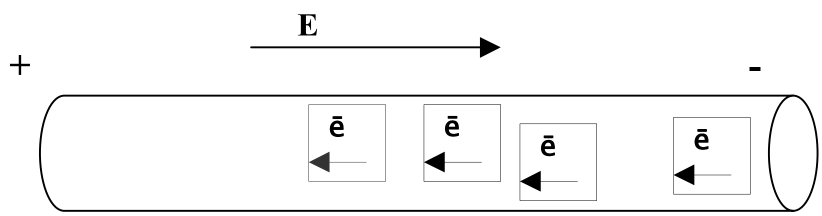
Electrodinámica

Cuando colocamos un conductor en presencia de un campo eléctrico éste provocará un movimiento de las cargas libres desde un punto de mayor potencial a uno de menor potencial, éstas se acelerarán por la acción del campo eléctrico establecido. Estos campos actuarán sobre los electrones y les darán una dirección y sentido en contra del campo eléctrico.



De este modo podemos definir lo que es una corriente eléctrica, un flujo de cargas en una unidad de tiempo, es decir la intensidad de corriente.

$$i \equiv dq/dt$$

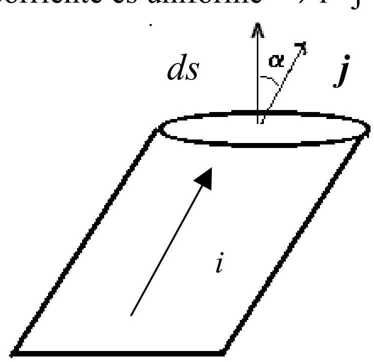
Por convención se toma como sentido de la corriente la dirección del flujo de cargas positivas.

Cuando la velocidad de las cargas por la superficie considerada varía de un punto a otro resulta más cómodo hablar de densidad de corriente, la cual está relacionada con la intensidad.

$$i = \int \vec{j} \bullet d\vec{s}$$

Es decir, el producto punto entre los vectores flujo y d**s**, donde d**s** = elemento de superficie, el empleo de la notación vectorial permite tener en cuenta los casos donde el área no es perpendicular a la dirección del flujo de corriente.

Cuando la densidad de corriente es uniforme $\Rightarrow$ i= j · A

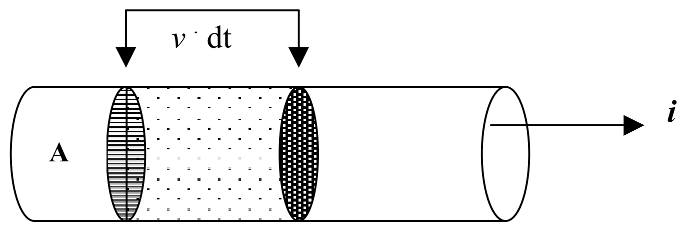


La corriente se debe al movimiento de portadores de cargas con una velocidad media de arrastre *v*, llevando cada una de ellas una carga e; si el número de portadores de carga es N entonces el flujo por unidad de volumen será

$$j = N \cdot e \cdot V$$

Si el área de la sección transversal es A y sabiendo que i es el producto de j por el área, esto es, i = j · A
Al reemplazar j por i/A, tenemos

$$i = N \cdot e \cdot v \cdot A$$



El volumen del cilindro esquematizado será el producto de A (área seccional) por *v*·dt y contiene (N A *v* dt) portadores cargados; cada portador lleva una carga e y el flujo total de la carga en el tiempo dt será:

$$dq = N \cdot e \cdot v \cdot dt \cdots como \cdots i = {}^{dq}\!/_{dt}$$

$$luego$$

$$i = N \cdot e \cdot v \cdot A$$

En la ecuación anterior, el hecho de establecer que la corriente es proporcional a la velocidad de arrastre de los portadores de carga es clave para explicar la ley de Ohm.

La densidad de corriente es proporcional a la intensidad del campo eléctrico (flujo j α E), la proporcionalidad depende de las características del conductor. El factor de proporcionalidad recibe el nombre de **resistividad** ρ (letra griega rho), que equivale a la resistencia de un conductor de sección transversal unidad y longitud unidad y que depende únicamente del <u>comportamiento y número de electrones y no de la forma del conductor.</u>

Entonces podemos escribir:

$$j = \frac{1}{\rho} \cdot \mathrm{E} \quad \text{y tambien } j = \frac{\mathrm{i}}{A} \quad \text{luego } \frac{i}{A} = \frac{1}{\rho} \cdot E$$

Pero ya sabemos que:

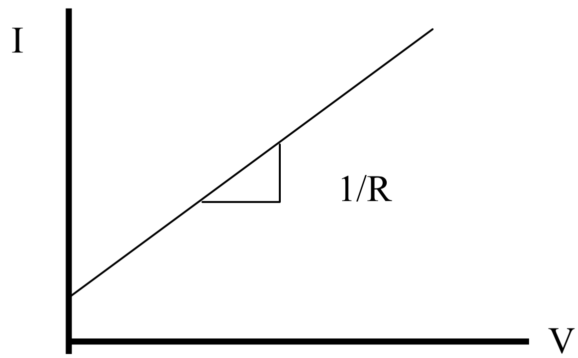
$$V_{AB} = -\int E \cdot dl \text{ que al separar variables nos deja con el siguiente resultado : } \left|\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dl}}\right| = |E|$$

Luego, podemos reemplazar el valor de E:

$$\text{si } \frac{i}{A} = \frac{1}{\rho} \cdot E \text{ luego } \frac{i}{A} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dV}{dl} \text{ separando variables queda } i\int_0^l dl = \frac{A}{\rho} \cdot \int_0^V dV$$

$$\text{que resulta en } i \cdot l = \frac{A}{\rho} \cdot V \text{ por lo tanto : } i \cdot \frac{\rho \cdot l}{A} = V \text{ es decir :R} = \frac{\rho \cdot l}{A} \text{ es la resistencia del conductor}$$

Por lo tanto en un gráfico de Voltaje versus Corriente



Es una ley empírica encontrada por George Ohm, que relaciona la intensidad de la corriente y el voltaje a través de un conductor.
Existen conductores metálicos que tienen este **comportamiento lineal** entre I versus V y se les llama conductores por Ej.: resistencia de carbón. Hay otros tipos de conductores que no siguen la ley de Ohm, se llaman no lineales por Ej. diodos, triodos, transistores, válvulas, etc.

Cuando pasa corriente por una resistencia, la energía eléctrica se transforma en energía térmica, si la diferencia de potencial entre los terminales de una resistencia es V, el campo eléctrico realiza un trabajo (dW) para transportar una carga dq (positiva) desde un mayor potencial a un menor potencial.

$$dW = Vdq$$

La potencia o velocidad con que se realiza el trabajo es:

$$\text{Potencia } P = \frac{dW}{dt} = V \cdot \frac{dq}{dt} = V \cdot i \Leftrightarrow i^2 \cdot R \Leftrightarrow \frac{V^2}{R} \text{ Joule/seg =Watt}$$

<u>Fuerza electromotriz</u> (fem)
Como la energía se disipa por una resistencia en forma de calor, luego, cualquier circuito por el que pasa corriente y que contiene elementos disipativos tales como resistencias, exige una fuente de energía. El origen de esta energía puede ser químico, mecánico, térmico o de campos magnéticos variables.

Una fuente de energía se caracteriza por su fuerza electromotriz (fem) llamada ε (letra griega epsilon). Luego si su potencia es:

$$P = \frac{dW}{dt} = \mathcal{E} \cdot i \quad \text{como} \quad i = \frac{dq}{dt} \text{ reemplazando, } \frac{dW}{dt} = \mathcal{E} \cdot \frac{dq}{dt} \qquad \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$$

La potencia representa la rapidez con que la energía de una fuente no electrostática es convertida en energía eléctrica.
Por lo tanto, la fem es el trabajo por unidad de carga realizado por la fuente. Las unidades son las mismas que para la diferencia de potencial electrostático, pero la diferencia esencial radica en que la diferencia de potencial **electrostático** puede suministrar el trabajo necesario para que una carga se mueva entre dos puntos. Sin embargo, la fem puede suministrar el trabajo necesario para que la corriente circule en un circuito cerrado (**electrodinámica**).

Por una parte ya sabemos que: $dW = \mathcal{E} \cdot dq = \mathcal{E} \cdot i\,dt$

pero tambien sabemos que: $dW = i^2 R dt$

Luego, $\mathcal{E} \cdot i\,dt = i^2 R dt \Rightarrow \mathcal{E} \cdot i = i^2 R$ es decir $\mathcal{E} = iR$

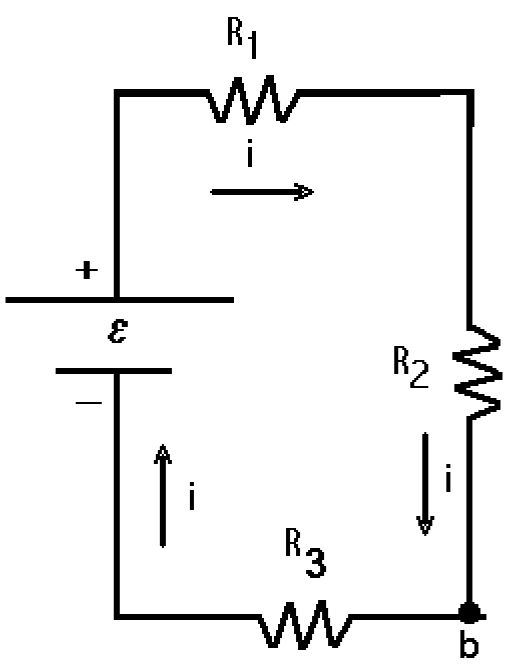
A continuación veremos algunas propiedades generales de los circuitos eléctricos.

En el caso de un circuito cerrado donde fluye corriente en forma constante se tiene

$\sum \mathcal{E} - \sum iR = 0$ 2 nda Ley de Kirchoff

El primer término representa la fem total de los generadores y el segundo término la caída de voltaje en las resistencias del circuito. La fem es <u>positiva en la dirección</u> en que sería desplazada una carga positiva y la caída de tensión <u>iR es positiva en el sentido de la corriente</u>. Esta relación, basada en el principio de conservación de la energía aplicado a un circuito se conoce como “teorema de la trayectoria”.

Además, a partir de la idea de conservación de la carga, se tiene que la velocidad con que llegan cargas a un punto, debe ser la misma velocidad con que salen de él.



$\Sigma i = 0$ que se llama también la ley de los nudos o nodos

Σi que entran a un nodo = Σi que salen de un nodo 1ra Ley de Kirchoff

Apliquemos estas relaciones en algunos circuitos sencillos.
De la primera ley de Kirchoff:

$$\sum \varepsilon - \sum iR = 0$$

$$\varepsilon = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

$$\varepsilon = i(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$iR_{total} = i(R_1 + R_2 + R_3)$$

Luego

$$R_{total} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{total} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Corresponde a la resistencia total de un circuito en serie.

Para el caso de resistencias conectadas en paralelo se cumple que en cada nodo:

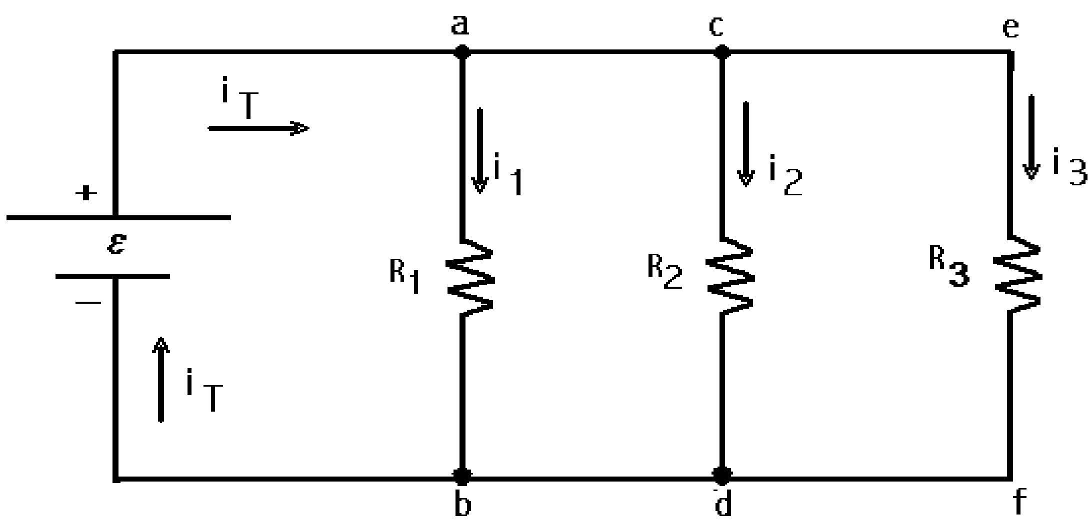
$\sum i$ entrada $= \sum i$ salida Principio de conservación de la carga

$$i_T - (i_1 + i_2 + i_3) = 0$$

$$\varepsilon = V_{ab} = V_{ad} = V_{af}$$

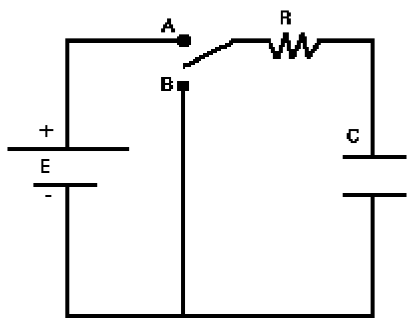
$$i_T = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3}$$

$$\frac{\varepsilon}{R_T} = V_{ab}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \text{ de donde: } \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{es decir } \frac{1}{R_T} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Ri}$$



Circuitos RC: Resistencia yCapacidad

Veremos el caso de un circuito en que la intensidad de corriente no es constante en el tiempo y en el cual se ha agregado un elemento más que es un condensador. A t = 0 se conecta el circuito a la fem y comienza a circular corriente



a) del teorema de la trayectoria sabemos que: $\varepsilon = iR + V_c$. El voltaje Vc en el condensador es

$V_c = \dfrac{Q}{C}$ siendo Q la carga en el condensador C

luego $Q = C \cdot V$ entonces $dq = CdV$ pero tambien $dq = idt \Rightarrow idt = CdV$

finalmente $i = C\dfrac{dV}{dt}$

Ahora podemos reemplazar i en nuestra expresión para ε y reordenando :

$\varepsilon = C\dfrac{dV}{dt}R + V_c \Rightarrow \varepsilon - V_c = RC\dfrac{dV}{dt}$ el recíproco de esta ecuacion es :

$\dfrac{1}{\varepsilon - V_c} = \dfrac{1}{RC} \cdot \dfrac{dt}{dV}$ separando las variables dt y dV podemos escribir las siguientes integrales :

$\displaystyle\int_{\varepsilon}^{Vc} \frac{1}{\varepsilon - \mathrm{Vc}} = \int_0^t \frac{1}{RC} dt$ cuyas soluciones dan respectivamente : $-\ln(\varepsilon - Vc) + \ln\varepsilon = \dfrac{t}{RC}$

Reordenando tenemos :

$\ln\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon - Vc} = \dfrac{t}{RC}$ multiplicando por - 1 y exponenciando tenemos: $\dfrac{\varepsilon - Vc}{\varepsilon} = \exp^{-t/RC}$

es despejando para Vc se tiene :

$Vc = \varepsilon - \varepsilon \cdot \exp^{-t/RC} = \varepsilon \cdot \left(1 - \cdot \exp^{-t/RC}\right)$ es decir, V cambia en el tiempo

Esta ecuación nos define la diferencia de potencial que adquieren las placas de un condensador a medida que transcurre el tiempo

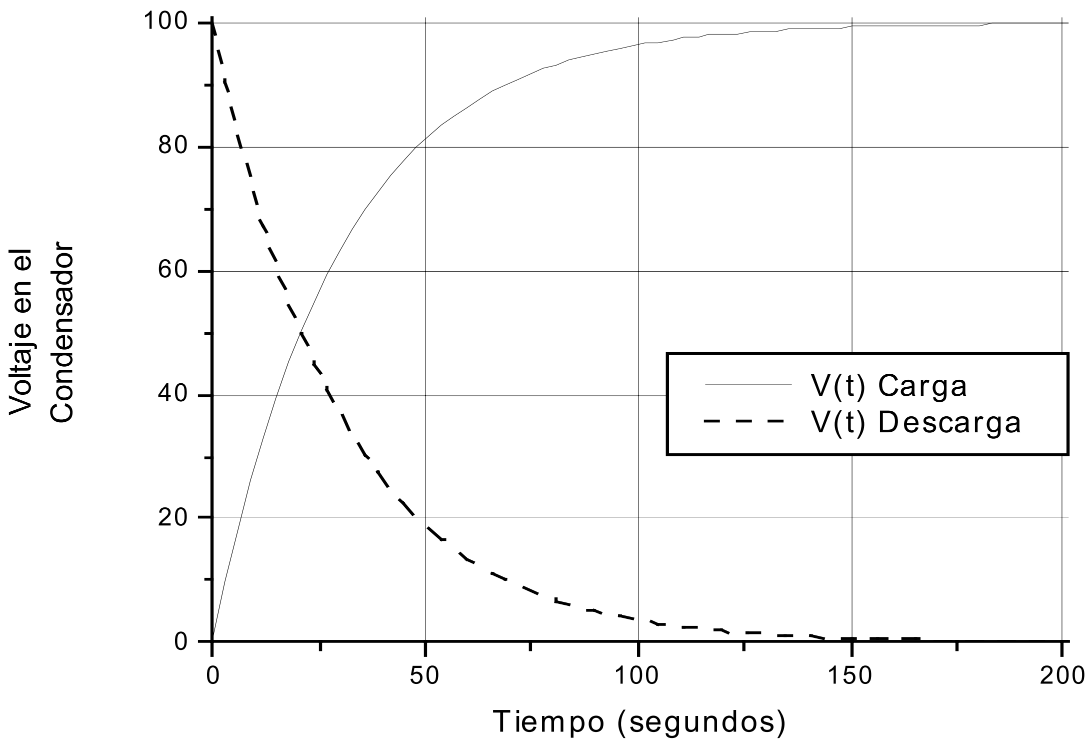
Si t = 0

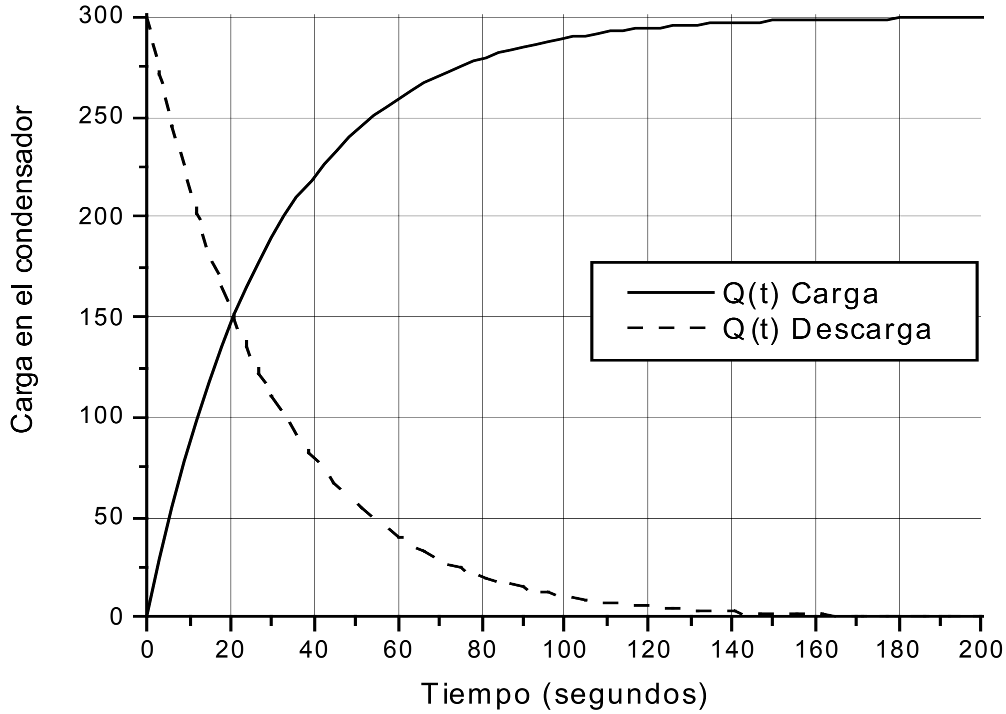
$$V(t=0)=\varepsilon\cdot\left(1-\cdot\exp^{-0}\right)=\varepsilon\cdot(1-1)=0$$

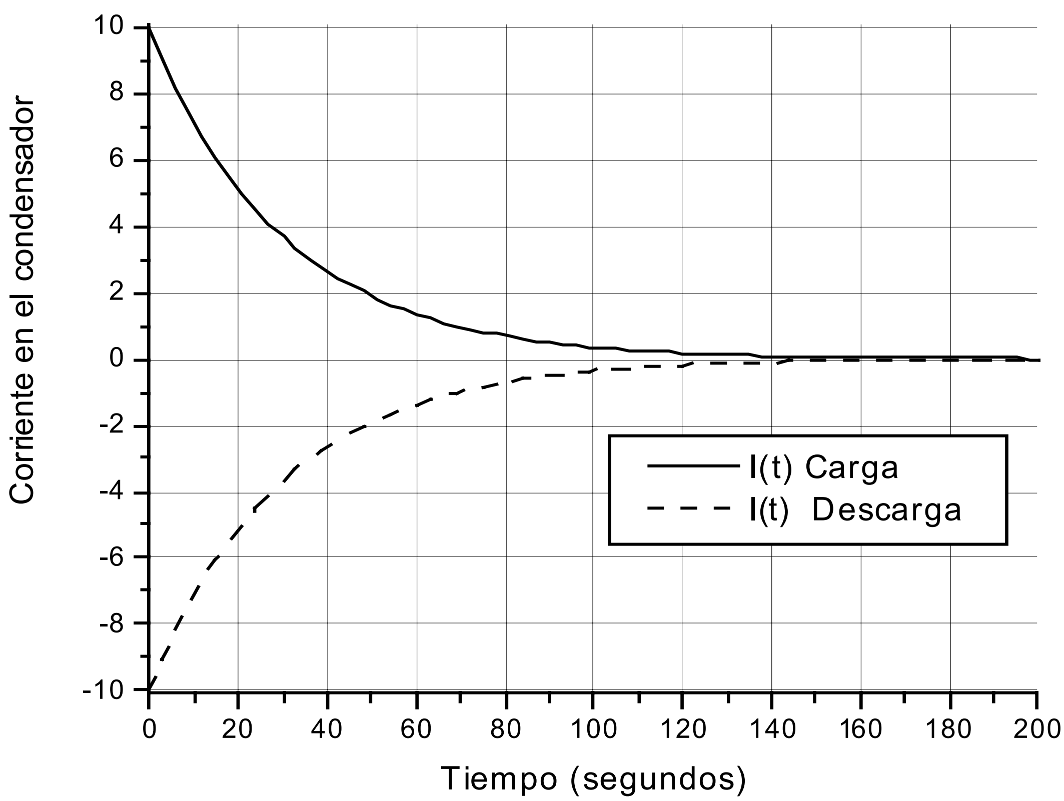
Si t=∞

$$V(t=\infty)=\varepsilon\cdot\left(1-\cdot\exp^{-\infty}\right)=\varepsilon\cdot(1-0)=\varepsilon$$

Gráficos en función del tiempo para el Voltaje, la Carga y la Corriente en un circuito RC




Carga en el condensador
Tiempo (segundos)
Q(t) Carga
Q(t) Descarga
0
50
100
150
200
250
300
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200


Corriente en el condensador
Tiempo (segundos)
I(t) Carga
I(t) Descarga
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200