CTP 5 Finanzas I – IN4232

Profesores: Rafael Epstein y Luis Llanos

Profesor Auxiliar: Josué Guillen

Ayudantes: Axel Ballesteros, Nicole Galindo, Rubén Ortega, Fernanda Saavedra

Puntaje total: 60 puntos

Asegúrese de que su copia de este control contenga **5** páginas (incluida esta).

- Puede utilizar una calculadora no programable. No se puede utilizar celulares, tablets, PDAs u otros equipos con conexión inalámbrica de alguna clase.
- La resolución del CTP es individual y, a diferencias de otras actividades del curso, no puede comentar las respuestas a este CTP con nadie.
- El Tiempo estimado de lectura y resolución del CTP es de 1,0 horas.
- Los puntajes de cada pregunta son proporcionales a su dificultad y tiempo para responder.
- Es importante que cada hoja de sus respuestas venga contenido su nombre. Además, se deberá indicar claramente a qué número de problema corresponde cada desarrollo.
- Las respuestas numéricas solo le dan crédito parcial. Debe explicitar su procedimiento y las fórmulas que use para llegar a sus cálculos.
- Por simplicidad, considere para los bonos que los pagos de cupones ocurren anualmente (1 vez al año) no semestralmente como es la convención del mercado.

¡Que les vaya bien!

Hoja de calificaciones

1.	/	20
2.	/	40
Total	/	60

Pregunta 1 (20 puntos):

Usted es un importante trader de derivados en la bolsa NASDAQ, por lo que le piden valorizar un contrato forward a 1 año que tiene pensado acordar junto a otra persona, este forward es sobre una acción de Alphabet Inc. (GOOG) cuyo precio actual es $100 y que no paga dividendos. Considere que la tasa de interés a 1 año es de $r_1 = 10\%$ a composición continua.

(a) Calcule el precio forward F_0 y el valor del contrato en $t = 0$

El valor de contrato por principio de no arbitraje en $t = 0$ es $f_0 = 0$

Con respecto al precio forward el cual es el valor futuro que se transará al vencimiento el activo subyacente (en este caso la acción de Alphabet), por tanto, el precio forward es:

$$F_0 = S_0 \times e^{r \cdot T} = 100 \times e^{10\% \cdot 1} = 110{,}52$$

(b) Calcule el precio forward luego de 6 meses, si el precio de la acción en 6 meses resulta en $99

$$F_{t=0{,}5} = 99 \times e^{10\% \cdot 0{,}5} = 104{,}08$$

(c) Si usted observa que el precio forward es de $120. ¿Cómo podría ganar dinero sin riesgo? (asuma que solo puede adquirir deuda al 8% a composición anual).

Como el precio forward en el mercado es mayor al calculado $120 > 104{,}08$ se asume posición corta (vendedor) para arbitrar, es decir ganar dinero sin riesgo:

En t=0:

- Pido prestado $100 a 1 año para adquirir la acción es decir el activo subyacente a una tasa del 8% a composición anual.
- Tomo la posición corta es decir salgo al mercado a ofrecer el contrato forward a algún comprador interesado

En t=1:

- Al vencimiento del contrato yo tendré que pagar el préstamo, es decir:

$$100 \times (1 + 8\%) = 108$$

- Recibo $120 que es el precio al cual transé el forward con el comprador interesado
- Por tanto, mi flujo neto en esta estrategia es:

$$Ganancia = 120 - 108 = \$12$$

Pregunta 2 (40 puntos):

Una importante empresa chilena cuenta con opciones sobre acciones (que no pagan dividendos) y que se transan en el mercado de valores de Santiago, usted como buen inversor quiere valorar si es bueno o no comprar una opción de esta empresa con vencimiento a $T = 2$ años, para ello conoce que el precio strike es de CLP$ 50.000 y el precio spot de la acción actualmente es de CLP$ 45.000.

Conociendo que la tasa libre de riesgo es continua al 3% anual, responda:

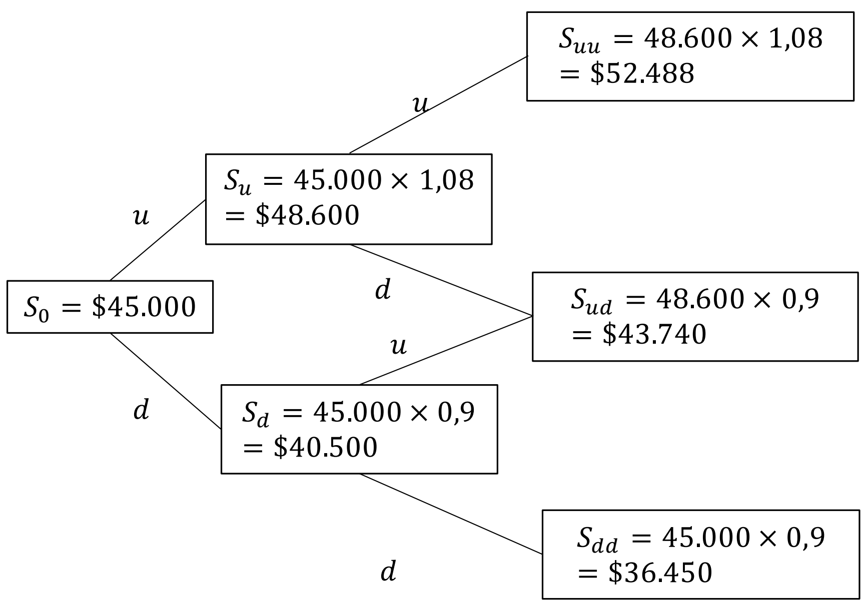
(a) Asumiendo que la acción de esta empresa puede subir un 8% y bajar un 10% cada año. Calcule el precio de una put europea mediante árboles binomiales, asuma 2 periodos ($\Delta t = 1$)

Como la acción puede subir un 8% cada año el factor up será: $u = 1{,}08$
Como la acción puede bajar un 10% cada año el factor down será $d = 0{,}9$

Usando la tasa libre de riesgo continua del 3% anual se puede calcular la probabilidad libre de riesgo de la forma:

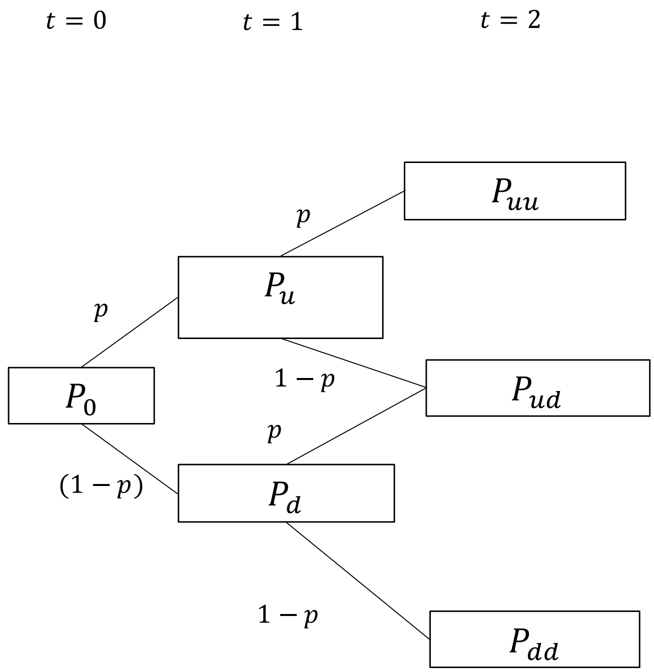
$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{3\% \cdot 1} - 0{,}9}{1{,}08 - 0{,}9} = 72\%$$

Primer paso:
Valorizar activo subyacente desde t=0 hasta T=2:



Segundo paso:

Teniendo la trayectoria de precios spot para el activo subyacente (acción) se procede a valorizar la put europea, asumiendo posición comprador:



Recordemos que se para valorizar opciones se parte desde el final, valorizando primero los nodos finales:

$$P_{uu} = Max\,[50.000 - 52.488; 0] = 0$$

$$P_{ud} = Max\,[50.000 - 43.740; 0] = \$6.260$$

$$P_{ud} = Max\,[50.000 - 36.450; 0] = \$13.550$$

Con estos valores vamos a calcular los nodos del periodo anterior considerando las probabilidades y trayendo este resultado a valor presente Δt años:

$$P_u = (p \times P_{uu} + (1-p) \times P_{ud}) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}$$

$$P_u = (72\% \times 0 + (1 - 72\%) \times 6.260) \cdot e^{-3\% \cdot 1} = 1.672{,}16$$

$$P_d = (p \times P_{ud} + (1-p) \times P_{dd}) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}$$

$$P_d = (72\% \times 6.260 + (1 - 72\%) \times 13.550) \cdot e^{-3\% \cdot 1} = 8.022{,}28$$

Finalmente se valoriza al periodo 0 es decir a hoy el precio de la put P_0:

$$P_0 = (p \times P_u + (1-p) \times P_d) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}$$

$$P_0 = (72\% \times 1.672{,}16 + (1-72\%) \times 8.022{,}28) \cdot e^{-3\% \cdot 1} = 3.318{,}97$$

(b) Asumiendo que una call europea con el mismo plazo de vencimiento tiene un precio actual de CLP$5.000. ¿Existirán oportunidades de arbitraje?

Para evaluar si existe oportunidad de arbitraje en opciones se debe considerar Put-Call Parity:

$$P_t + S_0 = C_t + VP(K) \Leftrightarrow 3.318{,}97 + 45.000 = 5.000 + 50.000 \times \mathrm{e}^{-3\% \cdot 2}$$

$$48.318{,}97 \neq 52.088{,}23$$

Como no se cumple la Put-Call Parity hay posibilidades de arbitraje (es decir obtener una ganancia libre de riesgo)

Forward

$F_0 = S_0 \times e^{r \cdot T}$

$F_t = S_t \times e^{r \cdot (T-t)}$

$f_t = (F_t - K) \times e^{-r\,(T-t)}$

Opciones

$C_t = Max\,[S_t - K; 0]$

$P_t = Max\,[K - S_t; 0]$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

Put-Call Parity

$P_t + S_0 = C_t + VP(K)$