

Ecuaciones Diferenciales Homogéneas y Lineales.

Ecuaciones homogéneas

Una función $f(x, y)$ se llama homogénea de grado **n** si:

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n \cdot f(x, y)$$

Ejemplos:

¿Son homogéneas las siguientes ecuaciones?

1. $f(x, y) = x^4 - x^3 y$

2. $f(x, y) = e^{x/y} + \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right)$

3. $f(x, y) = x^2 + \operatorname{sen}(x) \cdot \cos(y)$

La ecuación diferencial $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$

Se llama homogénea si $M(x, y)$ y $N(x, y)$ son homogéneas del mismo grado.

Ejemplos: ¿Son homogéneas las siguientes ecuaciones?

1. $x \cdot \ln\left(\frac{y}{x}\right)dx + \frac{y^2}{x} \arcsen\left(\frac{y}{x}\right)dy = 0$

2. $(x^2 + y^2)dx - (xy^2 - y^3)dy = 0$

¿Cómo resolver una ec. diferencial homogénea?

La transformación $y = v \cdot x \Rightarrow dy = v \cdot dx + x \cdot dv$ nos permite

Reducir una ec. homogénea a la forma:

$P(x, v)dx + Q(x, v)dv = 0 \quad \rightarrow \quad$ Que es de variable separable.

Ejemplo: Resuelva la ec.

$$(x^3 + y^3)dx - 3xy^2dy = 0$$

Ecuaciones lineales de orden y grado 1.

La ecuación: $\frac{dy}{dx} + y \cdot P(x) = Q(x)$

Es lineal en la variable dependiente y en su derivada.



Ejemplos: ¿ Son lineales las siguientes ecuaciones?

1. $\frac{dy}{dx} + 3xy^2 = \text{sen}(x)$

2. $\frac{dy}{dx} + 3xy = \text{sen}(x)$

¿Cómo resolver una ec. diferencial lineal de orden y grado 1?

$$\frac{d\left(y \cdot e^{\int P(x)dx}\right)}{dx} = \frac{dy}{dx} \cdot e^{\int P(x)dx} + y \cdot e^{\int P(x)dx} \cdot P(x) = e^{\int P(x)dx} \left(\frac{dy}{dx} + y \cdot P(x) \right) = e^{\int P(x)dx} \cdot Q(x)$$

- Integrando la expresión anterior, obtenemos:

$$y \cdot e^{\int P(x)dx} = \int Q(x) \cdot e^{\int P(x)dx} dx + c$$

Ejemplos:

1. $\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x$

2. $x \frac{dy}{dx} = y + x^3 + 3x^2 - 2x$