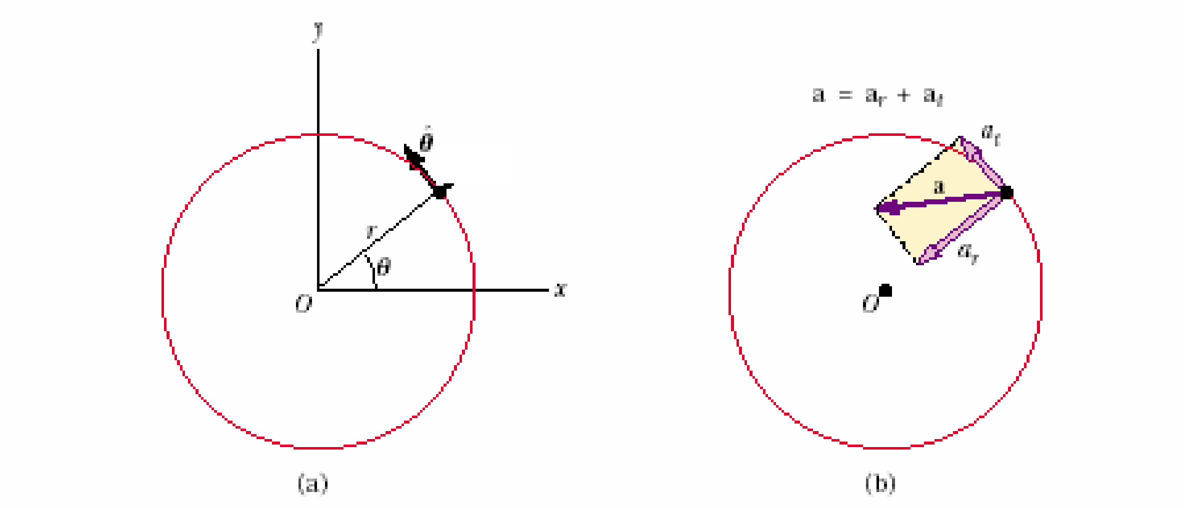
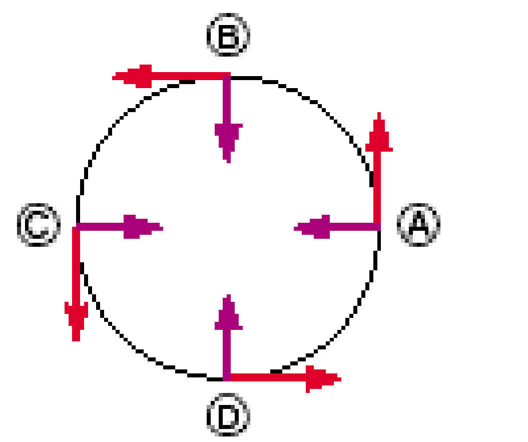
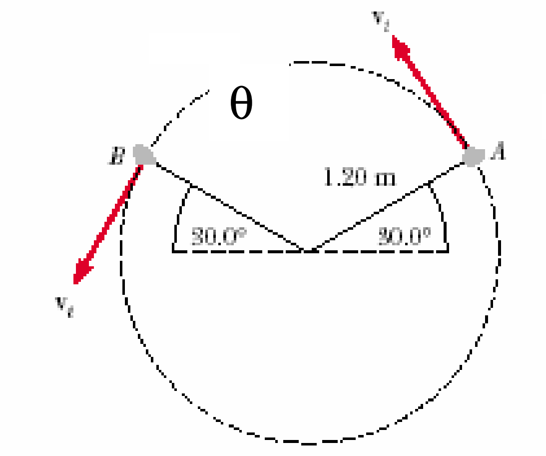
# MOVIMIENTO CIRCULAR




$a_{total} = a_t + a_r$ si $a_t = 0$ es MCU

# MOVIMIENTO CIRCULAR



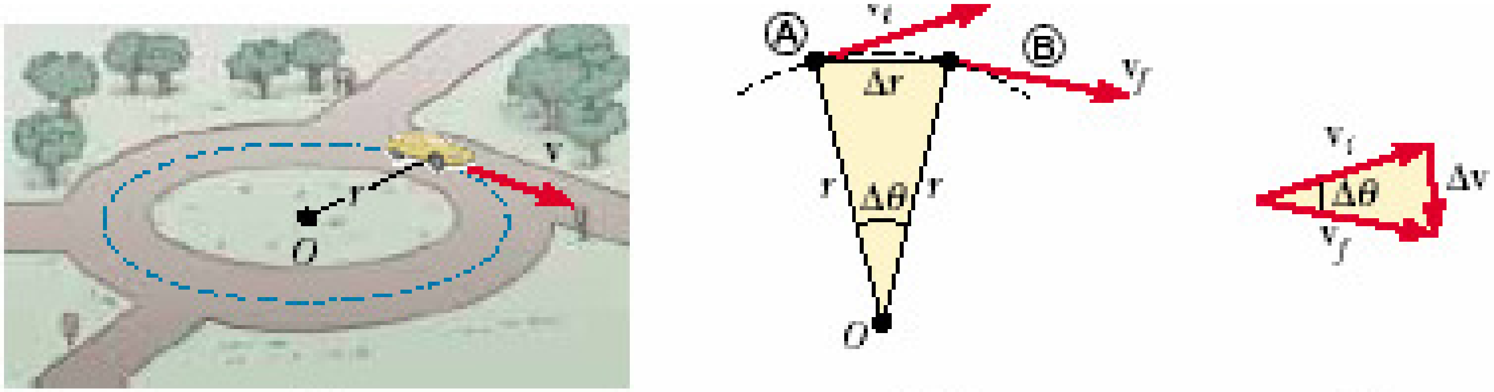

v

a

Movimiento acelerado

| v| = Cte

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r}}$$




(a) (b) (c)

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}$$

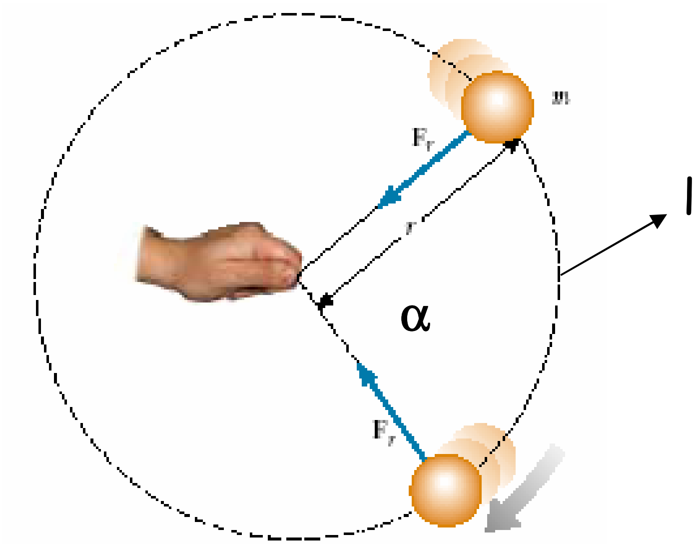
$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\bar{a} = \frac{v\,\Delta r}{r\,\Delta t}$$

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r}}$$

$$\boxed{F_c = m\,\frac{v^2}{r}}$$

# MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME




$|v| = Cte$

$|v| = \frac{l}{t}$

cuando $l = r$

el ángulo barrido es 1 radián

360 ° = $2\pi$ radianes

1 radián = 57,3 °

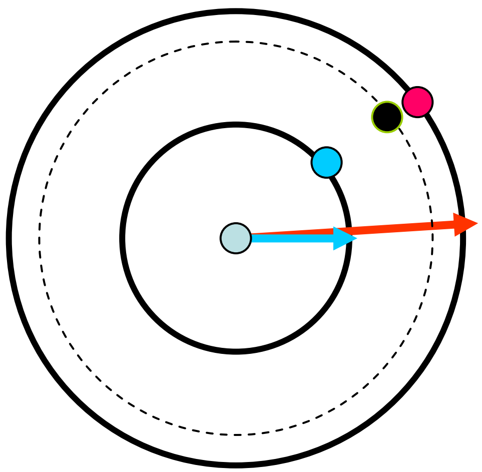
tiempo de un giro completo = T

$f = \frac{1}{T}$

$$\boxed{|v| = \frac{2\pi r}{T}}$$

$r = r$ → $v = \dfrac{2\pi\ r}{t}$

$r = r/2$ → $V = \dfrac{2\pi\ 0{,}5\ r}{t}$



si $t = T$ $\boxed{v = \dfrac{2\pi\ r}{T}}$

$V \ \alpha \ r$

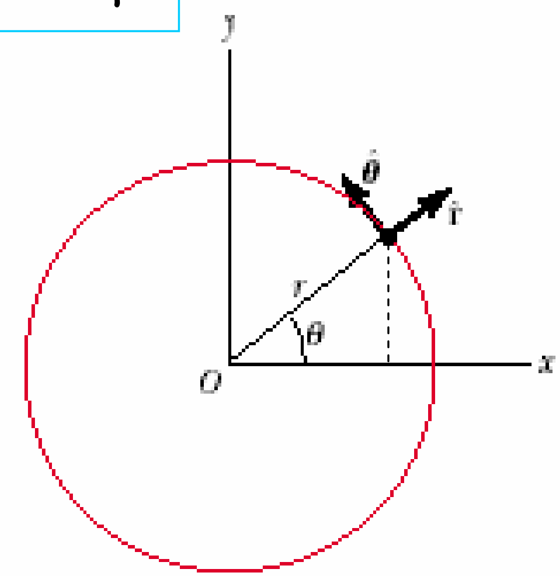
$\omega = \dfrac{\theta}{t}$

$\boxed{\omega = \dfrac{2\pi}{T}}$

Cuando $t = T$

$\theta = 2\pi$ radianes

$\boxed{v = \omega\, r}$



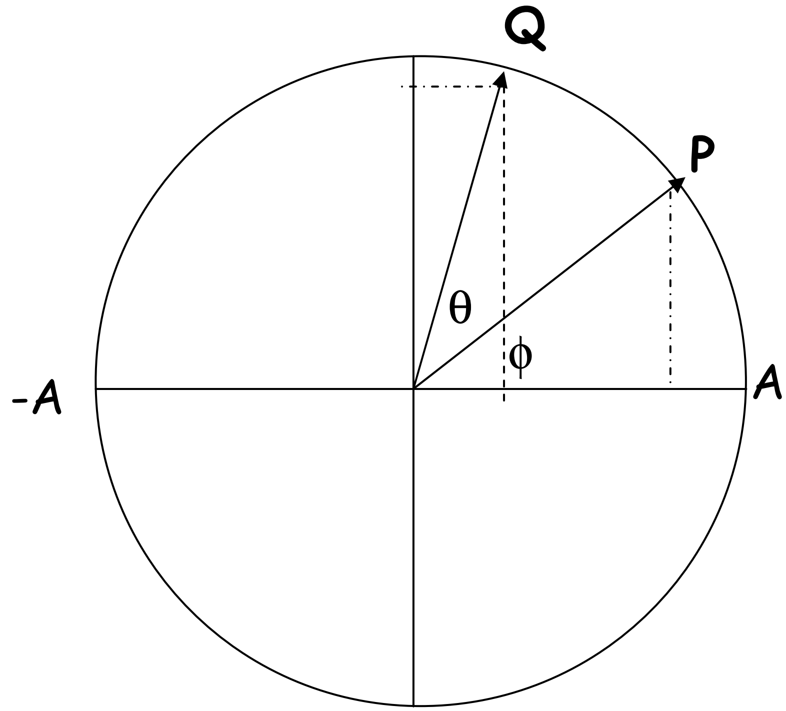

Si $r = A$

$X = A \cos \theta$ pero $\theta = \omega t$

$X = A \cos \omega t$

# Proyección del MCU en un eje

$X = A \cos \omega t$




$\phi$ =condiciones iniciales

$$X = A \cos \underbrace{(\omega t + \phi)}_{\text{fase del movimiento}}$$

$$y = A \,\text{sen} \underbrace{(\omega t + \phi)}_{\text{fase del movimiento}}$$

# Movimiento Armónico Simple

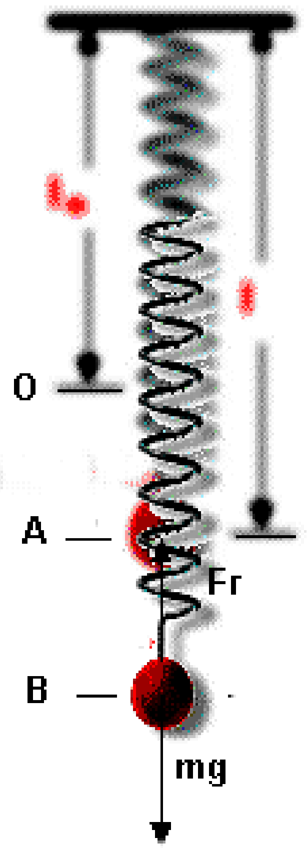
## DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS:

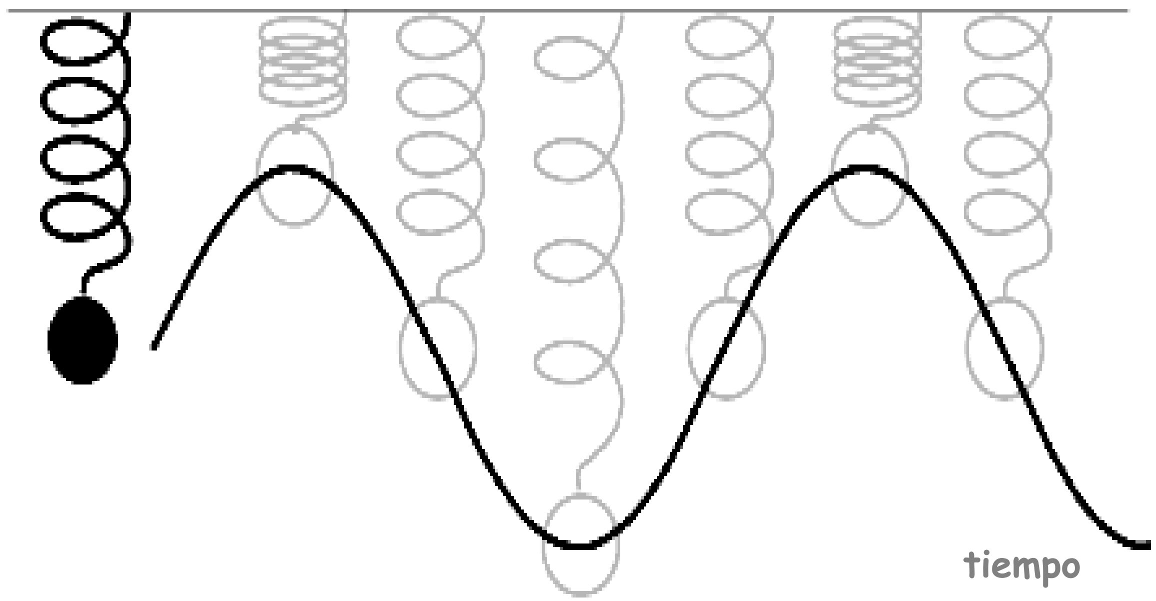
Movimiento periódico: un movimiento se dice periódico cuando a intervalos iguales de tiempo, todas las variables del movimiento (velocidad, aceleración, etc.) toman el mismo valor.

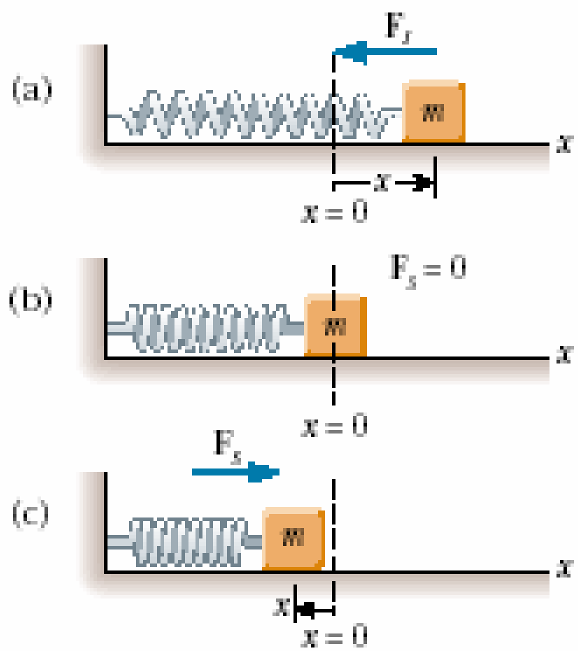
Movimiento oscilatorio: Son los movimientos periódicos en los que la distancia del móvil al centro, pasa alternativamente por un valor máximo y un mínimo.

Movimiento vibratorio: Es un movimiento oscilatorio que tiene su origen en el punto medio, de forma que las separaciones a ambos lados, llamadas amplitudes, son iguales.

# Sistema masa resorte es un ejemplo de un M.A.S.





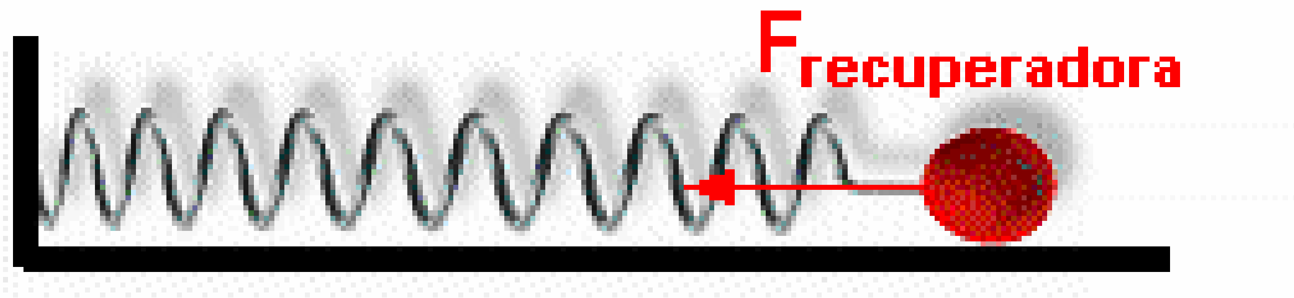

$$F = - k\,x$$

$$F = ma$$

$$ma = - kx$$

$$a = - \frac{k}{m}\,x$$

Un objeto se mueve con MAS si su aceleración es proporcional al desplazamiento desde su posición de equilibrio y sentido opuesto




| elongación | posición | rapidez | aceleración | fuerza |
|---|---|---|---|---|
| mínima | $x = -A$ | $v = 0$ | $\|a\| = max$ | $\|F\| = max$ |
| reposo | $x = 0$ | $v = max$ | $\|a\| = 0$ | $\|F\| = 0$ |
| máxima | $x = +A$ | $v = 0$ | $\|a\| = max$ | $\|F\| = max$ |

$$ma = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-k}{m}x$$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \text{y} \quad v = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

## Proyección en un eje del MCU

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = -\omega A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\omega^2 \underbrace{A\cos(\omega t + \phi)}_{x}$$

$$a(t) = -\omega^2 x$$

Pero $a = -\frac{k}{m}x$

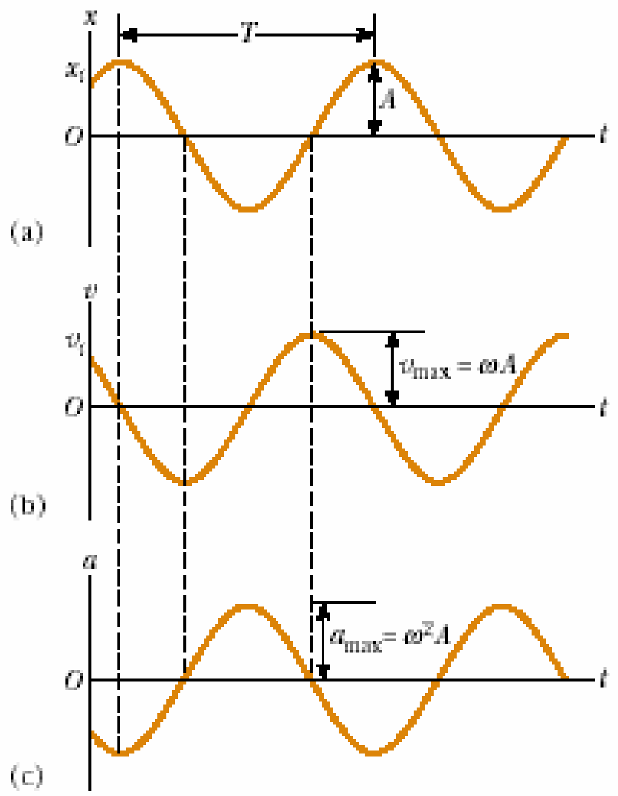
Luego $\omega^2 = \frac{k}{m}$

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad \text{y} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{k/m}$$

$\phi = 0$




$$x = A\cos\omega t$$

$$v = -\omega A\sin\omega t$$

$$a = -\omega^2 A\cos\omega t$$

Un bloque de 200gr se conecta a un resorte cuya constante de elasticidad es de 5 N/m. El bloque se desplaza 5cm desde el equilibrio y se suelta desde el reposo dejándose oscilar libremente

a) Encontrar el periodo del movimiento

$\omega^2 = k/m$ $\quad \omega = \sqrt{k/m}$ $\quad \omega = 5$ rd/s $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad \boxed{T = \frac{2\pi}{5} = 1,25 \text{ s}}$

b) determine la velocidad máxima del bloque

$V = -\omega A$ $\quad \boxed{5\text{rad/s } 0,05\text{m} = 0.\ 25 \text{ m/s}}$

c) Cuál es su aceleración máxima?

$a = -\omega^2 X$ $\quad \boxed{25 \times 0,05 = 1,25 \text{ m/s}^2}$

d) Exprese el desplazamiento , la velocidad y la aceleración en función del tiempo

$x(t) = 0,05 \cos 5t$

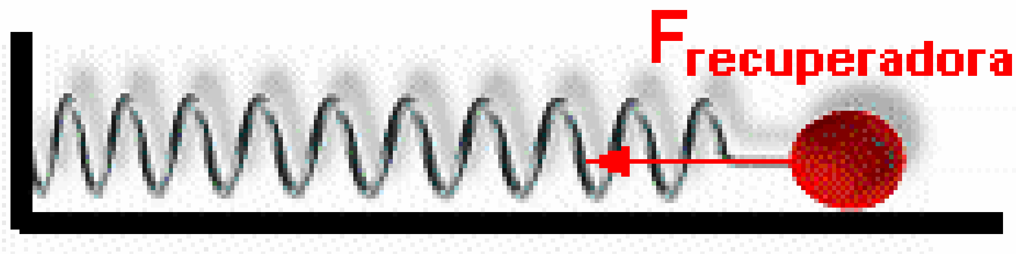
$v(t) = -\ 0,25 \text{ sen } 5t$

$a = = -\ 1,25 \cos 5t$

# ... Aspectos energéticos del MAS..

**Supongamos un resorte-masa en posición horizontal donde no existe roce**

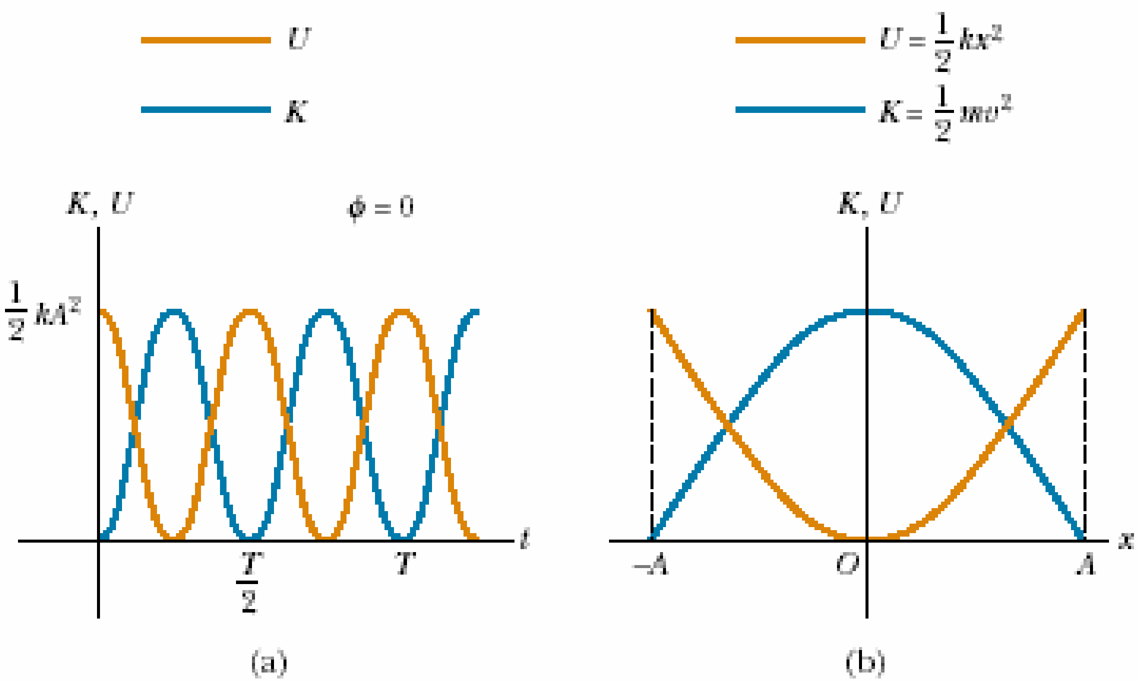
**La energía mecánica total permanece constante durante la oscilación**




$Ec = 1/2\ m\ v^2 \longrightarrow$ asociada a la masa

$Epe = 1/2\ K\ x^2 \longrightarrow$ asociada al resorte

$$\text{Energia total} = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 + \tfrac{1}{2}\, K\, x^2 = \text{Constante}$$


U
K
$U = \frac{1}{2}kx^2$
$K = \frac{1}{2}mv^2$
K, U
$\phi = 0$
$\frac{1}{2}kA^2$
t
$\frac{T}{2}$
T
(a)
K, U
x
–A
O
A
(b)

# ENERGÍA DE UN OSCILADOR ARMÓNICO SIMPLE

1) Energía Cinética $\frac{1}{2} mv^2$
2) Energía potencial elástica $\frac{1}{2} kx^2$

En un sistema conservativo . La Energía total mecánica es constante

$$E_{mec} = E\, c_{inetica} + E_{pot\ elástica}$$

$$= \frac{1}{2} mv^2 \qquad + \qquad \frac{1}{2} k\, x^2$$

$$v(t) = -\ \omega A \text{ sen } (\omega t + \phi)$$

$$= \frac{1}{2} m\, \omega^2 A^2 \text{ sen}^2 (\omega t + \phi) + \frac{1}{2} k\, A^2 \cos^2 (\omega t + \phi)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$= \frac{1}{2} \cancel{m}\, k/\cancel{m}\, A^2 \text{ sen}^2 (\omega t + \phi) + \frac{1}{2} k\, A^2 \cos 2 (\omega t + \phi)$$

$$= \frac{1}{2} k\, A^2\text{^}\underbrace{[\text{ sen}2 (\omega\, t + \phi) + \cos^2 (\omega t + \phi)]}_{=1}$$