Auxiliar 7: Más primitivas

Profesora: M. Eugenia Martínez M.
Auxiliar: Bianca Zamora Araya
Fecha: 1 de octubre de 2025

P1. [Al revés v2]
Calcule las siguientes primitivas:

a) $\displaystyle\int \frac{\cos(x)}{1+\cos(x)}$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{3-\sin(x)}$

c) $\displaystyle\int \frac{1}{4+\cos(x)}$

d) $\displaystyle\int \frac{1}{\sin(x)}$

e) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)+\cos(x)}$

f) $\displaystyle\int \frac{x}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\,dx$

g) $\displaystyle\int \frac{x}{(a^2+x^2)^{\frac{1}{2}}}\,dx$

h) $\displaystyle\int \frac{1}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\,dx$

P2. [Más recurrencias v2]
Sea $I_n = \displaystyle\int \frac{\cos(nx)}{\cos^n(x)}\,dx$ definido para $n \in \mathbb{N}$. El objetivo de este problema es encontrar una ecuación de recuerrencia para expresar I_{n+1} en términos de I_n.

a) Calcule I_1 e I_2.

b) Compute $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{\cos^{n+1}(x)}\,dx$

c) Determine la expresión buscada.

P3. [Despejando]
Considere $I := \displaystyle\int \cos(\ln(x))\,dx$ y $J := \displaystyle\int \sin(\ln(x))\,dx$.

a) Plantee un sistema lineal que permita calcular I y J. INDICACIÓN: Use integración por partes.

b) Calcule I y J.

P4. [Pincelada]
Usando la partición $P = \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$, demuestre que:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{4}}}+\frac{1}{e}\right) \leq \int_0^1 e^{-x^2}\,dx \leq \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{e^{\frac{1}{4}}}\right)$$