

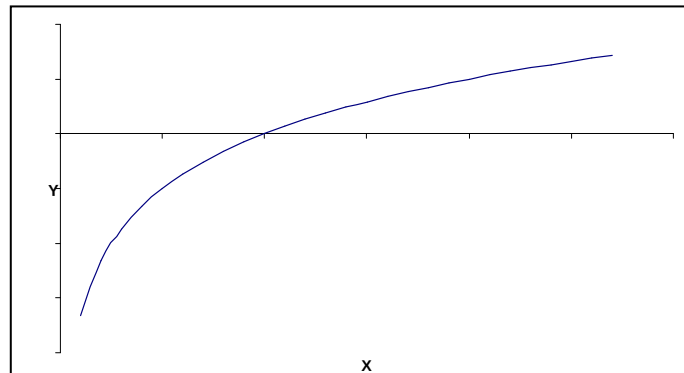
Modelo logarítmico

Forma básica:

$$y = \log_b x \quad b > 0, b \neq 1$$

Se distinguen dos casos:

1) $b > 1$



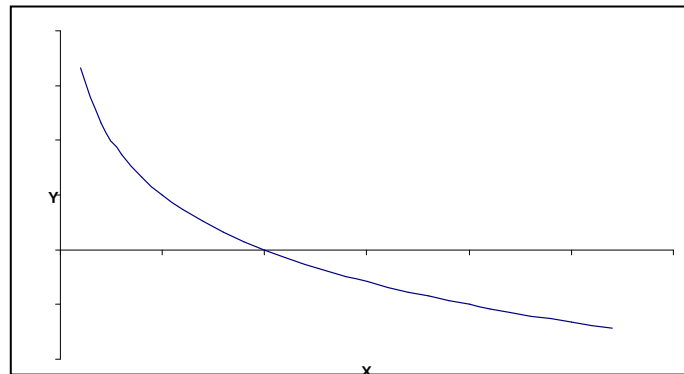
Dom = $\mathbb{R}^+$

Rec = $\mathbb{R}$

Si $b > 1 \rightarrow$ creciente

Si $0 < b < 1 \rightarrow$ decreciente

2) $0 < b < 1$



Forma general: $y = k_0 + k_1 \log_b(k_2 x + k_3)$

k_0 : parámetro libre; indica corrimiento en eje Y

k_1 : ($\neq 0$) parámetro amplificador.

$k_1 < 0 \rightarrow$ gráfica se invierte con respecto a eje X

k_2 : ($\neq 0$) indica cuán rápido ($k_2 > 1$) o lento ($k_2 < 1$) se avanza.

si $k_2 < 0$ la curva se invierte con respecto a su asíntota.

La solución de la ecuación $k_2 x + k_3 = 0$ determina la asíntota vertical que es: $x = -k_3 / k_2$

Ejemplos:

1) $y = \log_{1/2}(x - 2)$

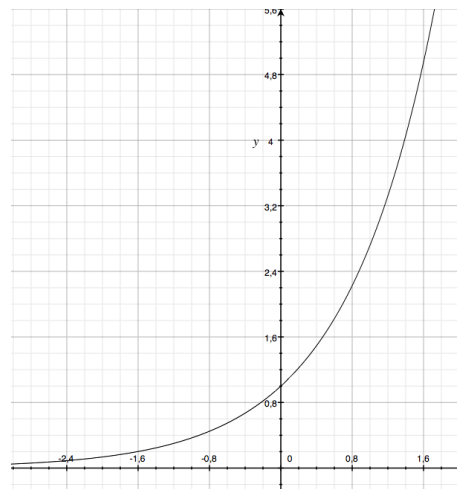
2) $y = \log x + 1/2$

3) $y = \log_{1/2}(x + 2) + 1$

4) $y = -\log(2x - 1)$

MODELO DE CRECIMIENTO LOGÍSTICO

- El modelo exponencial $N(t) = N_0 e^{kt}$ para crecimiento de poblaciones no siempre representa situaciones que ocurren en la realidad ya que proyecta un crecimiento cada vez más rápido e indefinido en el futuro.



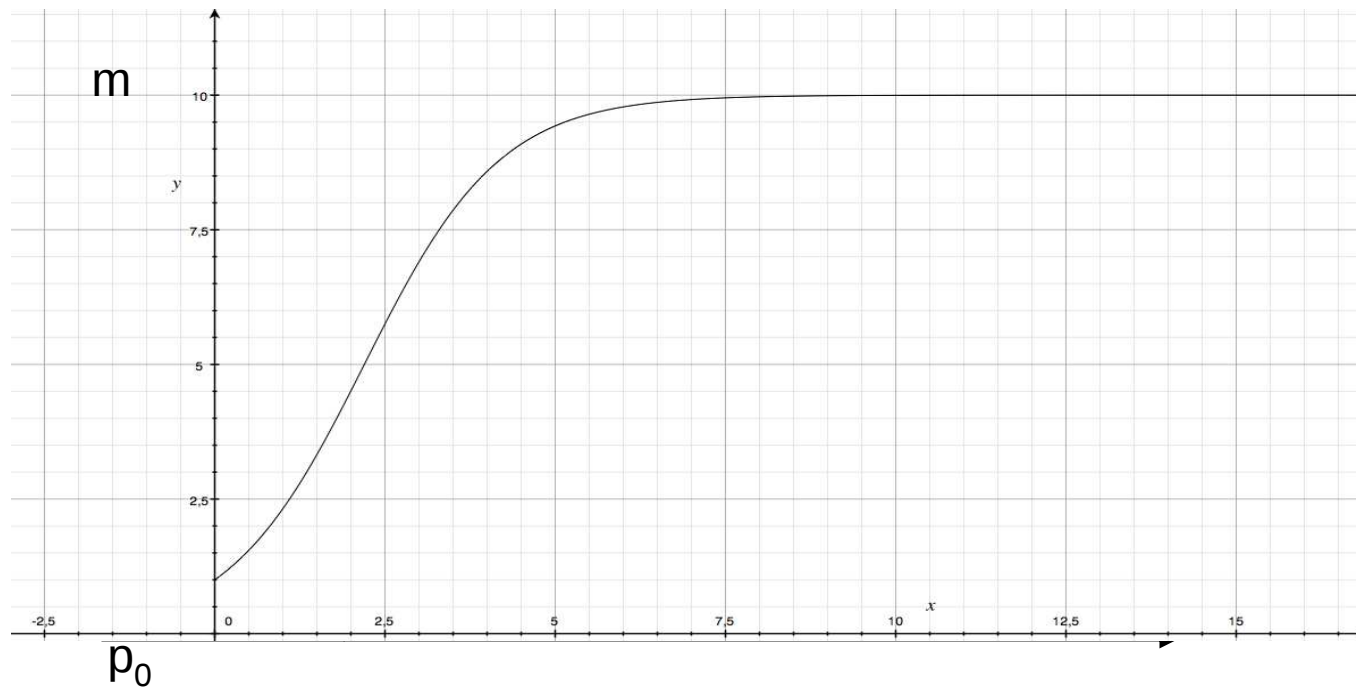
- En la mayoría de los casos (incluyendo el de la población mundial) la cantidad de espacio y recursos limitados forzarán eventualmente a disminuir la razón de crecimiento. Esto sugiere otro modelo para el crecimiento de la población llamado modelo logístico.

La expresión que representa este modelo es:
$$N(t) = \frac{m}{1 + \left(\frac{m}{p_0} - 1 \right) e^{-mkt}}$$

Donde:

p_0 : población inicial,

m : población máxima



Aplicación

1. El número de individuos en una población de cierta especie en un ambiente limitado, se puede modelar por:

$$P(t) = \frac{100 \cdot 000}{100 + 900 e^{-t}}, \text{ donde } t \text{ se mide en años.}$$

- a) Determine el número inicial y el número máximo de individuos en esta población.
- b) Dibuje la porción del gráfico de acuerdo al contexto.
- c) Estime en cuánto tiempo la población tendrá 900 individuos.

Modelo potencial

Forma básica:

$$y = x^k$$

$$k = p/q; k \neq 0, k \neq 1$$

Se distinguen nueve casos:

$$\left\{ \begin{array}{l} k > 1 \\ 0 < k < 1 \\ k < 0 \end{array} \right\} * \left\{ \begin{array}{l} k = \text{par} / \text{impar} \\ k = \text{impar} / \text{impar} \\ k = \text{impar} / \text{par} \end{array} \right\}$$

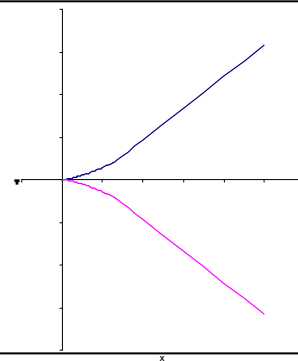
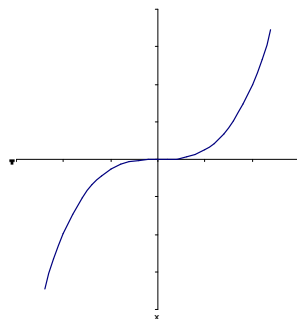
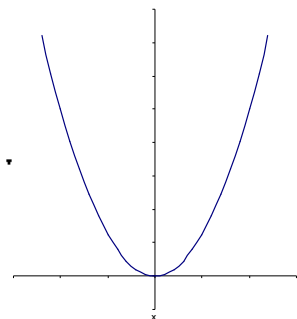
Para cada caso se tiene un tipo de gráfica diferente.

K = par / impar

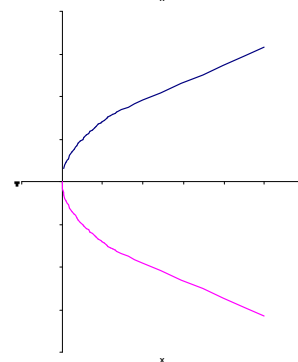
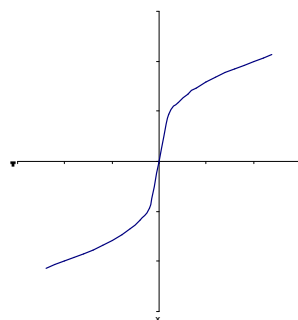
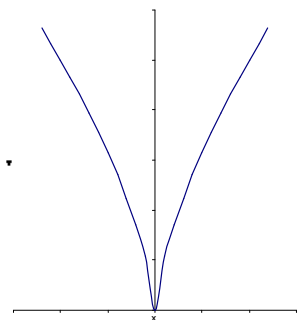
K = impar / impar

K = impar / par

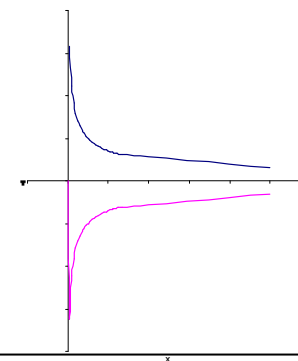
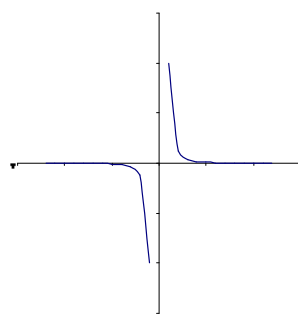
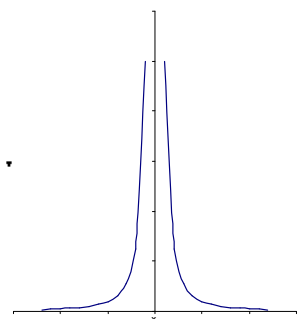
K > 1



0 < k < 1



K < 0



Forma general:

$$y = k_0 + k_1 (k_2 x + k_3)^{k_4}$$

k_0 : parámetro libre, indica el corrimiento que tiene el gráfico, respecto al eje Y; corrimiento del eje horizontal, si $k_0 \neq 0$

k_1 : ($\neq 0$) parámetro amplificador; si $k_1 < 0$ se invierte con respecto a eje X

k_2 : ($\neq 0$) parámetro de compresión horizontal

Si $k_2 > 0$, se pinta de acuerdo a el signo de k_1

Si $k_2 < 0$ y $k_4 = \text{par /impar}$, se pinta de acuerdo a el signo de k_1

Si $k_2 > 0$ y $k_4 = \text{impar/impar}$, se pinta cambiando el signo de k_1

Si $k_2 < 0$ y $k_4 = \text{impar/par}$, para pintar se invierte el gráfico respecto a eje Y.

$x = -k_3 / k_2$: indica corrimiento del gráfico respecto al eje X; lo que resulta de resolver la ecuación: $k_2 x + k_3 = 0$

k_4 : indica el tipo de curva, según los 9 casos posibles.

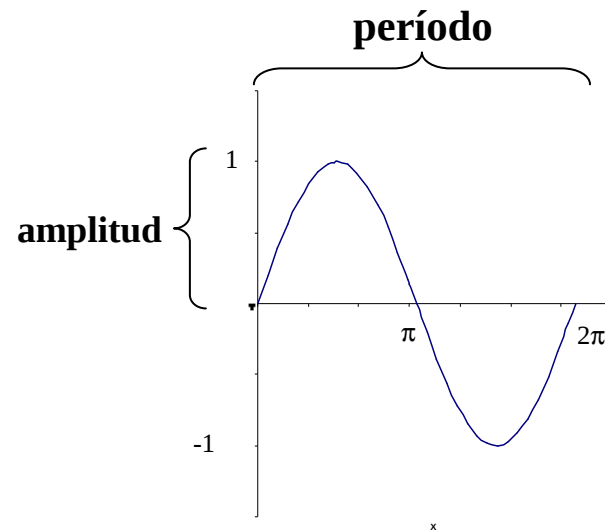
Ejemplos.

$$1) \quad y = 5 - (1 - 3x)^{1/2} \quad , \quad y = (2 - x)^{-1/2} + 3$$

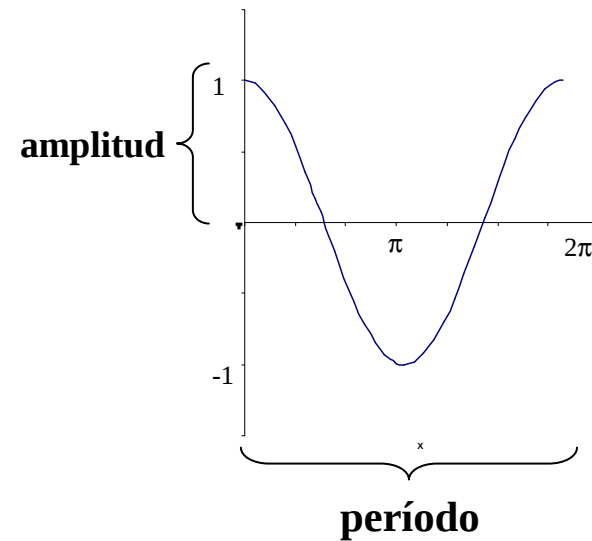
Modelo trigonométrico

Modelo básico:

$$y = \text{sen } x$$



$$y = \cos x$$



Forma general:

$$y = k_0 + k_1 \text{ sen } (k_2 x + k_3)$$

$$y = k_0 + k_1 \text{ cos } (k_2 x + k_3)$$

k_0 : indica el eje donde se desenvuelve la onda ($y = k_0$)

k_1 : indica la amplitud (valor absoluto) $\rightarrow A = |k_1|$

$k_1 < 0 \rightarrow$ invierte con respecto a eje horizontal

k_2 : indica el período $\rightarrow P = |2\pi / k_2|$

(depende de la unidad en que se mida el ángulo)

k_2 y k_3 : determinan el desfase $\rightarrow D = -k_3 / k_2$

Ejemplos.

(Pág. 103)

1. $n(x) = 3 + 2 \operatorname{sen}(2x)$

2. $m(s) = 1 - \cos(\pi/3 - s)$

Fórmulas:

Teorema del seno: considere el triángulo ΔABC , con ángulos A, B y C y lados opuestos a, b y c, respectivamente, tenemos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

- **Teorema del coseno:** considere el triángulo $\triangle ABC$, con ángulos A , B y C y lados opuestos a , b y c , respectivamente, tenemos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A,$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B,$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- **Otras fórmulas:**

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1,$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}.$$