

PROGRAMA DE CURSO ANÁLISIS FUNCIONAL

A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	DIM					
Nombre del curso	Análisis funcional	Código	MA4801	Créditos	6	
Nombre del curso en inglés	<i>Functional Analysis</i>					
Horas semanales	Docencia	3	Auxiliares	2	Trabajo personal	5
Carácter del curso	Obligatorio	X		Electivo		
Requisitos	MA3802: Teoría de la medida					

B. Propósito del curso:

El curso tiene como propósito que los y las estudiantes profundicen su formación en Análisis Funcional, cuyos elementos básicos se introducen en el curso de Análisis.

Para ello, se estudian propiedades de los espacios de Banach y de Hilbert y de sus operadores lineales acotados, poniendo como ejemplo central los espacios L_p , se desarrolla la teoría de Riesz-Fredholm para operadores compactos y se estudia su descomposición espectral en el caso Hilbertiano.

CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.

CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.

CE3: Modelar matemáticamente problemas de diferentes áreas en situaciones simples, es decir, traducir la realidad a una estructura matemática de forma tal que se facilite su análisis.

CE4: Generar y divulgar conocimiento en algunas de las distintas ciencias exactas y naturales, tales como matemáticas, física y biología.

CG1: Comunicación académica y profesional

Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG3: Compromiso ético

Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

CG6: Innovación

Concebir ideas viables y novedosas que generen valor para resolver necesidades latentes, materializadas en productos, servicios o en mejoras a procesos dentro de un sistema u organización, considerando el contexto sociocultural y económico y los beneficios para el usuario.

C. Resultados de aprendizaje

Competencias específicas	Resultados de aprendizaje
CE1, CE2, CE3, CG6	RA1 Construye de manera autónoma demostraciones de proposiciones acerca de los espacios de Banach, aplicando las técnicas usadas en las demostraciones de los teoremas discutidos.
CE1, CE2, CE3, CE4	RA2 Determina la veracidad de afirmaciones en el ámbito de los espacios de Hilbert pudiendo construir contraejemplos o demostraciones, según corresponda.
CE1, CE2, CE3	RA3 Analiza propiedades de operadores compactos con las herramientas de la teoría de operadores acotados.
CE1, CE2, CE3	RA4 Aplica la teoría de Riesz-Fredholm a ecuaciones diferenciales de Sturm Liouville y a ecuaciones integrales.
Competencias genéricas	Resultados de aprendizaje
CG1	RA5: Argumenta por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas, los resultados obtenidos en la solución de problemas, con especial cuidado en la claridad y precisión en el uso de los términos matemáticos.
CG3	RA6: Realiza las actividades programadas, cumpliendo con sus requerimientos, plazos y de manera honesta, en particular, sin plagiar trabajos en tareas o informes, ni copiar en evaluaciones.

Por su naturaleza, los resultados de aprendizaje RA5 y RA6 son parte de cada una de las unidades y su validación se hará en las actividades de evaluación.

D. Unidades temáticas:

Resumen de Unidades temáticas

Número	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	Espacios de Banach (continuación)	7
2	Espacios de Hilbert	3
3	Operadores Compactos.	3
4	Tópicos especiales. (Elegir uno.)	2
TOTAL		15.0

Número	RA a que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA1	Espacios de Banach	7 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
<p>1.1. Teoremas de Hahn-Banach, en sus formas analíticas y geométricas.</p> <p>1.2. Teorema de Banach-Steinhaus. Teoremas de la Aplicación abierta y del grafo cerrado.</p> <p>1.3. Suplementario topológico. Espacio dual. Noción de adjunto de un operador acotado.</p> <p>1.4. Topologías débiles. Conjuntos convexos, y operadores lineales. Compacidad débil: El Teorema de Banach-Alaoglou.</p> <p>1.5. El espacio doble dual. Teoría de los espacios reflexivos, separables y uniformemente convexos. Aplicaciones a la teoría de los espacios L_p.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> Explica los elementos centrales de la teoría de los espacios de Banach. Compara un espacio de Banach con su espacio dual. Explica la noción de adjunto de un operador acotado. Reproduce las demostraciones de los teoremas de la unidad. Produce demostraciones de corolarios y aplicaciones de la teoría, de dificultad razonable. 	
Bibliografía de la unidad		[1], Cap. I, II, III y IV.	

Número	RA a que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA2	Espacios de Hilbert	3 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
<p>2.1 Propiedades básicas y el Teorema de la proyección sobre un convexo cerrado.</p> <p>2.2 Espacio dual y el Teorema de representación de Riesz.</p> <p>2.3 Los teoremas de Stampacchia y Lax-Milgram.</p> <p>2.4 Base Hilbertiana, Suma Hilbertiana.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> Aplica el conocimiento ya adquirido de la teoría de los espacios de Banach, al caso de la estructura más rica de un espacio de Hilbert. Explica propiedades específicas de los espacios de Hilbert. Reproduce las demostraciones de los teoremas de la unidad. 	

	4. Crea demostraciones de corolarios y aplicaciones de la teoría, de dificultad razonable.
Bibliografía de la unidad	[1], Cap V.

Número	RA a que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA3, RA4	Operadores Compactos.	3 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
3.1. Definiciones y propiedades básicas de los operadores compactos. 3.2. La Teoría de Riesz-Fredholm. 3.3. Espectro de un operador compacto. 3.4. Descomposición espectral de un operador compacto y autoadjunto. 3.5. Aplicaciones a ecuaciones integrales, series de Fourier y problemas de autovalores para operadores de Sturm-Liouville.		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> Justifica propiedades de los operadores compactos, usando la teoría de operadores acotados. Enuncia las propiedades espectrales de los operadores compactos. Aplica el teorema de la alternativa de Fredholm en instancias específicas. Aplica la teoría a ecuaciones diferenciales de Sturm Liouville y a las ecuaciones integrales. Crea argumentos para afirmaciones acerca de los operadores compactos. 	
Bibliografía de la unidad		[1], Cap. VI.	

Número	RA a que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA1,RA2,RA3	Tópicos especiales (Elegir uno)	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
4.1. Teoría del grado en \mathbb{R}^n . 4.2. Teoría de operadores no acotados y el Teorema de Hille-Yosida. 4.3. Teoría espectral.		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> Aplica los elementos básicos de la teoría de la unidad en problemas apropiados. Construye demostraciones de propiedades adicionales a las entregadas, para la teoría desarrollada. 	
Bibliografía de la unidad		[1], [2], [3].	

E. Estrategias de enseñanza - aprendizaje

El curso considera las siguientes estrategias de enseñanza-aprendizaje:

- Clases de cátedra expositivas.
- Clases auxiliares: exposición de problemas y resolución de problemas guiados.

F. Estrategias de evaluación:

Al inicio de cada semestre, el cuerpo académico informará oficialmente sobre la cantidad y tipo de evaluaciones, así como de sus ponderaciones. También anunciará si una inasistencia justificada se recupera mediante una evaluación adicional en las semanas siguientes a la evaluación original o al final del semestre, dependiendo del porcentaje de asistencia del estudiantado a la misma, o por la nota del examen.

Tradicionalmente hay distintas instancias de evaluación tales como:

- Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 3 controles por semestre.
- Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará los reglamentos de la Escuela. En cada uno de estos controles y examen final se evaluará la capacidad del estudiante para escribir proposiciones abstractas de manera clara y precisa. Esta evaluación se realiza de manera integral en la revisión de las evaluaciones y puede afectar un porcentaje de la calificación de cada una de ellas.

Según el reglamento de estudios de la FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.

G. Recursos bibliográficos:

Bibliografía obligatoria:

- [1] Brezis, H., Analyse Fonctionnelle. Théorie et Applications, Masson (1983).
- [2] Reed, M., Simon, B., Methods of modern mathematical physics, vol. IV, Analysis of operators. Academic Press, New York, (1978).
- [3] Yosida, K., Functional Analysis, Springer-verlag (1965).

Bibliografía Complementaria:

- [4] Dunford, N. & Schwartz, J.T., Linear Operators Vol.I & II, Interscience (1958).
- [5] Friedman, A., Foundations of Modern Analysis, Holt-Rinehart-Winston (1970).
- [6] Hewitt, E. & Stromberg, K., Real and Abstract Analysis, Springer-Verlag (1965).
- [7] Kolmogorov, A. & Fomin, S., Introductory Real Analysis, Prentice Hall (1970).
- [8] Kreysig, E., Introductory Functional Analysis, Wiley (1978).
- [9] Rudin, W., Functional Analysis, Mac. Graw Hill (1973).

H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	2023
Elaborado por:	Manuel del Pino,
Validado por:	Jefe Docente(2024)