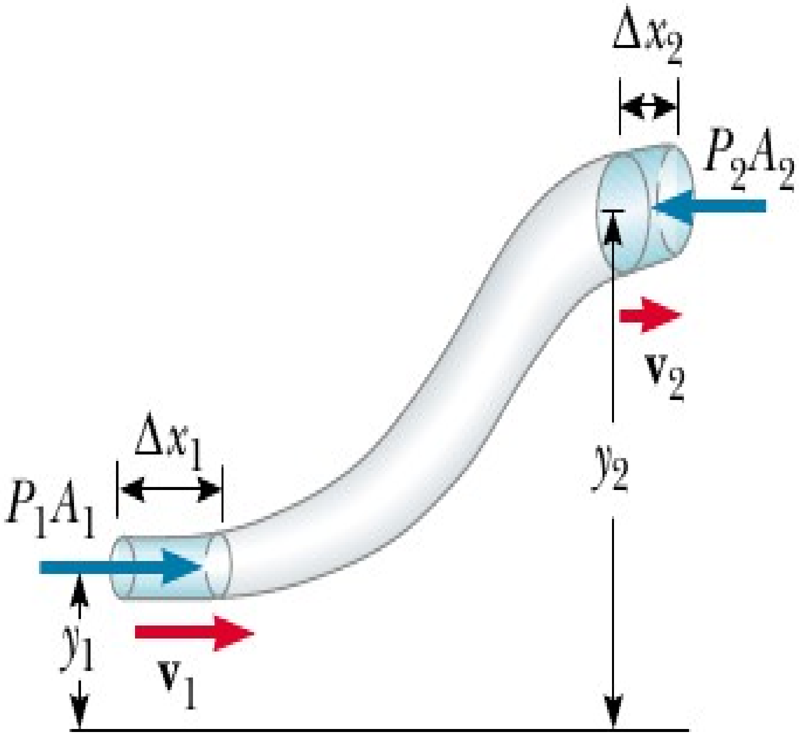
El trabajo neto es entonces:

$$W = (P_1 - P_2) V$$



Mecánica de Fluídos

$$W = (P_1 - P_2)V$$



Parte de este trabajo aporta al cambio de energía cinética, y otra parte aporta al cambio de energía potencial gravitatoria.

El cambio de energía cinética es:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m {v_2}^2 - \frac{1}{2} m {v_1}^2$$

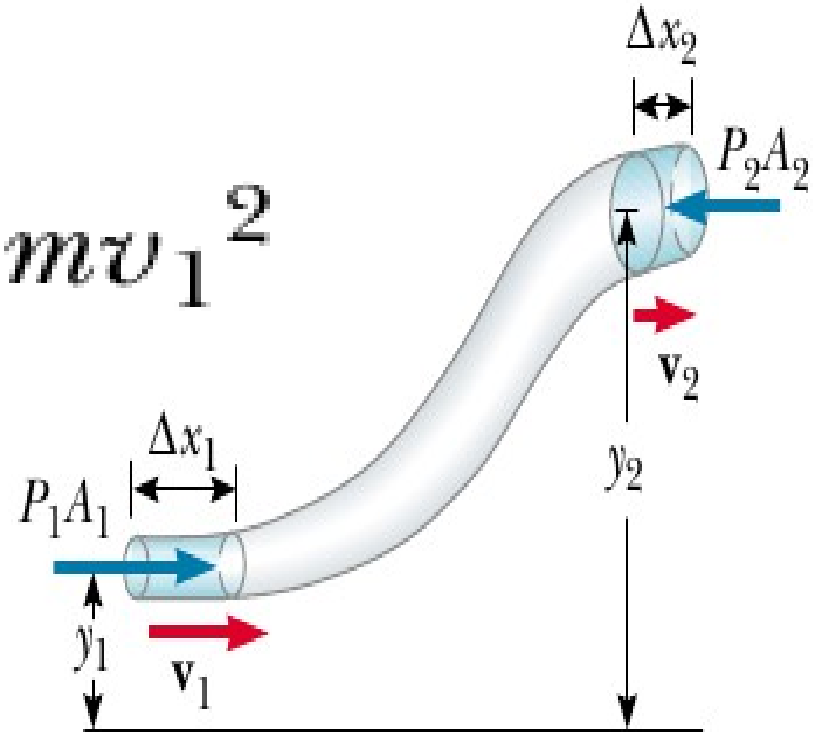
Mecánica de Fluídos

$$W = (P_1 - P_2)V$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - \frac{1}{2}m{v_1}^2$$

Y el cambio de energía potencial gravitatoria es:

$$\Delta U = mgy_2 - mgy_1$$

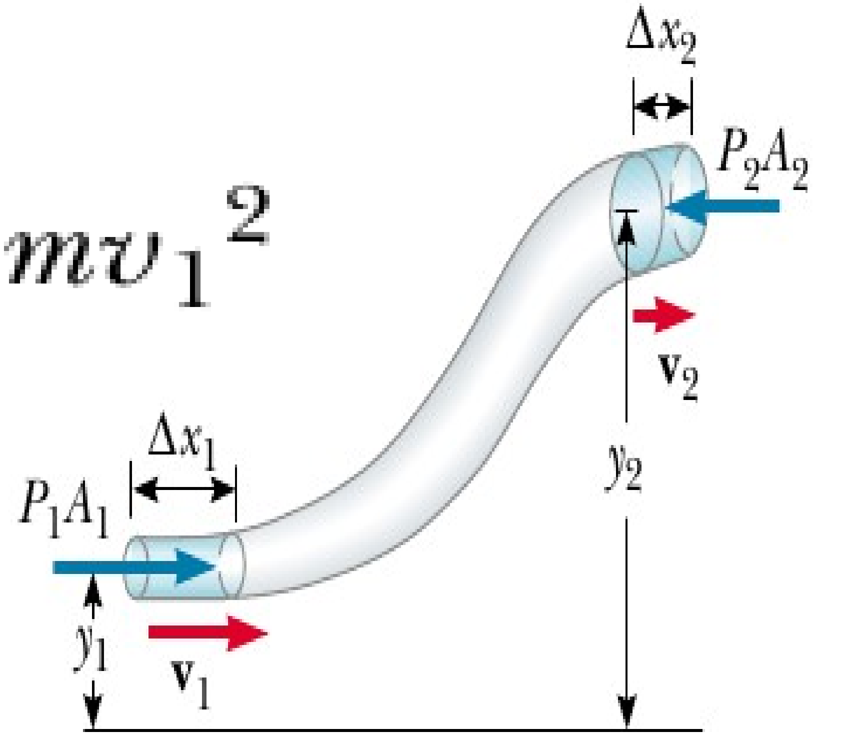


Mecánica de Fluídos

$$W = (P_1 - P_2)V$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - \frac{1}{2}m{v_1}^2$$

$$\Delta U = mgy_2 - mgy_1$$



Aplicando teorema de trabajo y energía:

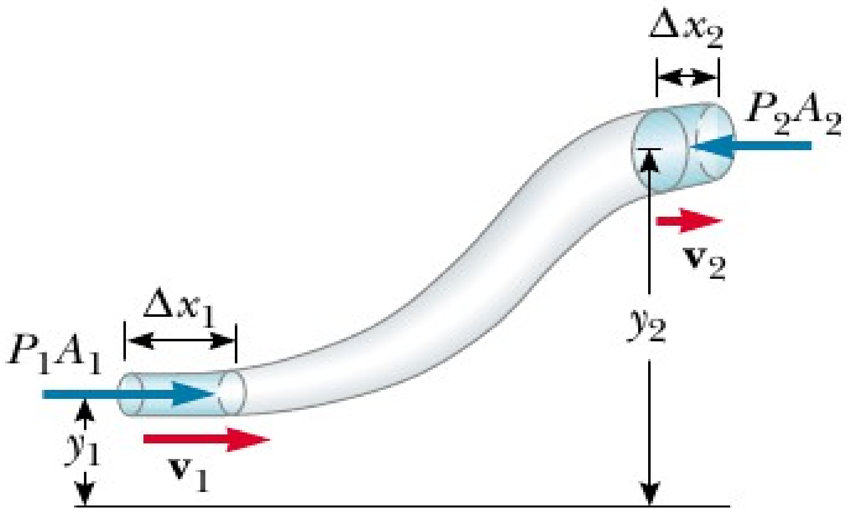
$$(P_1 - P_2)V = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - \frac{1}{2}m{v_1}^2 + mgy_2 - mgy_1$$

Mecánica de Fluídos

$$(P_1 - P_2)V = \frac{1}{2}mv_2{}^2 - \frac{1}{2}mv_1{}^2 + mgy_2 - mgy_1$$

Dividiendo por el volúmen V, y recordando que:

$$\rho = m/V,$$

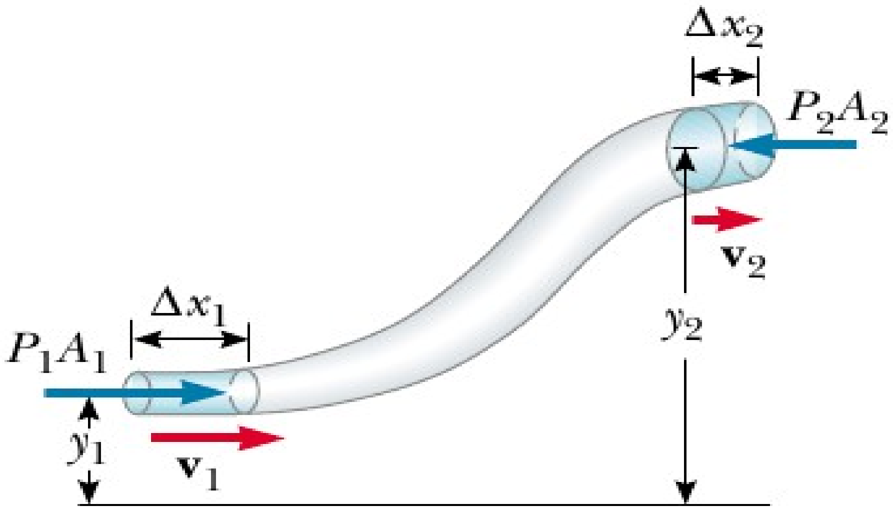


$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2{}^2 - \frac{1}{2}\rho v_1{}^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$$

Mecánica de Fluídos

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho {v_2}^2 - \tfrac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$$

Reordenando los términos, se obtiene:

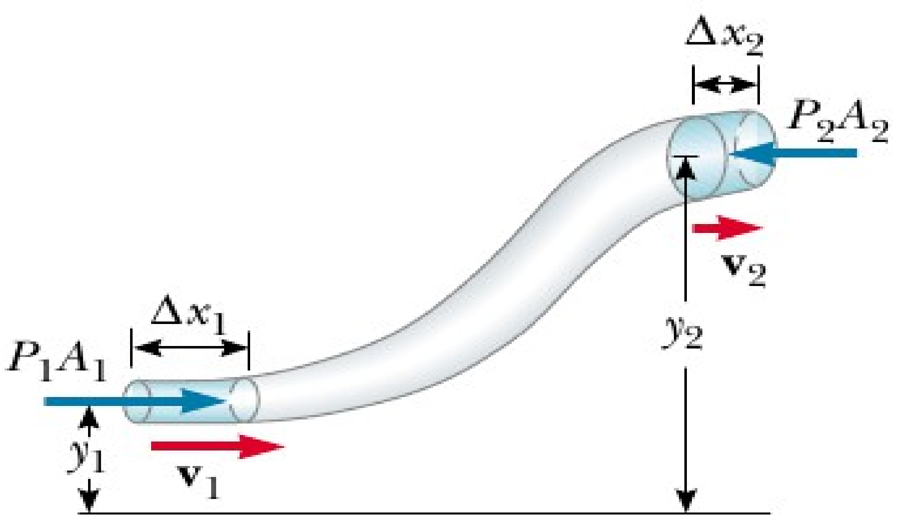


$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g y_2$$

Mecánica de Fluídos

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g y_2$$

La ecuación de Bernoulli señala que, la suma de la presión, la energía cinética por unidad de volúmen, y la energía potencial gravitatoria por unidad de volúmen, es una constante a lo largo de la línea de flujo.



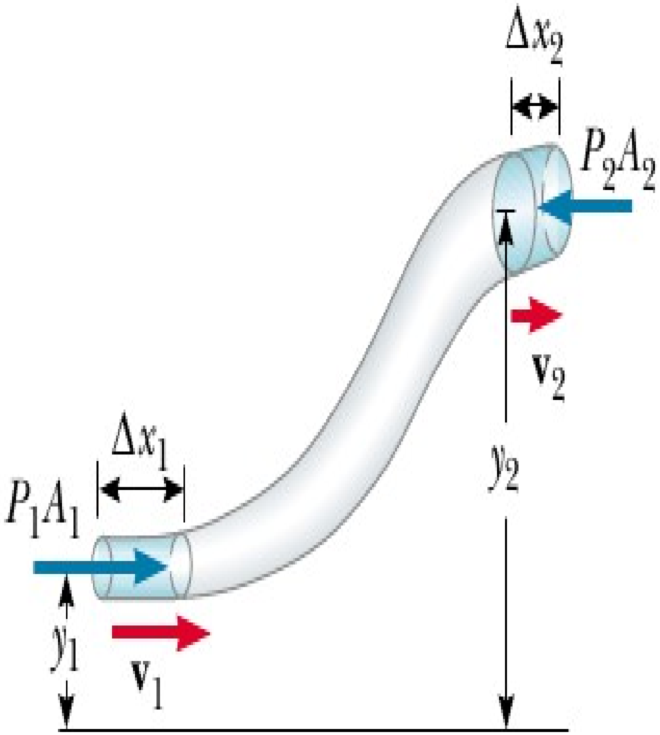
$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constant}$$

Mecánica de Fluídos

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g y_2$$

Si el fluído esta en reposo, las velocidades son iguales a cero, y entonces:

$$P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h$$



en pleno acuerdo con la definición de presión.