INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Pauta CTP 5 Finanzas – IN4232
Profesores: Rafael Epstein y Luis Llanos
Profesores Auxiliares: Rubén Ortega – Guillermo Morales
Ayudantes: Felipe Aguad, Axel Ballesteros, Josué Guillen, Catherine Méndez, Nicolás Ramírez, Fernanda Saavedra y Francisca Santa Cruz
Puntaje total: 60 puntos

Pregunta 1 (20 puntos):
Sea S* el precio forward de una tonelada de arroz en un año más. Considere un instrumento cuyo único pago, a realizarse en un año más, será función del precio de la tonelada de arroz, de la siguiente forma:

<u>**Precio tonelada de arroz**</u>	<u>**Pago**</u>
$0 < S^* \leq 50$	0
$50 < S^* \leq 100$	3xS* - 150
$100 < S^* \leq 150$	250 - S*
$150 < S^*$	100

Suponga que Ud. dispone de los precios de opciones call europeas sobre el precio de la tonelada de arroz a "striking price" de \$50, \$100 y \$150. Construya un portafolio, usando opciones call, que replique el perfil de pago del instrumento descrito.

[5 puntos por cada tramo de la tabla de pagos bien explicado.]

Para este caso tenemos 3 opciones call a precio strike de \$50, \$100 y \$150, sabemos que el pago de una call es $\max(S_T - K, 0)$ para el comprador de ésta y $-\max(S_T - K, 0)$ para el vendedor por lo que si el precio del activo subyacente a la madurez es menor al precio strike ambos tienen un pago de \$0, así para el caso:

$0 < S^* \leq 50$ independiente de que compremos o vendamos cualquiera de las 3 call el pago será de cero por lo que los casos a analizar son los que S* es mayor a cada precio strike.

Para el caso $50 < S^* \leq 100$ sólo nos importaría ver el caso de la call con striking price mayor a \$50, dado que es la única que es de relevancia para este intervalo (las otras dan un pago de cero independiente de la posición que se tome), así, si compramos una call a K=\$50 el pago sería de S*-50, pero se necesita un pago de 3S*-150 por lo que es claro que **debemos comprar 3 call a K=\$50** para obtener este pago, así tenemos:

Precio tonelada de arroz	Pago
$0 < S^* \leq 50$	0
$50 < S^* \leq 100$	3S* - 150
$100 < S^* \leq 150$	3S* - 150
$150 < S^*$	3S* - 150

Ahora para el caso en que $100 < S^* \leq 150$ la call que será de interés será la que posee K=$100, para este intervalo debemos pasar de 3S*-150 a 250-S*, o sea se le debe restar al pago 4S*- 400 de manera que se llegue a 250-S* por lo que debiéramos de **vender 4 call a K=$100** (vender una de estas call nos daría un pago de 100-S*) por lo que tendríamos en caso de que $S^* > 100$:

$$Pago = 3S^* - 150 + 4 * (-\max(S_T - K, 0))$$

$$Pago = 3S^* - 150 - 4\max(S^* - 100{,}0)$$

$$Pago = 3S^* - 150 - 4(S^* - 100) = 3S^* - 150 - 4S^* + 400$$

$$Pago = 250 - S^*$$

Así comprando 3 call a K=$50 y vendiendo 4 call a K=$100 tenemos:

Precio tonelada de arroz	Pago
$0 < S^* \leq 50$	0
$50 < S^* \leq 100$	3S* - 150
$100 < S^* \leq 150$	250-S*
$150 < S^*$	250-S*

Ahora para el caso en que $S^* > 150$ debemos ver si compramos o vendemos call a K=150, es claro que debemos llegar a un pago de $100 pero estamos obteniendo un pago de 250-S* por lo que debemos sumar un pago de S*-150 lo que significaría **comprar una call a K=$150** y así tendríamos un pago de $100 en el último caso:

Precio tonelada de arroz	Pago
$0 < S^* \leq 50$	0
$50 < S^* \leq 100$	3S* - 150
$100 < S^* \leq 150$	250-S*
$150 < S^*$	100

Así se replican todos los pagos con la siguiente estrategia:

- Comprar 3 call a K=$50
- Vender 4 call a K=$100
- Comprar 1 call a K=$150

Pregunta 2 (20 puntos):

Considere un mercado financiero donde existe un activo seguro con tasa de interés r_f = 4%, en el que se cotiza una acción que no genera dividendos a un precio de $50. Al mismo tiempo, en el mismo mercado es posible adquirir una opción de compra (call) y una opción de venta (put) sobre dicha acción, ambas a un año y con el mismo precio de ejecución, $52.

a) Demuestre que si el precio de la opción de compra es C= $5 y el precio de la opción de venta es P=$4, existen oportunidades de arbitraje en el mercado. **[10 puntos]**

Para este caso usamos la put-call parity para ver si existen oportunidades de arbitraje:

$$P + S_0 = C + \frac{K}{(1 + r_f)^T}$$

$$\$4 + \$50 = \$5 + \frac{\$52}{(1 + 0{,}04)^1}$$

$$\$54 = \$55$$

Lo cual no se cumple por lo que $P + S_0$ estaría infravalorado respecto a $C + \frac{K}{(1+r_f)^T}$ y habría una oportunidad de arbitraje.

b) Construya una estrategia de arbitraje. **[10 puntos]**

Dado lo anterior, tomamos posición larga en $P + S_0$ y una posición corta en $C + \frac{K}{(1+r_f)^T}$

En t=0
1.- Tomar una posición corta en la call y pido prestado $\frac{K}{(1+r_f)^T} = \$\,50$ a la tasa libre de riesgo a un año ($55)
2.- Tomar posición larga en la put y en la acción (esto último en caso de que se ejerza la call) (-$54)

En t=T:
- Si $S_T < K$
  La call no es ejercida ($\$S_T$)
  Devuelvo los $\frac{K}{(1+r_f)^T} = \$\,50$ a un valor de K (-$52)
  Hago uso de la put por lo que la ganancia será de $\$52 - S_T$

- Si $S_T > K$
  La call es ejercida y vendemos la acción a $52
  Devuelvo los $\frac{K}{(1+r_f)^T} = \$\,50$ a un valor de K (-$52)
  No se hace uso de la put ($0)

Pregunta 3 (20 puntos):

Las acciones de una empresa se transan actualmente en el mercado a $58. Los precios de las opciones de compra (call) europeas que vencen dentro de 6 meses se describen en la siguiente tabla:

Precio de Ejercicio	Precio Opción Call
50	10,52
55	7,19
60	4,65

El gerente de finanzas de una empresa de inversiones observa esta situación y comenta: “yo sugiero que dadas nuestras proyecciones debemos tomar la siguiente estrategia: comprar una opción call con precio de ejercicio de $50; comprar una opción call con precio de ejercicio de $60 y vender dos opciones call con precio de ejercicio de $55”.

a) Muestre gráficamente la situación descrita y la tabla de pagos [7 puntos]

Dada la estrategia y precios de las call se tendría la siguiente tabla de pagos dados los precios de ejercicio:

Precio de la acción	Pago
$0 < S_T \leq 50$	?
$50 < S_T \leq 55$	?
$55 < S_T \leq 60$	?
$60 < S_T$	?

Para el primer caso, el precio de la acción estaría por debajo del precio de ejercicio de las opciones por lo que el pago sería igual al precio de las 4 call:

$$Pago = 2P_{Call\,55} - P_{call\,50} - P_{call\,60} = 2 * 7{,}19 - 10{,}52 - 4{,}65 = -0{,}79$$

Así tenemos hasta el momento tenemos la siguiente tabla de pagos:

Precio de la acción	Pago
$0 < S_T \leq 50$	-0,79
$50 < S_T \leq 55$	-0,79
$55 < S_T \leq 60$	-0,79
$60 < S_T$	-0,79

Ahora para el segundo caso con $50 < S_T \leq 55$ la única opción que influye en los pagos es la que se compra con K=$50 por lo que su pago será de $S_T - K = S_T - 50$ y sumando el valor de pago anterior se tiene que el pago será de $S_T - 50{,}79$ por lo que se tiene:

Precio de la acción	Pago
$0 < S_T \leq 50$	-0,79
$50 < S_T \leq 55$	$S_T - 50{,}79$
$55 < S_T \leq 60$	$S_T - 50{,}79$
$60 < S_T$	$S_T - 50{,}79$

Ahora para el tercer caso con $55 < S_T \leq 60$ se incluyen las 2 call que se venden a un precio de ejercicio de $55 por lo que el pago de éstas sería de $2 * (K - S_T) = 2 * (55 - S_T) = 110 - 2S_T$. Así el pago será:

$$Pago = S_T - 50{,}79 + 110 - 2S_T = 59{,}21 - S_T$$

Por lo que la tabla de pagos será:

Precio de la acción	Pago
$0 < S_T \leq 50$	-0,79
$50 < S_T \leq 55$	$S_T - 50{,}79$
$55 < S_T \leq 60$	$59{,}21 - S_T$
$60 < S_T$	$59{,}21 - S_T$

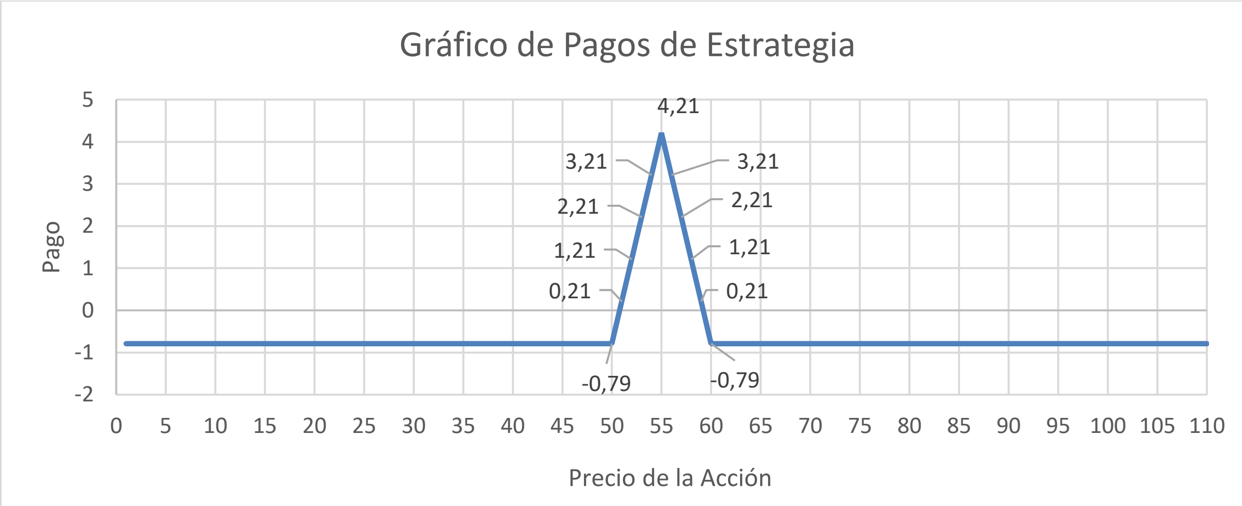
Ahora para el último caso con $60 < S_T$ se incluye la call que se compra a K=$60 por lo que el pago en este caso será:

$$Pago = 59{,}21 - S_T + S_T - 60 = -0{,}79$$

Así la tabla de pagos finalmente queda como:

Precio de la acción	Pago
$0 < S_T \leq 50$	-0,79
$50 < S_T \leq 55$	$S_T - 50{,}79$
$55 < S_T \leq 60$	$59{,}21 - S_T$
$60 < S_T$	$-0{,}79$

Y el gráfico resultante es:



b) Identifique el portafolio resultante. [2 puntos]

El portafolio resultante es un portafolio butterfly (Long Butterfly Spread).

c) ¿En qué condiciones de mercado este portafolio sería una buena decisión? [2 puntos]

Es una buena decisión cuando se pronostica que su precio se moverá muy poco por lo que su valor terminará muy cerca del precio strike de la call que vendemos o también cuando la volatilidad disminuye.

d) Determine la volatilidad del retorno de la acción y la tasa libre de riesgo implícitas en los precios de las opciones. La acción no pagará dividendos. [7 puntos]

Dado el uso de solver y el modelo de Black-Scholes el valor de la tasa libre de riesgo implícita es de 4,98% t la volatilidad de la acción implícita sería de 30,02%.

Precio actual de la acción	58
Tasa libre de riesgo implícita	4,98%
Volat. del retorno de la acción	30,02%

	Call 1	Call 2	Call 3
Precio del Ejercicio	50	55	60
Precio de cada call	10,52	7,19	4,65

d_1	0,9199	0,4708	0,0609
d_2	0,7076	0,2586	-0,1514
Precio Call estimado	10,521	7,189	4,651
Error de estimación del precio	0,000628	-0,001377	0,000823
Valor absol. de suma de errores	2,97E-06		

e) ¿Hay posibilidades de arbitraje? **[2 puntos]**

Dadas las estimaciones anteriores, habría muy pocas posibilidades arbitraje reales.

Por ejemplo, se puede pensar en comprar el call de 60 o vender el call de 55, ambos replicados en la posición inversa con carteras sintéticas.

Por ejemplo:
Vender call K=55: $7,190

Compra sintética de call:
Comprar 0,6811 acciones: -$39,055 (esto es: $N(d\_1)S$)
Pedir prestado a la tasa libre de riesgo: $32,316 (esto es: $N(d\_2)K(1+r)^{-t}$)
Saldo: $0,001

Comprar call K=60: -$4,650

Venta sintética de call:
Vender 0,5243 acciones: $39,505
Invertir a la tasa libre de riesgo: -$25,757
Saldo: $0,001

Después se sigue ajustando la cartera sintética que emula la opción hasta su vencimiento.