

¿DUDAS?



4 diciembre 2025 - 21:30 hrs

Series: ¿cómo sabes si "converge absolutamente" v/s "solo converge"

Def. [convergencia absoluta]

$$S_n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ serie}$$

$$S_n \text{ convergencia absoluta} \Leftrightarrow \sum_{n=0}^{\infty} |a_n| \text{ converge}$$

(serie def. por valor absoluto de la sucesión converge)

$$\ast \sum_{n=0}^{\infty} |a_n| \text{ converge} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ converge}$$

Def. [converger absolutamente]

$$S_n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ serie}$$

$$S_n \text{ converge absolutamente} \left(\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| \text{ converge} \right)$$

$$\text{y } S_n \text{ converge}$$

$$\Rightarrow S_n \text{ converge absolutamente}$$

Def. [converger condicionalmente]

$$S_n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ serie}$$

$$S_n \text{ NO converge absolutamente} \left(\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| \text{ diverge} \right)$$

$$\text{y } S_n \text{ converge}$$

$$\Rightarrow S_n \text{ converge condicionalmente}$$

Términos oscilantes (?) (?)

$$a_n \geq 0, a_n \searrow 0$$

$$\sum x^k \cdot \left(\frac{1 + \sin(k)}{k} \right)$$

$$R = \frac{1}{L}; L \begin{cases} \rightarrow \lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \\ \rightarrow \lim \sqrt[n]{|a_n|} \end{cases}$$

$$R = 1$$

$$\sum (-1)^k \left(\frac{1 + \sin(k)}{k} \right) =: a_n$$

$$\left[\frac{1 + \sin(k)}{k} \right]' = \frac{\cos(k)k - (1 + \sin(k)) \cdot 1}{k^2} \leq 0$$

$$\cos(k)k - 1 - \sin(k) \leq 0$$

$$\cos(k)k - \sin(k) \leq 1$$

$$\Rightarrow |a_n| = \left| (-1)^k \left(\frac{1 + \sin(k)}{k} \right) \right| = \left| \cancel{(-1)^k}^1 \left| \frac{1 + \sin(k)}{k} \right| \right| \leq \frac{1 + |\sin(k)|}{k} \leq \frac{1+1}{k} \leq \frac{2}{k}$$

$$\sum |a_n| = \sum \frac{1 + \sin(n)}{n}$$

$$\frac{1 + \frac{\sin(n)}{n}}{\frac{1}{n}} \quad \left[\begin{array}{l} \text{Comparar} \\ \text{cociente} \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{\frac{1 + \sin(n)}{n}}{\frac{1}{n}} \right] &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{\cancel{n}^2 (1 + \sin(n))}{\cancel{n}} \right] = \lim_{n \rightarrow +\infty} [n(1 + \sin(n))] \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sin(n)}{\frac{1}{n}} \quad (\\ &= \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 + \sin(\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} \end{aligned}$$

$$n = \frac{1}{n} ; \begin{matrix} n \rightarrow +\infty \\ n \rightarrow 0 \end{matrix}$$

d) Contenidos del (1 (?) ?

$$F(x) = \int_0^x \boxed{\$ \# \%}$$

Radio de Convergencia

$$\sum_{n \geq 0} x^n \textcircled{a_n} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots$$

$$R = \frac{1}{L} ; \quad L$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$$

$n! \quad (.)$

$$(-R, R) \subseteq I \subseteq [-R, R]$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$$

$+ \quad (.)^{\frac{1}{n}}$

$$\sum_{n \geq 0} (-R)^n a_n \quad y \quad \sum_{n \geq 0} R^n a_n$$

P3. [Trabajando pt. ii]

Considere la función definida por $f(x) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{x^{n+2}}{(n+1)(n+2)}$.

intervalo

I

$(a, b]$
 $[a, b)$

- Calcule el radio de convergencia e indique el intervalo de convergencia; estudie los extremos.
- Calcule $f'(x)$ y $f''(x)$, y sus valores en el centro de las abscisas.
- Identifique $f'''(x)$ como una serie geométrica, y encuentre, a partir de esta, explícitamente la función f .
- Calcule el valor de la serie numérica $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{(-1)^n}{(n+1)(n+2)}$.

P4. [Trabajando pt. iii]

- Determine la serie de potencias de $\ln(1+x)$.

- Concluya que la serie de potencias de $\ln(1+x^2)$ es $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{n}$.

INDICACIÓN: Le será de utilidad la serie geométrica $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$, $|x| < 1$

$$\int [\ln(1+x)]' = \frac{1}{1+x} \cdot [1+x]' = \frac{1}{1+x} = \frac{1}{1-(-x)} = \sum_{n=0}^{\infty} (-x)^n$$

$$\ln(1+x) = \int \sum_{n=0}^{\infty} (-x)^n$$

Teorema del Valor Medio (TVM) de Rolle

Sea $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) .
Entonces $f(a) = f(b) \implies (\exists \xi \in (a, b)) : f'(\xi) = 0$.

Teorema del Valor Medio (TVM) de Lagrange

Si $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) .
Entonces $(\exists \xi \in (a, b)) : f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

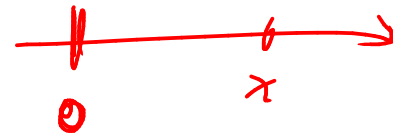
Teorema del Valor Medio (TVM) de Cauchy

Sean $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continuas en $[a, b]$ y derivables en (a, b) . Entonces se cumple que: $(\exists \xi \in (a, b)) :$
 $f'(\xi)[g(b) - g(a)] = [f(b) - f(a)]g'(\xi)$.

expresión local de derivada

$$I = [0, x]$$

$$x \in \mathbb{R}; f: [0, x] \rightarrow \mathbb{R}$$



$$f'(\xi) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{f(x) - f(0)}{x}, \quad \xi \in [0, x]$$