

Guía – Forwards y Futuros

Profesores: Rafael Epstein y Luis Llanos

Profesor Auxiliar: Josué Guillen

Ayudantes: Axel Ballesteros, Nicole Galindo, Rubén Ortega, Fernanda Saavedra

1. El precio actual de la plata \$11.634 por onza. Suponga que los costos del almacenaje y seguridad son de \$100 por onza por trimestre y se pagan al fin de cada periodo. Las tasas de interés libre de riesgo (compuesta continuamente) a 3, 6 y 9 meses son 6%, 8% y 10% respectivamente. Calcule el precio futuro de la onza de plata para ser entregada en 9 meses.

Dado que posee costos de almacenamiento, debemos llevar estos a valor presente:

$$100e^{-0.06 \times 0.25} + 100e^{-0.08 \times 0.5} + 100e^{-0.1 \times 0.75} = \$287$$

Luego recordando que los costos de almacenamiento son costos para quien incurre en el contrato, este

subirá su valor dado aquello, así:

$$F_0 = (\$11.634 + \$287)e^{0.1 \times 0.75} = \$12.849$$

2. Usted es importador de productos europeos, por lo que, dada la volatilidad del precio del euro, decidió hace 6 meses (el 23 de mayo) realizar un contrato forward con vencimiento a un año para comprar euros. El precio spot hace 6 meses era de \$770 por euro. Las tasas en pesos y euros anuales (compuestas continuamente) son 6% y 2% respectivamente.

- a. ¿Cuál es su valor y precio cuando se decide hacer el contrato forward?

Recordemos que para que no haya arbitraje ni asimetrías de información en cuanto se escribe el contrato, el valor de éste es cero (y cumple con que $F_0 = S_0e^{(r-q)T} = K$ para que así $f_0 = S_0e^{-qT} - Ke^{-rT} = 0$). Respecto al precio, debemos calcular F_0 :

$$F_0 = S_0e^{(r-q)T} = \$770e^{(0.06-0.02) \times 1} = \$801.4243$$

- b. Calcule el precio del contrato forward hoy, si el precio actual del euro es de \$791

Dado que ahora estamos en la actualidad procedemos a calcular su valor hoy:

$$F_t = S_te^{(r-q)(T-t)}$$

$$F_t = \$791e^{(0.06-0.02)(1-0.5)}$$

$$F_t = \$791e^{0.01} = \$806.9793$$

- c. Si observáramos que el precio forward del euro el 23 de mayo del próximo año es de \$805 ¿Cómo podríamos ganar dinero sin riesgo? ¿Cuánto ganaríamos?

El precio del mercado es de \$805 mientras que nuestro precio strike es el de la parte a) que sería \$801.4243. Así, quisiéramos vender el activo en la madurez a \$805 por lo que tomamos una posición corta en el forward (lo vendemos)

En $t=0$

- Pido prestado \$770 y compro un euro, el cual será pagado a un año a una tasa de un 2%
- Tomo posición corta en el contrato forward

En $t = T$

- Pago el crédito por $770e^{0.02} = \$785.56$
- Entrego el euro según el contrato forward y recibo \$805

Así, tengo una ganancia de:

$$\$805 - \$785.56 = \$19.44$$

3. Considere un contrato forward sobre la acción de IBS, cuya madurez es de 8 meses y su precio es de \$120. Suponga que ésta entregará ingresos cada dos meses por un valor de \$5. (La estructura de tasas será: $r_2 = 3\%$ $r_4 = 5\%$ $r_6 = 6\%$ y $r_8 = 6.5\%$)

- a. Calcule el precio del contrato forward si fuera escrito hoy

Primero sabemos que es una acción que entrega ingresos por lo que primero calcularemos los ingresos que entrega desde $t=0$ hasta su madurez:

$$I = 5e^{-0.03*2/12} + 5e^{-0.05*4/12} + 5e^{-0.06*6/12} + 5e^{-0.065*8/12} = 19.5326$$

Luego los datos del contrato forward son:

$$T = \frac{8}{12} = 0.75 \text{ y } S_0 = 120$$

$$F_0 = (120 - 19.5326)e^{0.065*8/12} = 104.9167$$

- b. ¿Cómo variaría el precio del contrato forward si las tasas aumentaran? ¿Y si en lugar de pagar \$5 tuviera un rendimiento anual de un 4%?

Por los ingresos que genera es claro que, a mayores tasas, I disminuiría generando que F aumente, pero también debemos ver que pasa con la tasa en la madurez, ya que una variación en ella también generará un cambio en ella, pero si suponemos que aumentará a su vez, el precio del contrato forward aumentará.

Si ahora tuviera un rendimiento anual de 4%, el precio del forward sería:

$$F_0 = 120e^{(0.065-0.04)*8/12} = 122.0168$$

- c. Si observáramos que el precio de la acción luego de 4 meses (ya habiéndose entregado el segundo pago) de firmado el contrato es de \$132, ¿Cuál sería el precio y valor del forward a esa fecha?

$$F_t = (132 - I')e^{rT}$$

En este caso I' será:

$$I' = 5e^{-0.03*2/12} + 5e^{-0.05*4/12} = 9.8924$$

Así, tendremos que su precio será:

$$F_t = (132 - 9.8924)e^{0.05*4/12} = 124.1598$$

Y su valor será: $f = F_t - K = (124.1598 - 104.9167) = 19.2431$

(Si queremos llevarlo al momento en el cual se firma el contrato basta con multiplicar por $e^{-r(T-t)}$)

- d. Si el precio del forward respecto a la acción luego de 8 meses fuera de \$100 ¿Qué estrategia haría para arbitrar?

En este caso tendríamos que $100 < 104.9167$ ($F_0 < S_0 e^{rT}$) por lo que preferimos comprar la acción por el precio F_0 en la madurez por lo que tomamos una posición larga en el contrato forward (lo compramos)

En $t=0$:

Pido prestada la acción y la vendo por \$120. Esto lo invertiremos en 4 depósitos (Para así pagarle a quien nos prestó la acción los flujos de dinero que no recibiría):

- a 2 meses por \$4.9751 a una tasa $r_2 = 3\%$
- a 4 meses por \$4.9174 a una tasa $r_4 = 5\%$
- a 6 meses por \$4.8522 a una tasa $r_6 = 6\%$
- finalmente uno a 8 meses por \$105.2553 a una tasa $r_8 = 6.5\%$

En $t=2$:

- Recibo mi primera inversión: $4.9751e^{0.03*2/12} = 5$
- Pago \$5 del primer pago de la acción y se anula este flujo

En $t=4$:

- Recibo mi segunda inversión: $4.9174e^{0.05*4/12} = 5$
- Pago \$5 del segundo pago de la acción y se anula este flujo

En $t=6$:

- Recibo mi tercera inversión: $4.8522e^{0.06*6/12} = 5$
- Pago \$5 del tercer pago de la acción y se anula este flujo

En $t=T$:

- Recibo mi última inversión: $105.2553e^{0.065 \cdot 8/12} = 109.91663$
- Pago \$5 del último pago de la acción y se anula este flujo
- Compro la acción por \$100 según lo que se establece en el contrato
- Devuelvo la acción

Ganancia: $\$109.91663 - \$105 = \$4.91663$

4. Las plantas productoras de cemento consumen mucha energía en sus hornos de calcinación de cal. El cemento es un producto poco transable internacionalmente por su relación de valor al costo del flete. En Chile hay 3 productores principales: Cementos Bío Bío (que utiliza primariamente petróleo), Cemento Melón (que utiliza gas natural) y Cementos Polpaico (que usa como combustible principal neumáticos descartados). Explique por qué Cementos Polpaico está expuesta a las fluctuaciones tanto de los precios del petróleo como de los del gas natural y cómo podría mitigar ese riesgo.

Podría estar expuesta dado que son el principal costo de producción de su competencia. Fluctuaciones en el precio del petróleo y gas natural generarán cambios en los costos de Cementos Bío Bío y Cementos Melón y por tanto de su competitividad relativa. Una manera de mitigar este riesgo es: i) indexar el precio de los neumáticos usados a los precios del petróleo y el gas; y/o ii) vender (posición corta) futuros de petróleo y gas. Así, si el precio de los combustibles baja, los competidores mejorarán su competitividad y eventualmente bajarán el precio de cemento, pero Polpaico tendrá una compensación por la utilidad en los futuros.

5. Hoy en la mañana usted se comprometió a comprar, dentro de seis meses, un Pagaré Descontable del Banco Central de Chile (PDBC) (equivalente a un bono cero-cupón) a un plazo de un año (a partir de esa fecha). El bono tiene valor nominal de CLP 1 millón. Use las tasas de interés spot que se indican a continuación para responder las siguientes preguntas:

Plazo	Tasa de interés anual efectiva
6 meses	11,20%
12 meses	9,53%
18 meses	8,66%
24 meses	7,79%

- a. ¿Cuál es el precio forward de este contrato?

Para calcular el precio de este forward, notemos que nos comprometemos en 6 meses más (valor futuro a 6 meses) a comprar un pagaré que nos entrega en 1 año desde esa fecha (en 18 meses más, i.e. valor presente de 18 meses) CLP 1 MM. Por lo que tendríamos:

$$P_{forward} = (1 + 11,20\%)^{0,5} \times \frac{1}{(1 + 8,66\%)^{1,5}} \times 1MM = \$930.996$$

- b. Suponga que poco después de haber comprado el contrato forward, todas las tasas bajan 30 puntos base (0,3%). Por ejemplo, la tasa a seis meses bajaría de 11,20% a

10,90%. ¿Cuál sería el precio de un contrato forward idéntico en todo lo demás al suyo en virtud de estos cambios?

Dado el cambio en las tasas tendremos:

$$P_{forward} = (1 + 10,90\%)^{0,5} \times \frac{1}{(1 + 8,36\%)^{1,5}} \times 1MM = \$933.603$$

Ya que en este caso tenemos un valor futuro a 6 meses y valor presente a 18 meses, la fluctuación genera un aumento del precio en CLP 2.607, lo cual es un delta pequeño (aumentó en un 0,28%).

- c. Suponga que la tasa libre de riesgo efectiva es 5% al año a cualquier plazo hasta 1 año. La rentabilidad por dividendos de un índice accionario es 3% por año. El valor del índice es 4.000 y el precio del futuro para un contrato que vence en 6 meses es 4.030. Estime el precio teórico hoy del futuro del índice accionario

Para estimar el precio se tiene:

$$P_{teórico} = 4.000 \times \frac{(1 + r_f)^{0,5}}{(1 + d)^{0,5}} = 4.000 \times \frac{1,05^{0,5}}{1,03^{0,5}} = 4.000 \times 1,00966 \approx 4.038,65$$

Asumiendo composición anual en las tasas si fuera continua la formula quedaría como la fórmula de futuros de índices accionarios con tasa tipo $e^{r \times t}$

RESUMEN

Pago y Valor del Forward en posición larga (Comprar):

$$S_T - K$$

$$f = (F_0 - K)e^{-rT}$$

Pago y valor del Forward en posición corta (Vender):

$$K - S_T$$

$$f = (K - F_0)e^{-rT}$$

Para arbitrar (ganar dinero sin riesgo) se debe cumplir que:

$$F_0 > S_0 e^{rT} \text{ o } F_0 > (S_0 - I)e^{rT}$$

Vendemos el forward (posición corta en el contrato) y compramos el activo subyacente con dinero prestado a la tasa libre de riesgo.

$$F_0 < S_0 e^{rT} \text{ o } F_0 < (S_0 - I)e^{rT}$$

Compramos el forward (posición larga en el contrato) y pedimos prestado el activo subyacente para venderlo e invertir esa ganancia a la tasa libre de riesgo.

Forward sin Ingresos:

$$F_0 = S_0 e^{rT}$$

$$f = S_0 - K e^{-rT}$$

Forward con Ingresos Conocidos:

$$F_0 = (S_0 - I)e^{rT}$$

$$f = S_0 - I - K e^{-rT}$$

Forward con Yield Conocida:

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$$

$$f = S_0 e^{-qT} - K e^{-rT}$$

Cuando un contrato **forward** estandarizado se transa en una bolsa, es llamado **futuro** (mismo contrato, pero con una etiqueta diferente), la distinción entre futuros y forwards no aplica al contrato, sino a como se negocia el contrato.

Futuros sobre Índices accionarios:

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$$

Futuro con costos de almacenamiento en Commodities:

Costos de almacenamiento pueden ser pensados como un ingreso negativo o bien una yield negativa

Costo de almacenamiento dado:

$$F_0 = (S_0 + U)e^{rT}$$

Costo de Almacenamiento proporcional al precio:

$$F_0 = S_0 e^{(r+u)T}$$