Escuela de Ingeniería y Ciencias
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

PROGRAMA DE CURSO
Ecuaciones en Derivadas Parciales

A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	DIM					
Nombre del curso	Ecuaciones en Derivadas Parciales	Código	MA4802	Créditos	9	
Nombre del curso en inglés	*Partial Differential Equations*					
Horas semanales	Docencia	4,5	Auxiliares	1,5	Trabajo personal	9,0
Carácter del curso	Obligatorio	X	Electivo			
Requisitos	MA4801 Análisis Funcional					

B. Propósito del curso:

El propósito de este curso es introducir una variedad de técnicas y herramientas importantes para el estudio de Ecuaciones de Derivadas Parciales y áreas afines: características, distribuciones, transformada de Fourier, espacios de Sobolev, análisis espectral, además de dar una comprensión en profundidad del comportamiento de las clásicas ecuaciones de la física: la ecuación de Laplace, del calor y de las ondas.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE):

CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.

CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.

CE3: Modelar matemáticamente problemas de diferentes áreas en situaciones simples, es decir, traducir la realidad a una estructura matemática de forma tal que se facilite su análisis.

CE4: Generar y divulgar conocimiento en algunas de las distintas ciencias exactas y naturales, tales como matemáticas, física y biología.

El curso tributa a las siguientes competencias genéricas (CG):

CG1: Comunicación académica y profesional

Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG3: Compromiso ético

Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

CG6: Innovación

Concebir ideas viables y novedosas que generen valor para resolver necesidades latentes, materializadas en productos, servicios o en mejoras a procesos dentro de un sistema u organización, considerando el contexto sociocultural y económico y los beneficios para el usuario.

C. Resultados de aprendizaje

Competencias específicas	Resultados de aprendizaje
CE1, CE2, CE3	RA1: Modela una situación simplificada de la realidad con ecuaciones en derivadas parciales y aplica la teoría desarrollada para justificar propiedades de sus soluciones.
CE1, CE2, CE4, CG6	RA2: Construye una demostración para una afirmación dada acerca de las soluciones de las EDPS, basándose en la teoría desarrollada para estas, en especial validando las hipótesis de los teoremas usados, cuando la afirmación es verdadera, o elabora ejemplos que muestran que la afirmación es falsa.
CE1, CE2	RA3: Distingue entre nociones clásicas y débiles de solución y conoce las propiedades de los espacios de funciones asociadas.

Competencias genéricas	Resultados de aprendizaje
CG1	RA4: Argumenta por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas, los resultados obtenidos en la solución de problemas, con especial cuidado en la claridad y precisión en el uso de los términos matemáticos.

CG3	RA5: Trabaja en las actividades programadas, cumpliendo con sus requerimientos, plazos y de manera honesta, en particular, sin plagiar trabajos en tareas o informes, ni copiar en evaluaciones.

Por su naturaleza, los resultados de aprendizaje RA4 y RA5 son parte de cada una de las unidades y su validación se hará en las actividades de evaluación.

D. Unidades temáticas:

Resumen de unidades temáticas

Unidad	Nombre de la unidad	Duración
1	Introducción a la Teoría de Distribuciones y la Transformada de Fourier.	3.0
2	Las EDP clásicas y fórmulas de representación de sus soluciones.	3.0
3	La Teoría de los Espacios de Sobolev y su aplicación a ecuaciones lineales elípticas.	7.0
4	El principio del máximo y problemas espectrales elípticos	2.0
	TOTAL	15

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA1, RA2	Introducción a la teoría de las distribuciones	3
Contenidos		**Indicador de logro**	
1.1 El espacio de funciones infinitamente diferenciables a soporte compacto. Definición de distribución. Ejemplos clásicos. Derivada distribucional, propiedades. 1.2 Cálculo diferencial con distribuciones. 1.3 Transformada de Fourier: Series de Fourier para distribuciones. Espacio de funciones a decrecimiento rápido. Espacio de las distribuciones temperadas. Transformada de Fourier. Convolución de distribuciones. Propiedades de la Transformada de Fourier.		El/la estudiante: 1. Enuncia las definiciones de distribución y convergencia distribucional y las verifica en ejemplos. 2. Construye demostraciones de afirmaciones acerca de las distribuciones y de la transformada de Fourier 3. Modela situaciones de la vida real utilizando distribuciones. 4. Aplica extensiones de operaciones por densidad y dualidad. 5. Calcula transformadas de Fourier, utilizando sus propiedades y herramientas de cálculo de integrales en variable real y variable compleja.	
Bibliografía de la unidad		[4] Cap. 6 y 7.	

<table>
<tr><th>Número</th><th>RA al que tributa</th><th>Nombre de la unidad</th><th>Duración en semanas</th></tr>
<tr><td>2</td><td>RA1, RA2</td><td>Las EDP clásicas y fórmulas de representación de sus soluciones</td><td>3</td></tr>
<tr><th colspan="2">Contenidos</th><th colspan="2">Indicador de logro</th></tr>
<tr><td colspan="2">2.1 Funciones armónicas: Definición y propiedades básicas. Propiedad de la media. Principio del máximo. Teorema de Liouville. Analiticidad real. Solución fundamental del Laplaciano. Función de Green y fórmulas de representación para las ecuaciones de Laplace y de Poisson con condiciones de borde.

2.2 La Ecuación del Calor. Solución fundamental. Fórmula de representación para la solución del problema de Cauchy. Fórmula de la media. Suavidad de las soluciones. Principio del máximo.

2.3 La ecuación de ondas. Solución fundamental. Fórmula de representación para el problema de condiciones iniciales.
2.4 Otras fórmulas de representación: Aplicaciones de la transformada de Fourier y separación de variables.</td><td colspan="2">El/la estudiante:

1. Crea demostraciones de propiedades fundamentales de las funciones armónicas.
2. Resuelve la ecuación de Poisson en el espacio Euclidiano usando la función de Green asociada.
3. Resuelve ecuaciones de evolución usando síntesis de Fourier y/ o fórmulas de representación, calculando los integrales en varias variables cuando sea necesario.
4. Aplica la técnica de separación de variables para resolver EDP en dominios simples, resolviendo las EDO que se derivan.
5. Crea demostraciones de propiedades de regularidad y/o decaimiento de soluciones a las ecuaciones clásicas.
6. Describe problemas clásicos mediante EDPs.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Bibliografía de la unidad</th><td colspan="2">[2] Cap. 2 y 4, [3] Cap 2.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Número</th><th>RA al que tributa</th><th>Nombre de la unidad</th><th>Duración en semanas</th></tr>
<tr><td>3</td><td>RA1, RA2, RA3</td><td>La Teoría de los Espacios de Sobolev y su aplicación a ecuaciones lineales elípticas</td><td>7</td></tr>
<tr><th colspan="2">Contenidos</th><th colspan="2">Indicador de logro</th></tr>
<tr><td colspan="2">3.1 Derivada débil y su relación con la derivada distribucional.
3.2 Definición y propiedades básicas de los espacios de Sobolev: completitud, reflexividad, separabilidad.
3.3 Teoremas de densidad, partición de la unidad. Operadores de extensión.
3.4 La Desigualdad de Sobolev-Gagliardo-Nirenberg. Inyecciones de Sobolev en todo el espacio y en dominios de frontera suave. El Teorema de trazas.
3.5 El Teorema de Morrey. Inyecciones de Sobolev en espacios de Hölder.
3.6 Teorema de Rellich: compacidad de las inyecciones de Sobolev.
3.7 Formulación débil de problemas elípticos. Resolución mediante Teoremas de Riesz y Lax-Milgram.
3.8 Elementos de la Teoría de regularidad: La regularidad L2-H2.</td><td colspan="2">El/la estudiante:

1. Produce demostraciones de propiedades de las derivadas débiles.
2. Aplica la definición de espacios de Sobolev para verificar si funciones dadas pertenecen a ellos.
3. Explica las desigualdades funcionales y las relaciones de incrustación entre diferentes espacios de Sobolev y de Hölder.
4. Interpreta resultados de restricción al borde y extensión en espacios de Sobolev.
5. Aplica las incrustaciones para demostrar resultados de regularidad o cotas para soluciones a EDPs.
6. Evalúa la validez de la aplicación del teorema de Lax-Milgram, en ejemplos específicos.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Bibliografía de la unidad</th><td colspan="2">[2] Cap. 5 y 6, [3] Cap. 7.</td></tr>
</table>

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA1, RA2	El principio del máximo y problemas espectrales elípticos	2

Contenidos	Indicador de logro
4.1 El principio del máximo débil para operadores elípticos. Lema de Hopf, principio del máximo fuerte. 4.2 Valores y vectores propios de problemas elípticos en forma de divergencia. Las fórmulas min-max. Simplicidad del primer valor propio. Regularidad.	El/la estudiante: 1. Verifica que un operador dado es elíptico o uniformemente elíptico 2. Construye demostraciones para ciertas propiedades de las soluciones a problemas elípticos, aplicando el principio del máximo y el lema de Hopf. 3. Justifica propiedades de operadores elípticos en dominios acotados usando el teorema espectral. 4. Aplica la caracterización variacional para estimar sus autovalores.
Bibliografía de la unidad	[2] Cap. 6, [3] Cap. 3, [1] Cap. 5

E. Estrategias de enseñanza - aprendizaje:

El curso considera las siguientes estrategias de enseñanza-aprendizaje:

● Clase expositiva.

F. Estrategias de evaluación:

Al inicio de cada semestre, el cuerpo académico informará oficialmente sobre la cantidad y tipo de evaluaciones, así como de sus ponderaciones. También anunciará si una inasistencia justificada se recupera mediante una evaluación adicional en las semanas siguientes a la evaluación original o al final del semestre, dependiendo del porcentaje de asistencia del estudiantado a la misma, o por la nota del examen.

Tradicionalmente hay distintas instancias de evaluación tales como:

• Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 3 controles por semestre.
• Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará los reglamentos de la Escuela. En cada uno de estos controles y examen final se evaluará la capacidad del estudiante para escribir proposiciones abstractas de manera clara y precisa. Esta evaluación se realiza de manera integral en la revisión de las evaluaciones y puede afectar un porcentaje de la calificación de cada una de ellas.
Según el reglamento de estudios de la FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita

y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.

G. Recursos bibliográficos:

Bibliografía obligatoria:

[1] Courant, R. & Hilbert, D., Methods of Mathematical Physics (vol. I & II), Interscience (1962).
[2] Evans, L.C., Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics AMS (1998).
[3] Gilbarg D. and Trudinger N., Elliptic partial differential equations of second order, Springer (1983).
[4] Rudin, W., Functional Analysis, McGraw Hill (1991)
[5] Schwartz, L., Méthodes Mathématiques pour les Sciences Physiques, Hermann (1965).

H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	2024
Elaborado por:	Hanne Van Den Bosch
Validado por:	Jefe Docente (2024)
Revisado por	Área de Gestión Curricular