

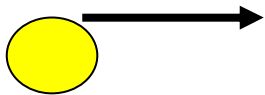
CANTIDAD DE MOVIMIENTO E IMPULSO

El momento lineal o cantidad de movimiento o momentum

de una partícula de masa m que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ se define como el producto de la masa por de la velocidad

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

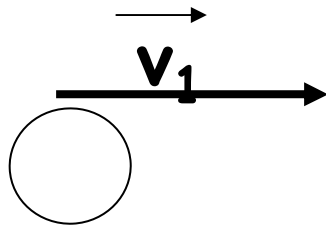
$$\vec{v}_1 = 3\hat{i} \text{ [m/s]}$$



$$m_1 = 200\text{g}$$

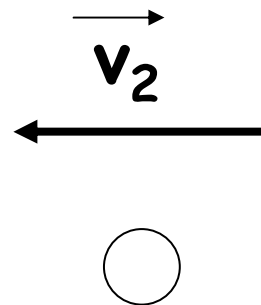
$$\begin{aligned}\vec{p} &= m_1 \vec{v}_1 \\ &= 0,2 \text{ kg } 3\hat{i} \text{ m/s} \\ &= 0,6 \hat{i} \text{ Kg m/s}\end{aligned}$$

Es una magnitud vectorial porque es el producto de un vector por un escalar y su unidad es [Kg m/s] o [N s]



m_1

$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$

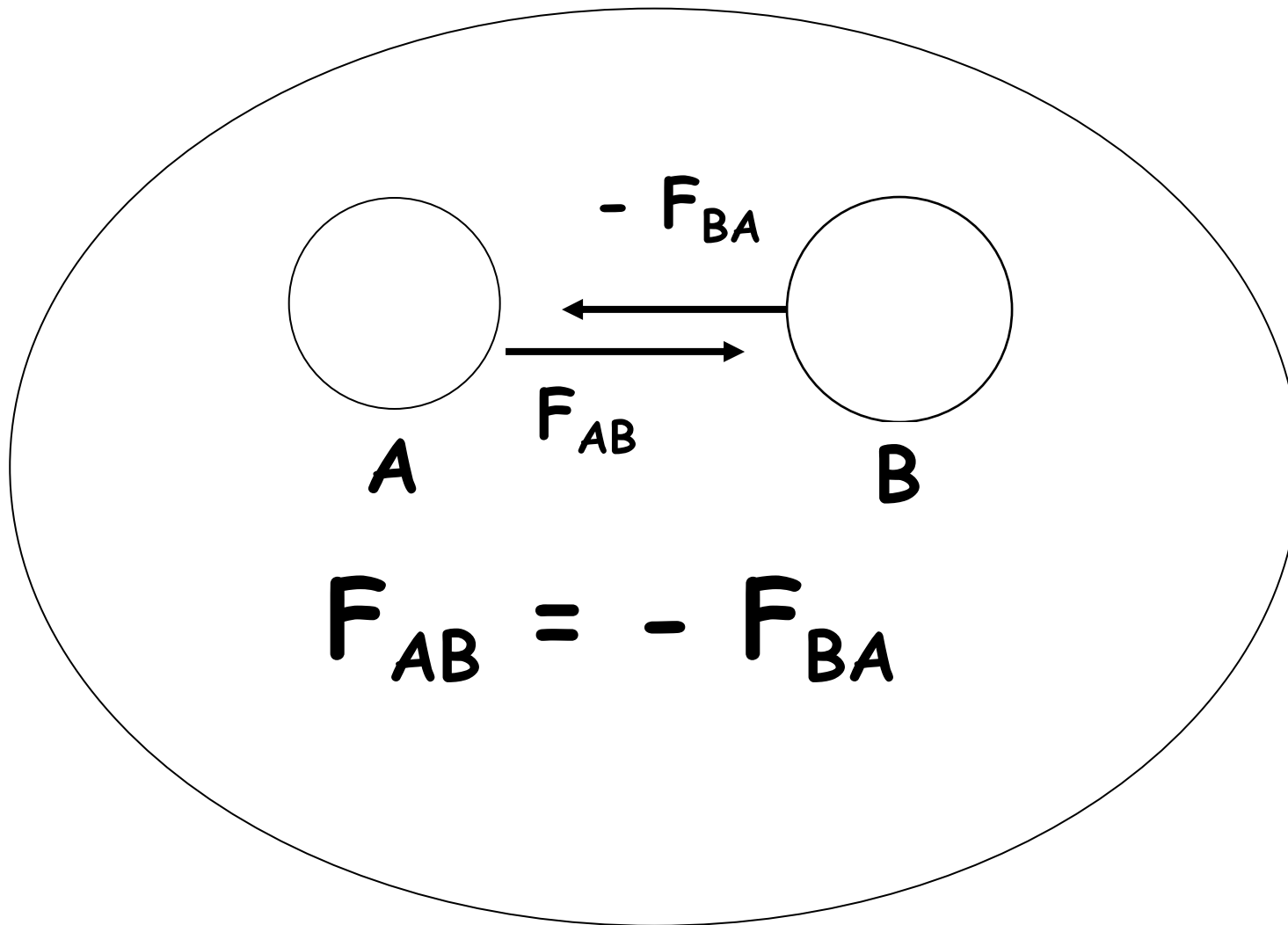


m_2

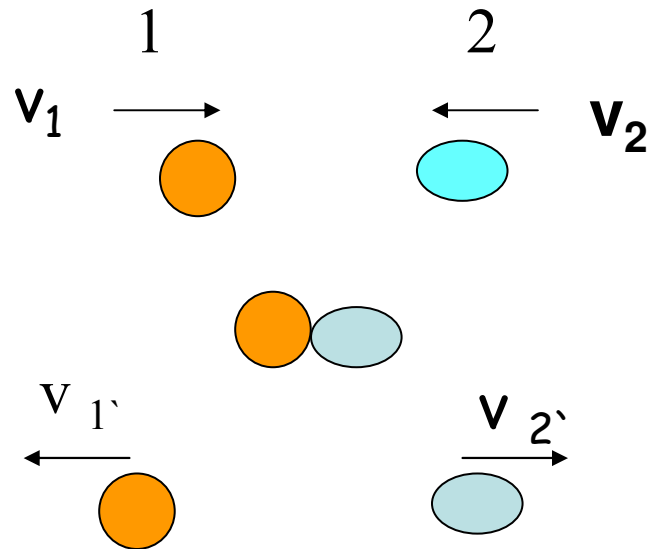
$\vec{p}_2 = -m_2 \vec{v}_2$

$\vec{P}_{\text{sistema}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

Sistema aislado formado por dos partículas A y B



Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre un cuerpo B , B ejerce sobre A una fuerza de igual magnitud, dirección , pero en sentido contrario



$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

$$m_2 \mathbf{a}_2 = -m_1 \mathbf{a}_1$$

Pero aceleración es dv/dt

$$m_2 dv_2/dt = -m_1 dv_1/dt$$

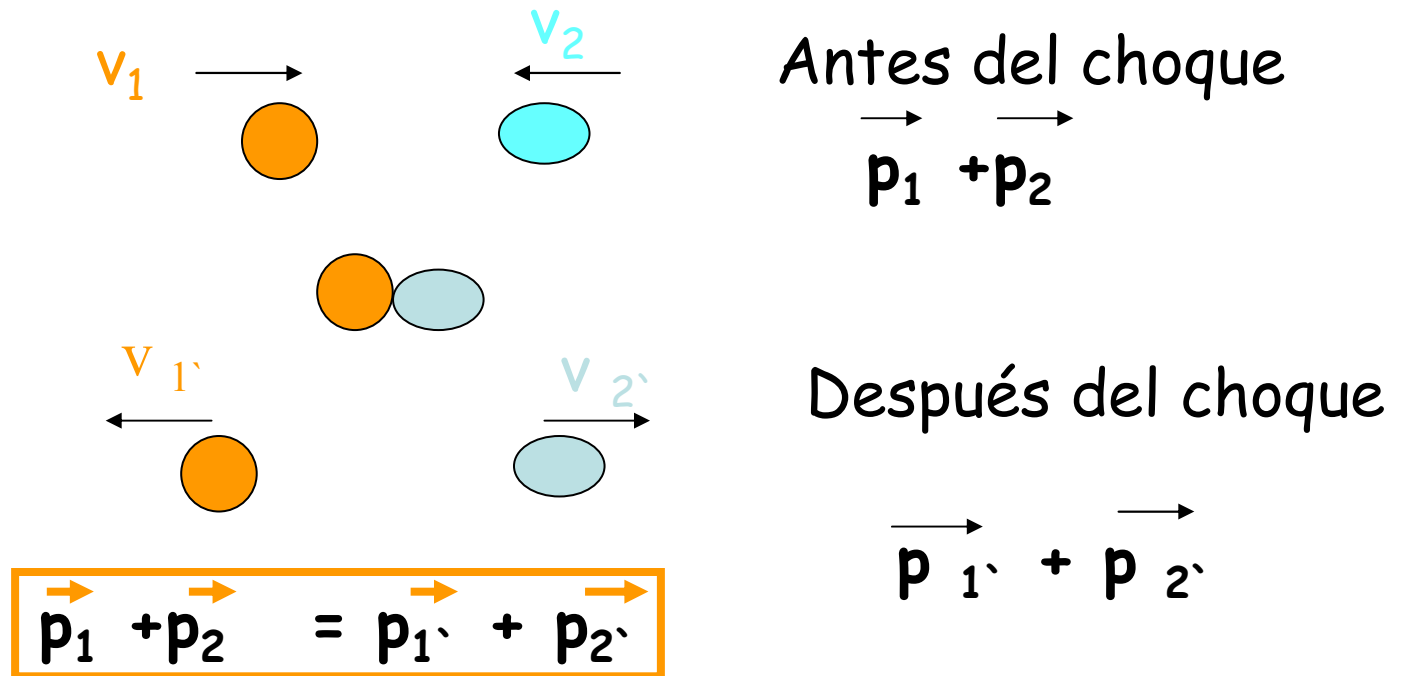
$$d(m_2 v)/dt = -d(m_1 v)/dt$$

$$dp_2/dt + dp_1/dt = 0$$

$$d(p_2 + p_1)/dt = 0$$

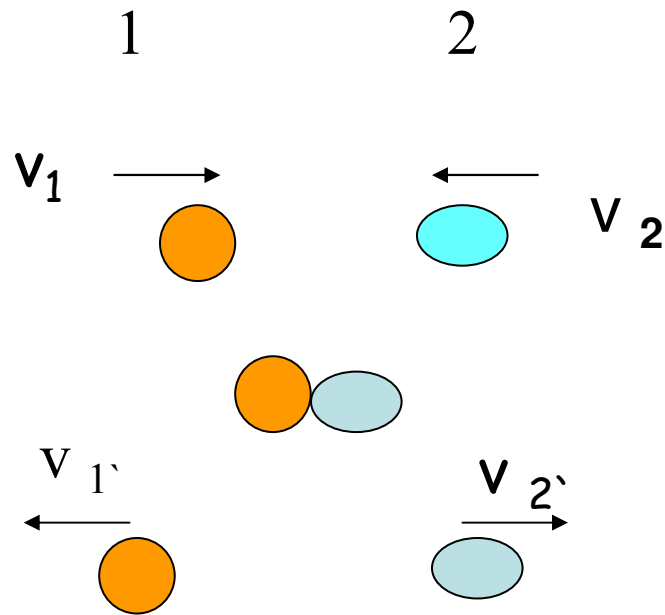
$$\vec{p}_2 + \vec{p}_1 \text{ constante}$$

Conservación de la cantidad de movimiento



$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_{1'} + m_2 \vec{v}_{2'}$$

Siempre que dos partículas aisladas sin cargas interactúan entre si , el **momento total del sistema permanece constante**



Si v_1 cambió $\longrightarrow$ aceleración

Si existe aceleración $\longrightarrow$ Fuerza F_{21}

Si v_2 cambió $\longrightarrow$ aceleración

Si existe aceleración $\longrightarrow$ Fuerza F_{12}

La cantidad de movimiento se conserva en cualquier choque
(sistema aislado)

Choques {
elásticos $E_c = \text{Cte}$
inelásticos E_c no se conserva

Choques {
perfectamente elásticos
perfectamente inelásticos



$$\text{Impulso } \vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

Impulso de una fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre un cuerpo durante un tiempo t , es el producto de la fuerza por el tiempo en que está aplicada dicha fuerza. Es una cantidad vectorial y su unidad es Newton x metro

$$I = \int F dt$$

Si la fuerza es constante $I = F \Delta t$

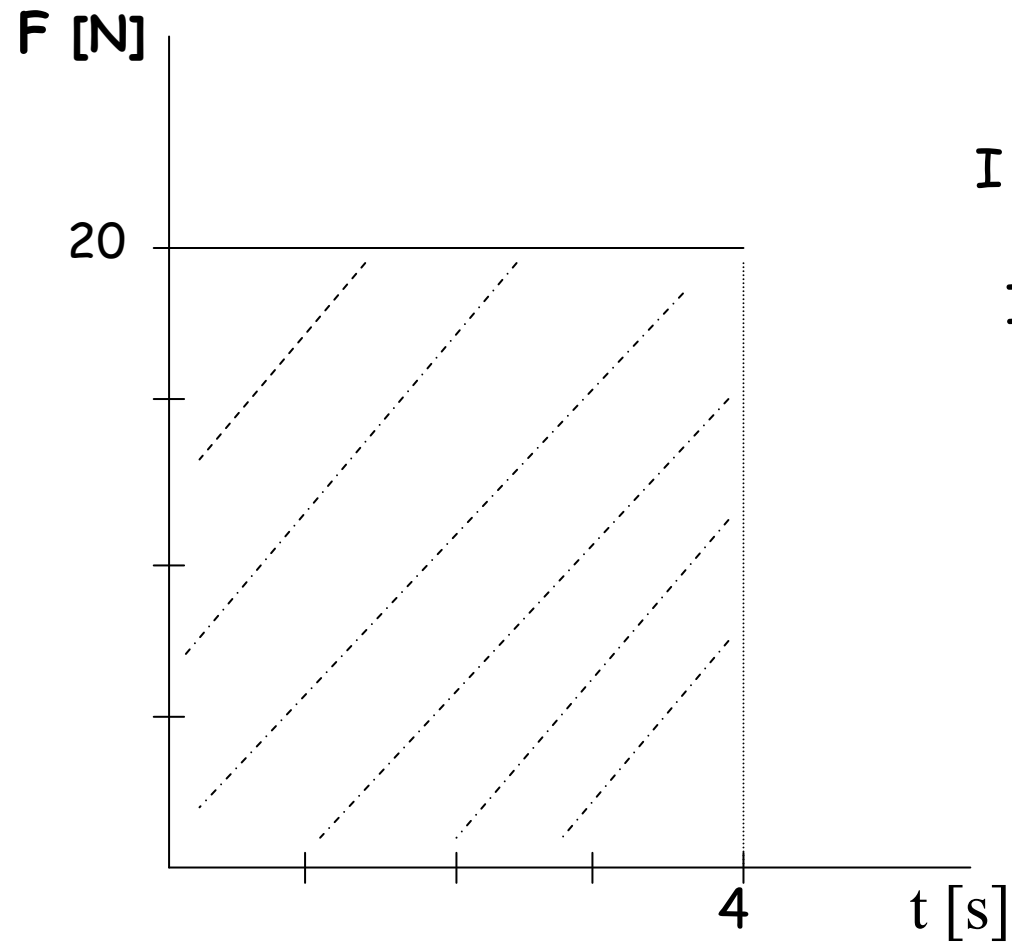
La rapidez de cambio del momento de una partícula es igual a la fuerza neta que actúa sobre la partícula

$$F = ma = \frac{mdv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt} \quad F = \frac{dp}{dt}$$

$$dp = Fdt$$

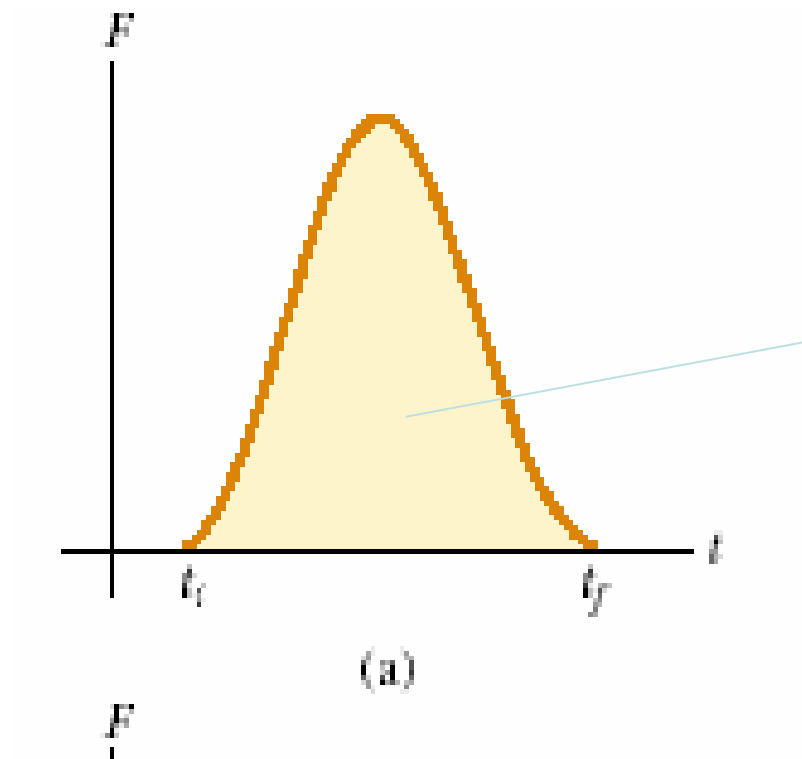
$$\Delta p = \int F \Delta t = I$$

$$I = F \Delta t$$

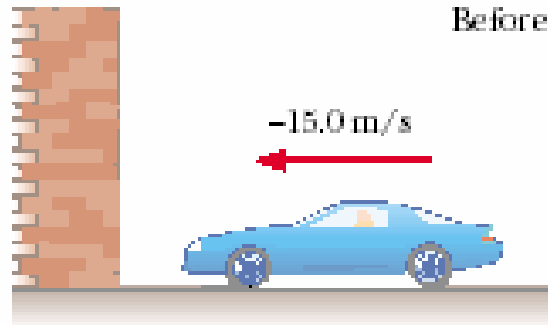


$$I = 20 \text{ [N]} 4 \text{ s}$$

$$I = 80 \text{ N s}$$



Impulso = Δp



$$P_i = 1500 \text{ kg} (-15 \text{ i m/s}) = -2,25 \times 10^4 \text{ i Kg m/s}$$

$$P_f = 1500 \text{ Kg} (2,6 \text{ i m/s}) = 0,39 \times 10^4 \text{ i Kg m/s}$$

$$I = \Delta p$$

$$= 0,39 \times 10^4 \text{ i Kg m/s} - (-2,25 \times 10^4 \text{ i Kg m/s})$$

$$= 2,64 \times 10^4 \text{ i Kg m/s}$$

$$I = F \Delta T$$

$$\begin{aligned} m &= 1500 \text{ Kg} \\ V_i &= -15 \text{ i m/s} \\ V_f &= 2,6 \text{ i m/s} \\ \Delta t &= 0,15 \text{ s} \end{aligned}$$

$$F = \frac{2,64 \times 10^4 \text{ Kg m/s}}{0,15 \text{ s}} = 1,76 \times 10^5 \text{ i N}$$

CONCEPTO DE TRABAJO (W)

Se define trabajo mecánico realizado por una fuerza , al producto escalar del **vector fuerza** por el **vector desplazamiento**.

$$W = \vec{F} \bullet \vec{\Delta r}$$

$$W = \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

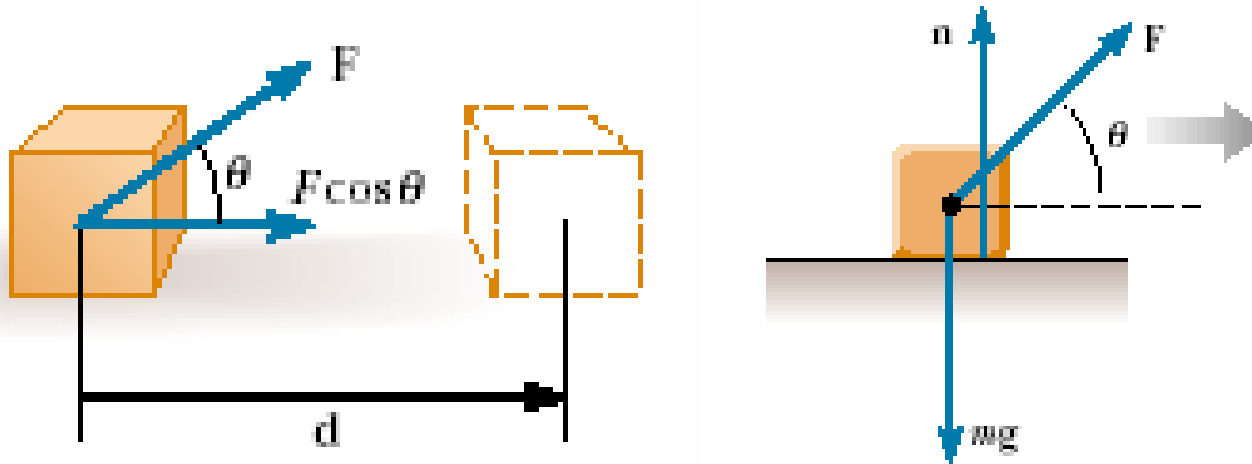
$$N \times m = \text{Joule}$$

$$W = |F| |\Delta r| \cos \alpha$$

α = ángulo que forma el vector fuerza con el vector desplazamiento

$$W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r}$$

$$W = |\mathbf{F}| |\mathbf{d}| \cos \theta$$

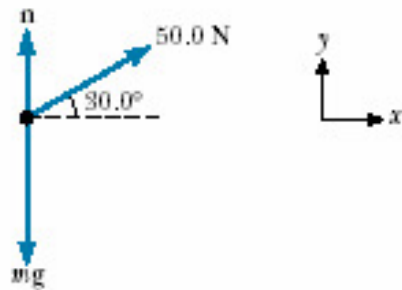


$$W = (F \cos \theta) d$$

Realiza trabajo solo la componente de la fuerza que está en la dirección del desplazamiento



(a)



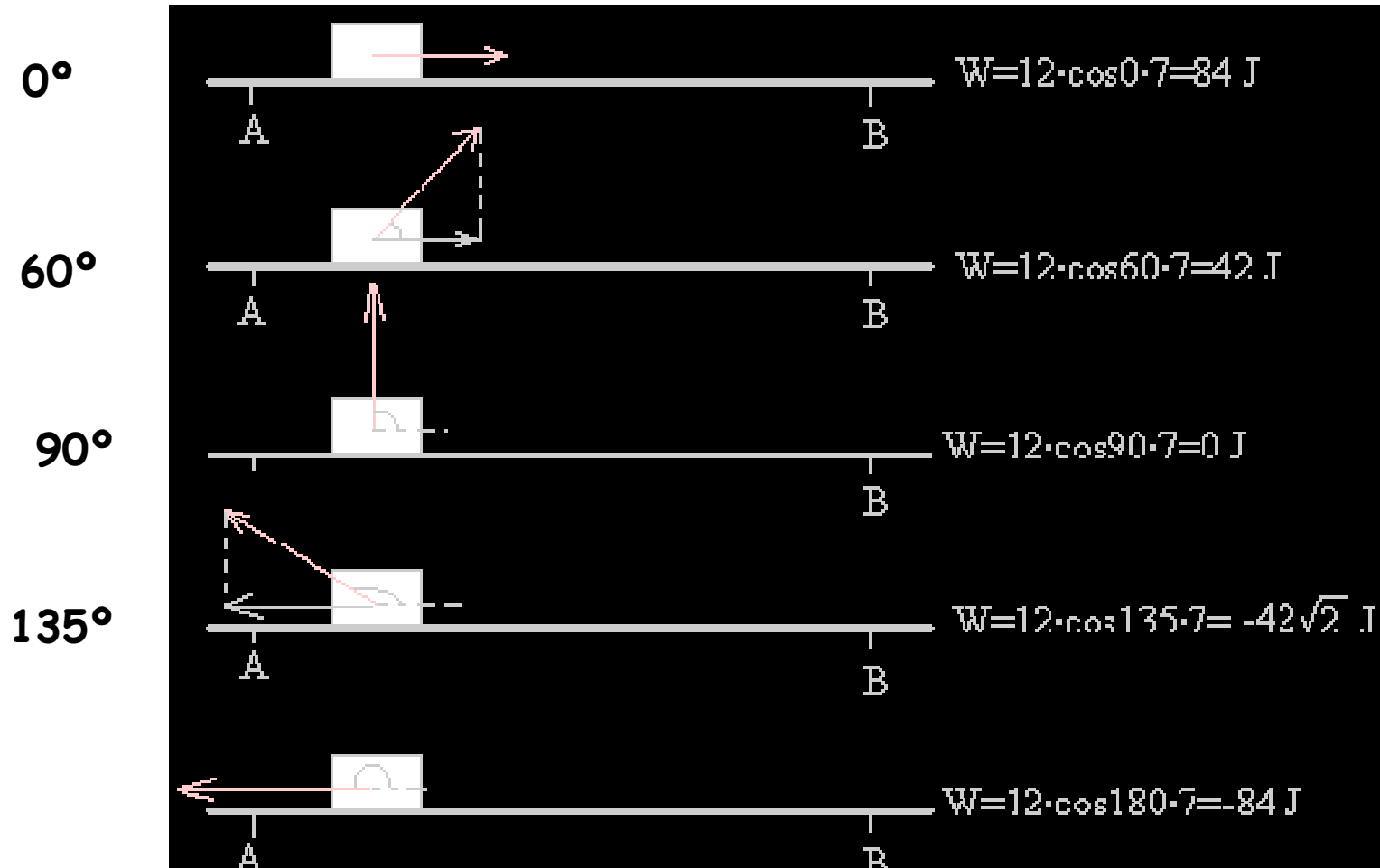
(b)

$$W = (F \cos \theta) d$$

$$W = (50.0 \text{ N})(\cos 30.0^\circ)(3.00 \text{ m})$$

Ejemplo:

Calcular el trabajo de una fuerza constante de 12 N, aplicada sobre un cuerpo y cuyo punto de aplicación se traslada 7 m, si el ángulo entre las direcciones de la fuerza y del desplazamiento son



¿Cómo determino el trabajo si no conozco el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento?



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 6 + 15 + 8$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 29$$

$$29 = 33,5 \cos \theta$$

$$\frac{29}{33,5} = \cos \theta$$

$$0,86 = \cos \theta$$

$$\theta = 30,68^\circ$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{B}| \cdot \cos \alpha$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta$$

$$= \sqrt{29} \sqrt{38} \cos \theta$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 5,4 \times 6,2 \cos \theta$$

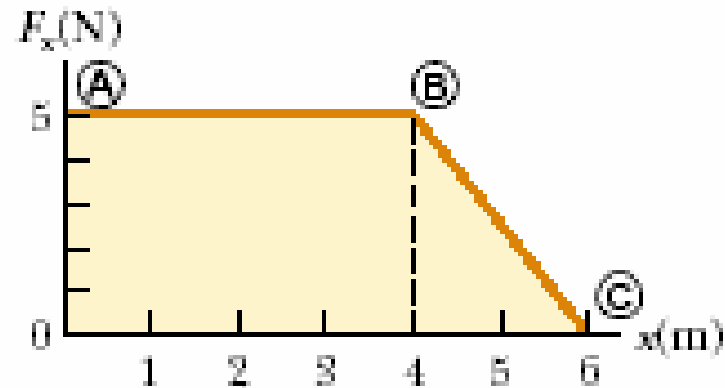
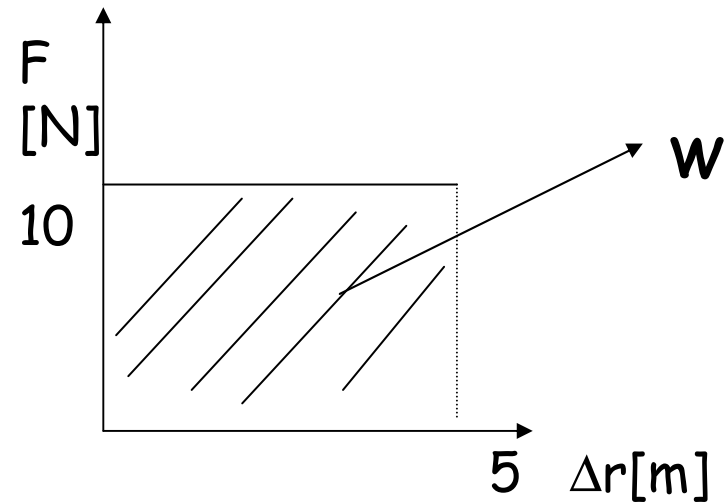
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 33,48 \cos \theta$$

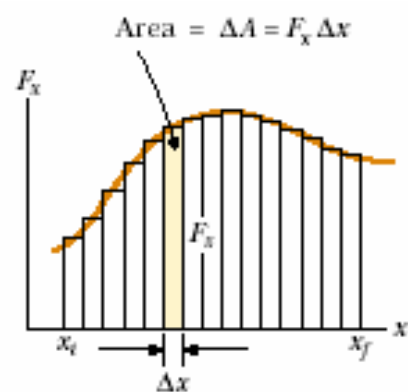
recordando que

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

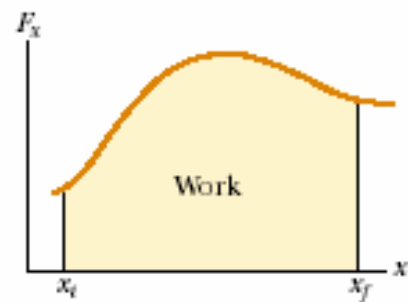
$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$$

Trabajo hecho por una fuerza constante





(a)



(b)

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Trabajo y Energía cinética

$$W = \int F \cdot dr$$

$$\text{pero } F = ma \quad \text{y} \quad a = dv/dt$$

$$F = m \, dv/dt$$

$$W = \int \frac{m \, dv}{dt} \cdot dr = \int m \frac{dr}{dt} dv \quad \text{y} \quad \frac{dr}{dt} = v$$

$$W = \int_{v_1}^{v_2} m v \, dv = m \left. \frac{v^2}{2} \right|_{v_1}^{v_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$W = E_{\text{cinética final}} - E_{\text{cinética inicial}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \text{Energía cinética}$$

$$W = \Delta E_{\text{cinética}}$$

El trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre el valor final y el valor inicial de la energía cinética de la partícula.

SE DEFINE ENERGÍA CINÉTICA COMO

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = \Delta E_k = (E_{k \text{ final}} - E_{k \text{ inicial}})$$

$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

Trabajo realizado por la fuerza peso

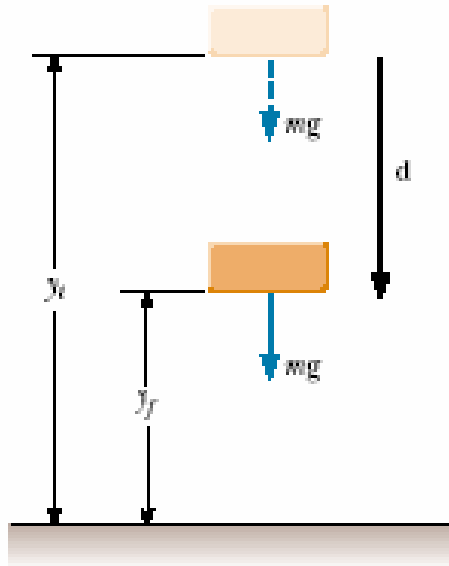


Figure 8.1 The work done on the brick by the gravitational force as the brick falls from a height y_i to a height y_f is equal to $mgy_i - mgy_f$.

$$W = F \cdot \Delta r \quad F = -mg \mathbf{j} \quad \Delta r = (y_{\text{final}} - y_{\text{inicial}}) \mathbf{j}$$

$$W = -mg \mathbf{j} \cdot (y_f - y_i) \mathbf{j}$$

$$W = -mgy_f - (-mgy_i)$$

$$W = mgy_i - mgy_f$$

$$W = -\Delta E_p$$

$$mgy = E_p = \text{Energía potencial gravitatoria}$$

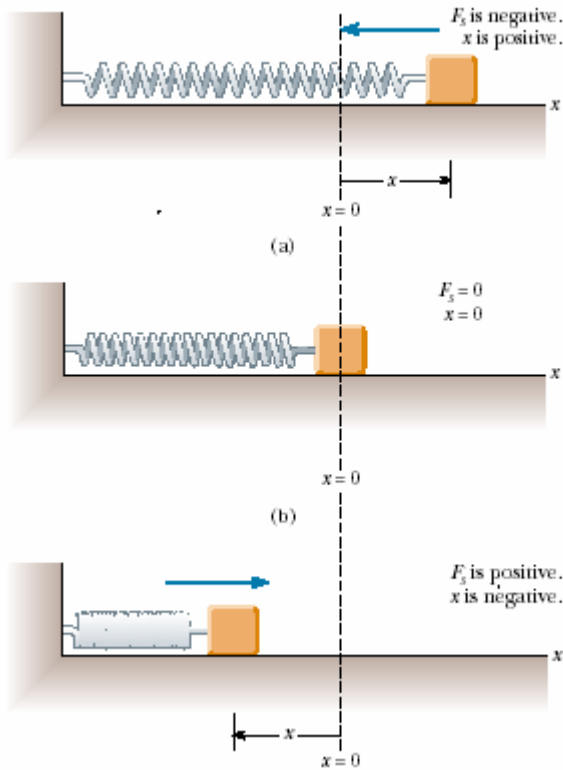
La energía potencial E_p correspondiente a la fuerza conservativa peso tiene la forma funcional

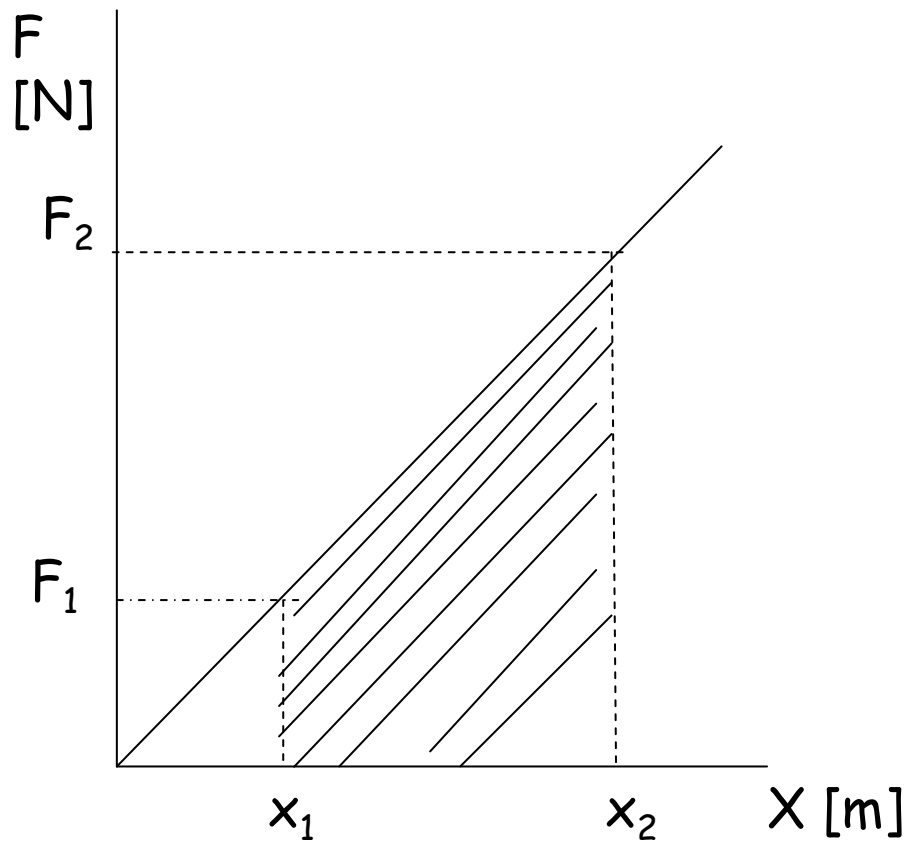
$$E_p = mgy + c$$

Donde c es una constante aditiva que nos permite establecer el nivel cero de la energía potencial

Ley de Hooke

$$F = -Kx$$





Ley de Hooke

$$F = -Kx$$

$$W = \frac{F_2 X_2}{2} - \frac{F_1 X_1}{2}$$

$$W = \frac{-k x_2 x_2}{2} - \left(\frac{-K x_1 x_1}{2} \right)$$

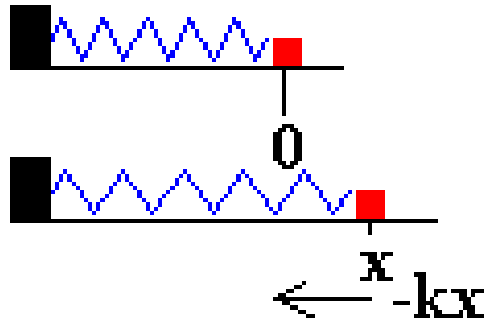
$$W = \frac{-kx_2^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2}$$

$\frac{1}{2}kx^2$ Energía potencial elástica

$$W = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$W = -\Delta \text{Energía potencial elástica}$$

La fuerza que ejerce un resorte es conservativa



$$F = -kx$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\int_A^B F dx = \int_A^B -kx dx = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

FUERZAS CONSERVATIVAS.

- ♣ Una fuerza es conservativa si el trabajo que hace sobre una partícula que se mueve entre dos puntos cualesquiera es independiente de la trayectoria seguida por la partícula y a dicha función se le denomina energía potencial

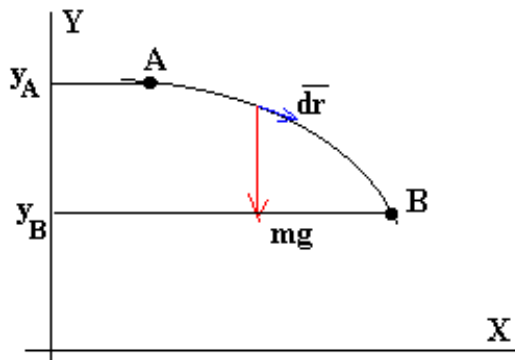
$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} \quad E_p = E_p(x, y, z)$$

- ♣ El trabajo de una fuerza conservativa a lo largo de un camino cerrado es cero.

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

El peso es una fuerza conservativa

Calculemos el trabajo realizado por la fuerza peso cuando el cuerpo se desplaza desde la posición **A** cuya ordenada es y_A hasta la posición **B** cuya ordenada es y_B .



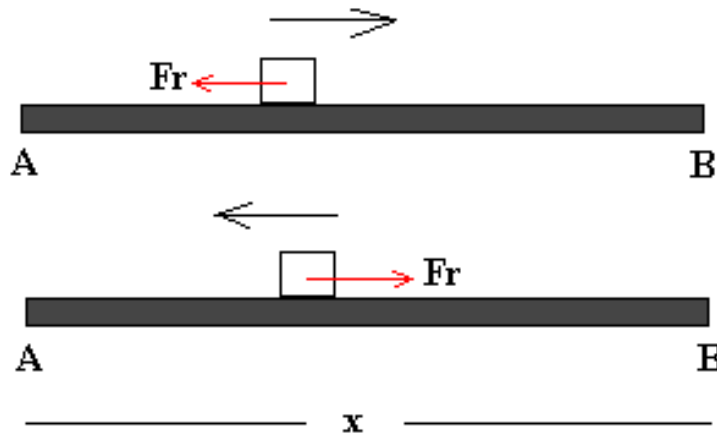
$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B (-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j}) = \int_A^B -mgdy = mgy_A - mgy_B$$

$$W_{A-B-A} = mgy_A - mgy_B + (mgy_B - mgy_A) = 0$$

La fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa

Cuando la partícula se mueve de A hacia B, o de B hacia A la fuerza de rozamiento es opuesta al movimiento, el trabajo es negativo porque la fuerza es de signo contrario al desplazamiento

$$W = |F_r| |X| \cos 180^\circ$$



$$W_{AB} = |F_r| |X| \cos 180^\circ = -F_r X$$

$$W_{BA} = |F_r| |X| \cos 180^\circ = -F_r X$$

$$W_{A-B-A} = -2F_r x$$

El trabajo total a lo largo del camino cerrado A-B-A,

W_{A-B-A} es distinto de cero

Balance de energía

Sobre una partícula actúan fuerzas conservativas y no conservativas $\vec{F}_{nc}$

El trabajo de la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula es igual a la diferencia entre la energía cinética final menos la inicial.

$$\int_A^B (\vec{F}_c + \vec{F}_{nc}) \cdot d\vec{r} = E_{kB} - E_{kA}$$

El trabajo de las fuerzas conservativas es igual a la diferencia entre la energía potencial inicial y la final

$$\int_A^B \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB}$$

$$\int_A^B \vec{F}_{nc} \cdot d\vec{r} = (E_k + E_p)_B - (E_k + E_p)_A = E_B - E_A$$

El trabajo de una fuerza no conservativa modifica la energía mecánica (cinética más potencial) de la partícula

$$W = \Delta E_c \cdot$$

$$W = - \Delta E_p$$

$$-\Delta E_p = \Delta E_c \cdot$$

$$E_{p_i} - E_{p_f} = E_{c_f} - E_{c_i}$$

$$E_{p_i} + E_{c_i} = E_{p_f} + E_{c_f}$$

la suma de energía cinética y potencial se la
denomina **Energía Mecánica**

$$E_{\text{mec}} = E_c + E_p$$

Fuerzas Conservativas y No Conservativas

Si cuando actúan fuerzas sobre un sistema se conserva la Energía Mecánica, entonces las fuerzas son conservativas. Ej: fuerza gravitatoria.

$$\Delta E_M = 0$$

Si cuando actúan fuerzas sobre un sistema, no se conserva la Energía Mecánica, entonces existe al menos una fuerza que es no conservativa.

En este caso, la variación de la Energía Mecánica es igual al trabajo de la fuerza no conservativa.

$$\Delta E_M = W_{\text{Fuerzas no conservativas}}$$