Carga de un Circuito RC

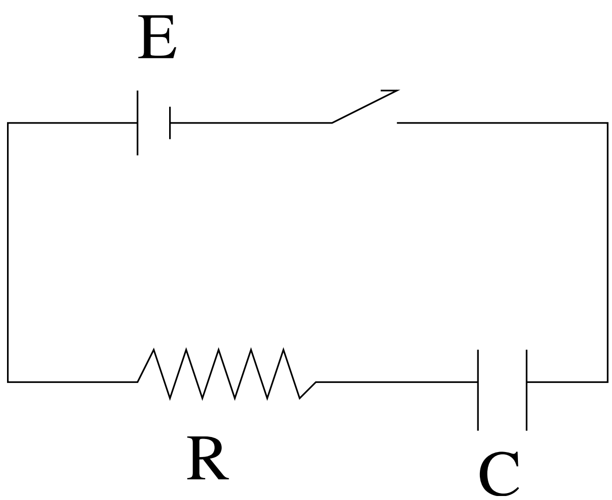

Fig. 1

Aplicando la ley de Kirchoff, tenemos:

$$E - V_R - V_C = 0 \tag{1}$$

usando la Ley de Ohm $I = V/R$ tenemos que $V_R = iR$; y con la definición de capacidad para un condensador $C = Q/V$, tenemos $V_C = q/C$, que reemplazados en la ecuación (1) nos dan:

$$E - iR - \frac{q}{C} = 0 \tag{2}$$

los valores q, i se usan para denotar que son valores instantáneos, es decir, $i = i(t)$ y $q = q(t)$. Ordenando un poco la ec.(2), obtenemos:

$$i = \frac{E}{R} - \frac{q}{RC} = 0 \tag{3}$$

Sabemos que para $t = 0$ la carga en el condensador es $q = 0$; y para $t = \infty$ la corriente en el circuito es $i = 0$, esto debe reflejarse en nuestra solución para $q(t)$ e $i(t)$ respectivamente.

Usando la definición de corriente $i = dq/dt$, podemos ordenar un poco la ec.(3) y escribir:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{EC - q}{RC} \tag{4}$$

y separando variables obtenemos:

$$\int_0^q \frac{dq}{EC - q} = \int_0^t \frac{dt}{RC} \tag{5}$$

$$-ln(EC - q) - [-ln(EC)] = \frac{t}{RC} \tag{6}$$

$$ln(EC - q) - ln(EC) = \frac{-t}{RC} \tag{7}$$

$$ln(\frac{EC - q}{EC}) = \frac{-t}{RC} \tag{8}$$

$$\frac{EC - q}{EC} = e^{\frac{-t}{RC}} \tag{9}$$

$$EC - q = ECe^{\frac{-t}{RC}} \tag{10}$$

$$q(t) = EC(1 - e^{\frac{-t}{RC}}) \tag{11}$$

Usando la definición de corriente $i(t) = \frac{dq}{dt}$, derivamos la ec.(11) y obtenemos:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(EC - ECe^{\frac{-t}{RC}}) \tag{12}$$

es decir,

$$i(t) = \frac{EC}{RC}e^{\frac{-t}{RC}} \tag{13}$$

y llamando $i_o = \frac{E}{R}$, escribimos:

$$i(t) = i_o e^{\frac{-t}{RC}} \tag{14}$$

Descarga de un Circuito RC

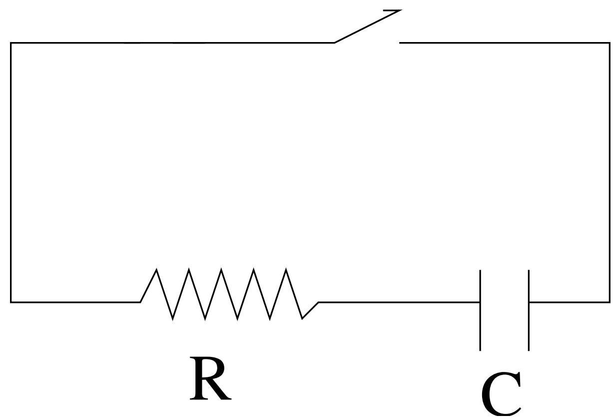

Fig. 2

La condición inicial en este caso es que a tiempo $t = 0$ tenemos una carga total Q_o en el condensador, es decir:

$$t = 0 \;\; q = Q_o \;\; i = \frac{V_c}{R} = \frac{Q_o/R}{C} = \frac{Q_o}{RC} \tag{15}$$

y a tiempo infinito las condiciones son:

$$t = \infty \;\; q = 0 \;\; i = 0 \tag{16}$$

al cerrar el circuito, tenemos que:

$$V_R = V_c \tag{17}$$

o lo que es lo mismo:

$$iR = \frac{q}{C} \tag{18}$$

pero $i = -dq/dt$, el signo "menos"es porque la corriente está disminuyendo, entonces:

$$R\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C} \tag{19}$$

separando variables e integrando tenemos:

$$\int_{Q_o}^{q} \frac{dq}{q} = -\int_{0}^{t} \frac{dt}{RC} \tag{20}$$

$$ln(\frac{q}{Q_o}) = -\frac{t}{RC} \tag{21}$$

$$q(t) = Q_o e^{\frac{-t}{RC}} \tag{22}$$

y como la correinte es $i(t) = dq/dt$, obtenemos:

$$i(t) = -\frac{Q_o}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} \tag{23}$$

que llamando $I_o = -Q_o/RC$, se transforma en:

$$i(t) = I_o e^{\frac{-t}{RC}} \tag{24}$$

Carga de un Circuito RC

Carga en función del tiempo

$$q(t) = EC(1 - e^{\frac{-t}{RC}}) \tag{25}$$

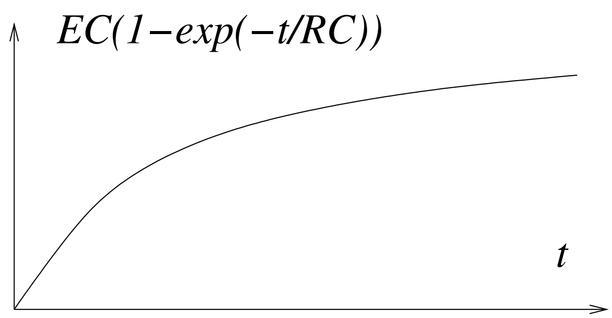

Fig. 3

Corriente en función del tiempo

$$i(t) = i_o e^{\frac{-t}{RC}} \tag{26}$$

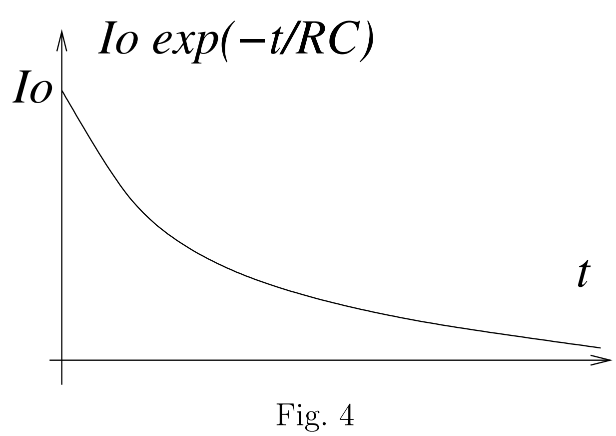

Fig. 4

Descarga de un Circuito RC

Carga en función del tiempo

$$q(t) = Q_o e^{\frac{-t}{RC}} \tag{27}$$

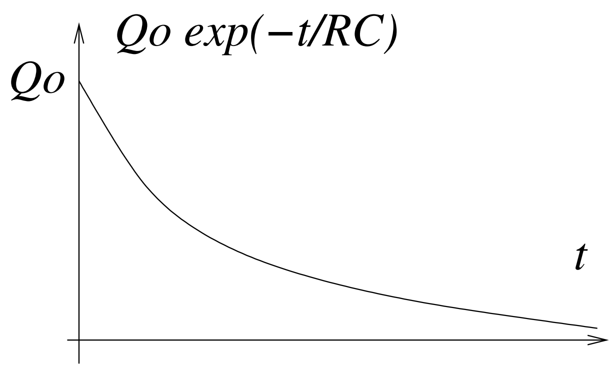

Fig. 5

Corriente en función del tiempo

$$i(t) = I_o e^{\frac{-t}{RC}} \tag{28}$$

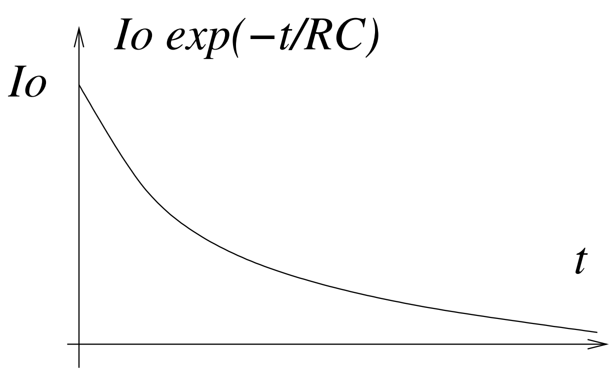

Fig. 6

Algunos valores de $e^{-t/RC}$ y $(1 - e^{-t/RC})$

t	$e^{-t/RC}$	$(1 - e^{-t/RC})$
0	1	0
RC	0,37	0,63
$2RC$	0,14	0,86
$3RC$	0,05	0,95
$4RC$	0,02	0,98

Aplicación de uso de un Circuito RC

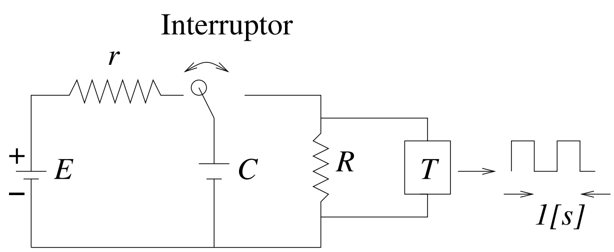

Fig. 7