

INTRODUCCIÓN A LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS

YASNA ELIZABETH ORELLANA ZAPATA

Académica

Profesora Asistente. INTA



UNIVERSIDAD DE CHILE
Instituto de Nutrición y Tecnología de los Alimentos
Doctor Fernando Meschberg Barros

Temas u objetivos de la clase

- Toma de decisiones
- Hipótesis estadísticas
- Enfoque de Fisher y Teoría de Neyman-Pearson
- Etapas de las Pruebas de hipótesis
- Nivel de significación
- Valor-p
- Ejemplo

Toma de decisiones

Uso casco



No uso casco



CONSECUENCIAS

Toma de decisión

Al tomar una decisión

**Realizo
Acción**



**Se producen
Consecuencias**

Toma de decisión

El problema que abordaremos consiste en decidir si cierta afirmación es razonable o no.

Revisaremos los dos enfoques que se utilizan para ello, en el paradigma actual de la investigación científica.

Hipótesis

Una ***hipótesis*** podemos entenderla como una proposición tentativa que pretende explicar algún fenómeno o resolver un problema.

*Nuestra definición es en el contexto de investigación científica

Observaciones respecto de una Hipótesis

- Su planteamiento se basa en teorías, experiencias o en descubrimientos mediante investigaciones anteriores.
- Es una solución provisional y tentativa al problema planteado.
- Deben ser objetivas sin juicios de valor.

Hipótesis Alternativa (H_a , H_1)

- Llamaremos hipótesis alternativa a la hipótesis que **refleja** las **expectativas** del investigador.

*Recuerde que el contexto es la investigación científica

Hipótesis alternativa direccional

Ejemplo:

Los escolares que asisten a colegios particulares obtienen **mejores** puntajes en promedio en la PSU que los que asisten a colegios públicos.

* En este caso es posible reemplazar la palabra mejores por más altos o por mayores

Hipótesis alternativa No direccional

Ejemplo:

El peso promedio de nacimiento en recién nacidos es diferente en niños y niñas.

Hipótesis Nula

En general la hipótesis nula será la hipótesis que niega las expectativas del investigador, es decir se contrapone a ella.

Por ejemplo puede sostener que no hay ninguna relación entre las variables estudiadas.

Hipótesis Nula

Ejemplo:

El grado de ansiedad alcanzado por los niños de alto rendimiento académico es igual al de aquellos cuyo rendimiento es bajo.

Prueba de hipótesis

Llamamos prueba de hipótesis a un procedimiento que permite decidir, si la hipótesis planteada por el investigador es una afirmación razonable, basado en la evidencia muestral.

Este procedimiento se realiza bajo incertidumbre.

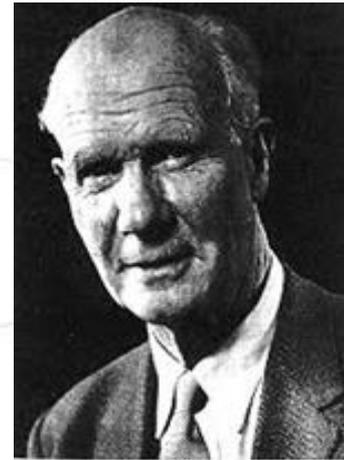
Teoría Clásica de Pruebas Estadísticas



Ronald A. Fisher (1890-1962)

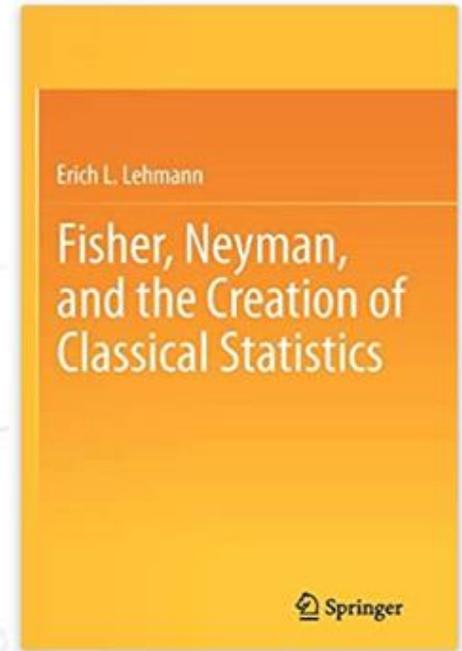


Jerzy Neyman (1894-1981)



Egon Pearson (1895-1980)

La teoría estadística clásica (prueba de hipótesis, estimación y diseño de experimentos y encuestas por muestreo) es principalmente la creación de dos hombres: Ronald A. Fisher (1890-1962) y Jerzy Neyman (1894-1981). Sus contribuciones a veces se complementaban entre sí, a veces ocurrían en paralelo y, particularmente en etapas posteriores, a menudo estaban en fuerte oposición. Los dos hombres no estarían contentos de ver sus nombres vinculados de esta manera, ya que durante la mayor parte de su vida laboral se detestaban mutuamente. Sin embargo, trabajaron en los mismos problemas y, a través de sus esfuerzos combinados, crearon una nueva disciplina.



Reflexión

La hipótesis planteada por el investigador es una ¿afirmación razonable?, ¿basado en la evidencia muestral?

El procedimiento es ¿bajo incertidumbre?

¿ Qué significa????



Equivalencia con un juicio a un acusado y la prueba de hipótesis.

El acusado (H_0) es inocente hasta reunir suficiente evidencia que indique lo contrario.



Aparentemente este enfoque que se aproxima más a la perspectiva de Fisher

Observación

La decisión de rechazar o no la hipótesis nula se toma bajo **incertidumbre**, la cual debe ser medida a través de las **probabilidades** (interpretación frecuentista).

Valor-p

En las ciencias fácticas este valor es lo que se reconoce como la «evidencia» o el «grado de evidencia» (en contra de H_0).

- 1) Es una probabilidad (interpretación frecuentista)
- 2) Se debe a Fisher y nace en el contexto de diseños experimentales.

Reflexión

Desde la perspectiva de Fisher, la hipótesis sobre la cual se toma la decisión de rechazarla o no, es la hipótesis nula, H_0 .

Entonces

¿Cuál es el rol de la hipótesis de investigador, que llamamos, H_a , en la toma de la decisión????

Al parecer que no juega ningún rol desde el punto de vista de la toma de la decisión!



Tipos de error que se pueden cometer al tomar la decisión de acuerdo a la perspectiva de la teoría de Neyman-Pearson

Error tipo I

Rechazar la hipótesis nula siendo H_0 cierta.

Error tipo II

No rechazar la hipótesis Nula siendo H_a cierta.

Estos conceptos son introducidos por la Teoría de Neyman-Pearson

Reflexión

En el procedimiento de prueba de hipótesis, desde la perspectiva de Newmann y Pearson tengo dos hipótesis confrontadas H_0 y H_a y puede ocurrir que me equivoque al decidir por alguna de ellas

....rechace H_0 erróneamente y por tanto me decida por H_a erróneamente, y

...puede que no rechace H_0 y por tanto decidir por H_0 erróneamente.



Probabilidades de cometer error tipo I y error tipo II

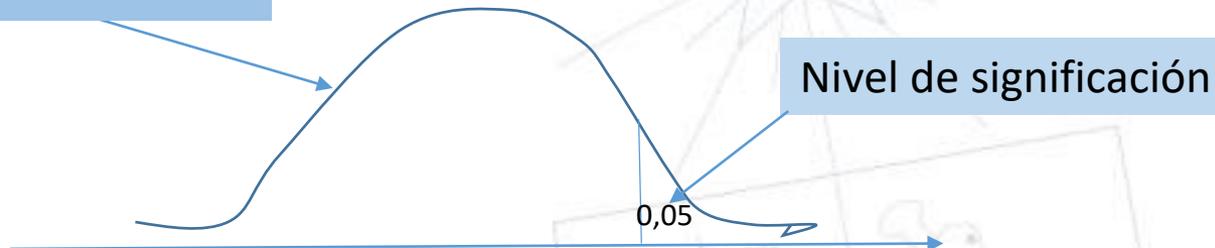
- Llamaremos α (“ alfa”) a la **probabilidad** de cometer **error tipo I**.
- Llamaremos β (“ beta”) a la **probabilidad** de cometer **error tipo II**.

(*) Estas probabilidades de error fueron introducidas por Neyman y Pearson

Nivel de Significación

Es la probabilidad de cometer error tipo I.
Es frecuente fixar este valor igual a 0,05.

Distribución del Estadístico



Este concepto se debe a la Teoría de Neyman -Pearson

Estadística/o de la Prueba

La distribución del Estadístico de la Prueba y el valor de la estimación en la muestra es lo que se utiliza para tomar la decisión al realizar la prueba de hipótesis.

Etapas de la Prueba de hipótesis

Se plantean las hipótesis H_a y H_0

Se plantean las hipótesis H_0 y H_a

Se fija en nivel de significación, α

Se identifica el parámetro y el estadístico de prueba

Se obtiene la estimación del parámetro

Se identifica si la estimación cae en la región de rechazo definida por α .

Se obtiene el valor-p, si es “pequeño” se decide rechazar H_0 .

Según el enfoque de Fisher

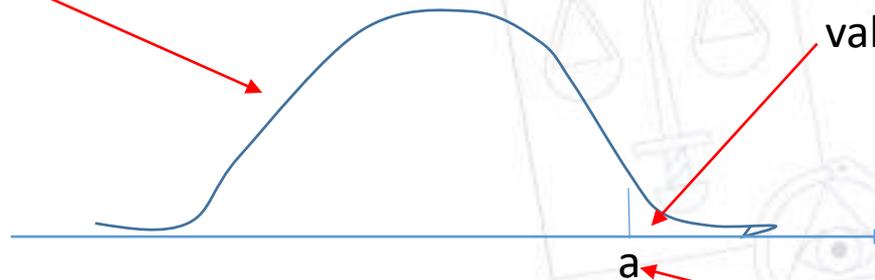
Según la Teoría de Neyman - Pearson

Común a ambos enfoques

El Valor-p es una probabilidad

El valor-p es la probabilidad de observar, en la distribución del Estadístico, un valor igual o más extremo que la estimación obtenida con la muestra analizada en la investigación.

Distribución del Estadístico



Estimación obtenida con la muestra

Aplicación de los conceptos a un ejemplo

Suponga que los estudios realizados hasta la fecha indican que la prevalencia de una enfermedad A en la población de pacientes diabéticos es de 15%. Un investigador asegura que dicha prevalencia ha aumentado. Para poder corroborar su afirmación decide realizar un estudio. Para ello tomó una muestra aleatoria de 120 sujetos diabéticos, de los cuales 21 tenían la enfermedad A.

Pregunta

La información aportada por la muestra, ¿evidencia que en la población de diabéticos ha aumentado la proporción de sujetos aquejados por la enfermedad A?

Importante:

Resolveremos el ejemplo utilizando la perspectiva de la Teoría de Neyman-Pearson

¿Cuál es tal información?

En la muestra

$$p=21/120 = 0,175,$$

El 17,5% de los sujetos diabéticos de la muestra presenta la enfermedad A.

¿Esta información evidencia que en la población de diabéticos ha aumentado la proporción de sujetos aquejados por la enfermedad?

Respuesta

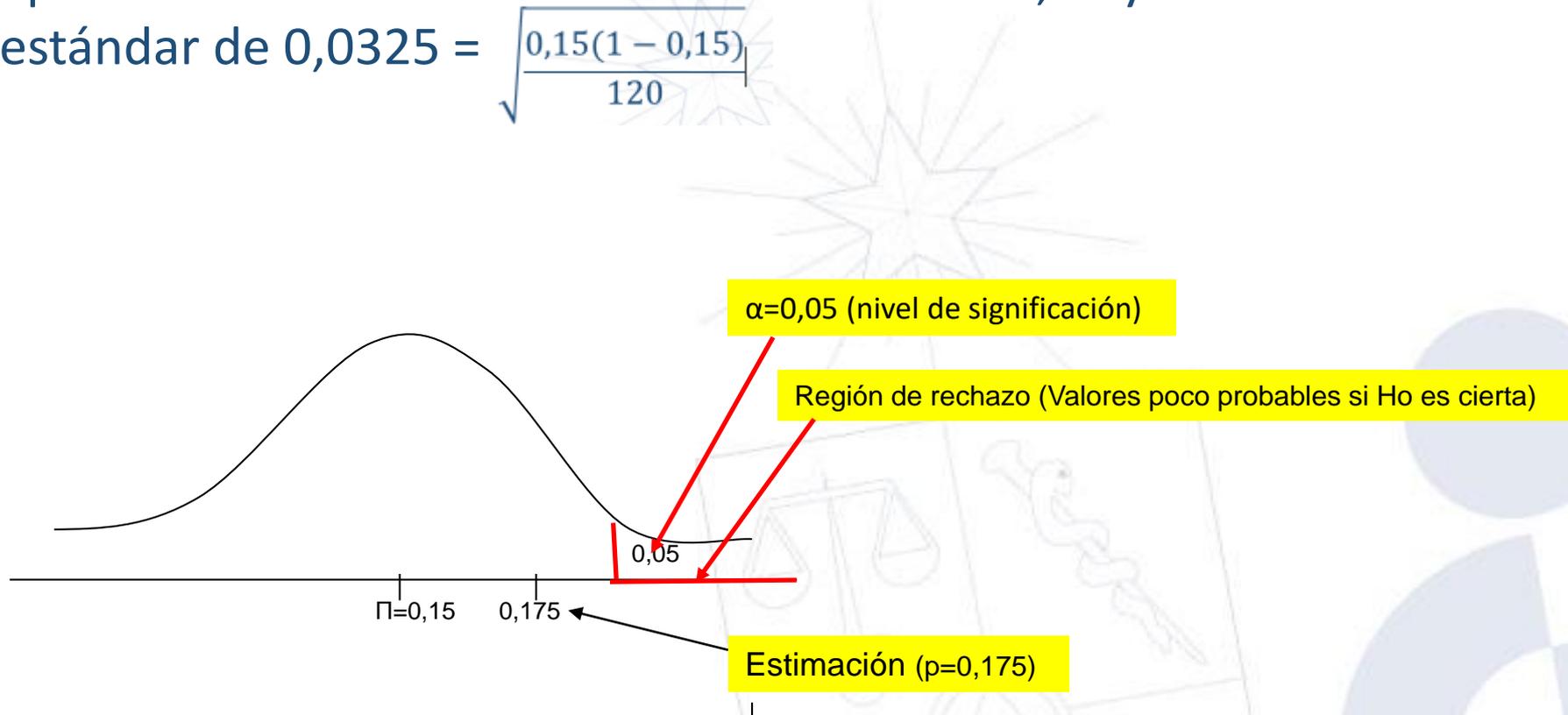
- La respuesta a la pregunta anterior es NO.
- Debemos considerar que el valor observado , $p=0.175$ corresponde a una de todas las estimaciones posibles que se podía haber obtenido al extraer distintas muestras desde la población de interés.

Distribución del Estadístico

Observaremos si la probabilidad de observar $p=0,175$, la proporción de enfermos en los diabéticos es “más” o “menos” probable dependiendo de la distribución muestral.

Como el parámetro es una proporción se utilizará el resultado de que la distribución Muestral del Estadístico se aproxima a una Distribución Normal Y como el enfoque es de la Teoría de N-P , fijaremos $\alpha = 0,05$

Bajo la hipótesis H_0 , $\pi \leq 0.15$, las proporciones estimadas obtenidas con las distintas muestras provienen de una distribución aproximadamente Normal con media de $\pi = 0,15$ y desviación estándar de $0,0325 = \sqrt{\frac{0,15(1 - 0,15)}{120}}$



Desarrollo del ejemplo según perspectiva de la Teoría de Neyman-Pearson

Resultado

La muestra evidencia que obtener una prevalencia muestral $p = 0,175$, no se contrapone con la hipótesis H_0 , de que la prevalencia de la enfermedad en la población de estudio es de 0.15 o menos.

Esto nos lleva a decidir No rechazar H_0

Utilizando el enfoque de Fisher, es decir obteniendo el valor-p

En este caso la evidencia muestral se encuentra dada por el valor-p = $P(Z > (0.175-0.15)/0.03259)$
= $P(Z > 0.77) = 0.2206$

Es decir en aproximadamente 22,06% de las muestras podría encontrar estimaciones iguales o mayores a 0,175 aun si la prevalencia de la enfermedad en la población fuera 0.15 (H_0 fuera cierta).

Por lo que no hay evidencia suficiente que lleve a RECHAZAR H_0 .

Conclusión del ejemplo

Es decir no encontramos evidencia en la muestra que indique que la prevalencia de la enfermedad A, en los diabéticos, haya aumentado.

Hemos visto como llegar a este resultado utilizando por separado la Teoría de Neyman-Pearson y el enfoque debido a Fisher.

Conclusiones Finales

- Las pruebas de hipótesis es una de las principales herramientas estadísticas que permiten tomar decisiones en el ámbito de la investigación científica.
- Las teorías que fundamentan la toma de decisiones se fundan en dos enfoques distintos: Teoría de Neyman-Pearson y de R. Fisher.
- En la mayoría de los casos los resultados presentados en los artículos científicos se aproximan al enfoque Fisheriano.
- Aun en la actualidad es posible encontrar literatura que presenta las pruebas de hipótesis con una aproximación híbrida entre ambos enfoques.

www.inta.cl