Auxiliar Pre Control

"Un amigo me contó que el C1 es el más..."

Profesores: Luis Llanos y Rafael Epstein
Auxiliares: Felipe Vega, Frederick Russell y Leandro Venegas.

P1.- Bonos exóticos

La siguiente es una lista de precios de bonos cero-cupón de Bonos de Tesoro de USA a varios vencimientos (los "strips" tienen un valor nominal de USD 1.000):

Vencimiento (Años)	Precio del Bono (USD)
1	947,9
2	900,1
3	856,4
4	816,3

Por otro lado, Belfort S.A ofrece un bono denominado "High-Yield Unsecured Monetary Obligation" o "Humo", garantizado por bonos del Tesoro de USA.
Un bono "Humo", que vale 1.000 hoy día, paga $n^2 \cdot C$ al vencimiento del año n, con $n \in \{1,2,3,4\}$.

1. Usando la estructura de tasas del mercado, calcule el valor de C. (5 puntos)

   Pauta: Como los bonos son cero cupón, la tasa de cada uno corresponde a la tasa spot de ese plazo:

   $$P_n = \frac{1000}{(1+r_{0,n})^n} \quad \Rightarrow \quad r_{0,n} = \left(\frac{1000}{P_n}\right)^{1/n} - 1$$

   - Para $n=1$: $947,9 = \frac{1000}{(1+r_{0,1})} \Rightarrow r_{0,1} = 5,5\,\%$
   - Para $n=2$: $900,1 = \frac{1000}{(1+r_{0,2})^2} \Rightarrow r_{0,2} = 5,4\,\%$
   - Para $n=3$: $856,4 = \frac{1000}{(1+r_{0,3})^3} \Rightarrow r_{0,3} = 5,3\,\%$
   - Para $n=4$: $816,3 = \frac{1000}{(1+r_{0,4})^4} \Rightarrow r_{0,4} = 5,2\,\%$

   Luego, el precio de "Humo" será:

   $$1000 = \frac{C}{(1+r_{0,1})} + \frac{4C}{(1+r_{0,2})^2} + \frac{9C}{(1+r_{0,3})^3} + \frac{16C}{(1+r_{0,4})^4}$$

Reemplazando las tasas:

$$1000 = 25,22 \cdot C \quad \Rightarrow \quad C = 39,65$$

2. Si la YTM de "Humo" es 5,37 %, calcule la MacD del instrumento. (5 puntos)

   Desarrollo: Con YTM se descuentan los flujos:

$$MacD = \frac{\sum_{t=1}^{4} t \cdot \frac{t^2 \cdot C}{(1+YTM)^t}}{P}$$

   donde $P = 1000$.

   Reemplazando:

$$MacD = \frac{1 \cdot \frac{39,65}{(1+0,0537)} + 2 \cdot \frac{4 \cdot 39,65}{(1+0,0537)^2} + 3 \cdot \frac{9 \cdot 39,65}{(1+0,0537)^3} + 4 \cdot \frac{16 \cdot 39,65}{(1+0,0537)^4}}{1000}$$

$$MacD = \frac{3296}{1000} = 3,296$$

3. Un inversionista quiere invertir USD 1 millón en bonos de 0 cupón de 2 y 4 años de duración. Calcule cuánto debe invertir en cada uno de ellos para que el portafolio de bonos tenga la misma ModD que el "Humo". (5 puntos)

   Desarrollo: Primero, calculamos la ModD:

$$ModD = \frac{MacD}{1 + YTM}$$

   - Para "Humo": $ModD = \frac{3,296}{1,0537} = 3,12$ - Para bono a 2 años: $ModD = \frac{2}{1,054} = 1,89$ - Para bono a 4 años: $ModD = \frac{4}{1,052} = 3,80$

   Sea X la proporción en el bono de 2 años y Y en el de 4 años.

$$3,12 = X \cdot 1,89 + Y \cdot 3,8 \quad \text{con} \quad X + Y = 1$$

   Resolviendo:

$$X = 35,6\,\%, \quad Y = 64,4\,\%$$

   Monto invertido:

$$Bono\ 2a = 356.000, \quad Bono\ 4a = 644.000$$

4. Suponga que un inversor compró 100.000 dólares en "Humo.ª su valor de mercado. Luego, suben 165 bps todas las tasas. Recalcule el valor de "Humo" con esta nueva estructura. ¿Cuánto dinero perdió el inversor? (5 puntos)

   Desarrollo: Cambio en tasas: $\Delta y = 1,65\,\%$.

Usamos aproximación lineal:

$$\Delta P = -ModD \cdot \Delta y \cdot P$$

$$\Delta P = -3,12 \cdot 0,0165 \cdot 100.000 = -5148$$

Pérdida: 5.148 USD.

P2.- Acciones nacionales

Cincosur reportó utilidades de \$12.000 por acción este año y planea retener el 70 % de las ganancias. La compañía tiene 100 millones de acciones en circulación, que se venden actualmente a \$150.000 cada una. Se espera que el retorno sobre el patrimonio (ROE) de 13 % se mantenga en el futuro. Adicionalmente, la empresa evalúa un proyecto de inversión que requiere \$50 millones hoy y \$20 millones dentro de 1 año, y que comenzará a generar utilidades anuales adicionales de \$10,44 millones a perpetuidad, a partir del tercer año.
La tasa de rendimiento exigida por los accionistas es de un 12 %.

1. Calcule la tasa de crecimiento esperada de los dividendos (g) de *Cincosur*.

   Pauta: La tasa de crecimiento se calcula como:

   $$g = ROE \cdot b$$

   donde b es la fracción de utilidades retenidas.

   $$b = 0,70 \quad \Rightarrow \quad g = 0,13 \cdot 0,70 = 0,091 \approx 9,1\,\%$$

2. Determine el precio de la acción usando el modelo de dividendos descontados considerando únicamente el crecimiento orgánico (sin el nuevo proyecto).

   Pauta: El dividendo esperado el próximo año:

   $$D_1 = E_1 \cdot (1-b) = 12.000 \cdot (1-0,70) = 12.000 \cdot 0,30 = 3.600$$

   Precio de la acción:

   $$P_0 = \frac{D_1}{R_e - g} = \frac{3.600}{0,12 - 0,091} = \frac{3.600}{0,029} \approx 124.138$$

3. Calcule el *Present Value of Growth Opportunities* (PVGO) de la empresa.

   Pauta: El valor sin crecimiento (earnings / R_e) es:

   $$\frac{E_1}{R_e} = \frac{12.000}{0,12} = 100.000$$

   Entonces:

   $$PVGO = P_0 - \frac{E_1}{R_e} = 124.138 - 100.000 = 24.138$$

4. Determine el Valor Presente Neto (VPN) del nuevo proyecto.

   Pauta: Flujos del proyecto: \$50 millones hoy y \$20 millones dentro de 1 año (costos), y \$10,44 millones anuales perpetuos desde año 3.

   En este caso, asumiendo que la empresa tiene solo este proyecto, podemos asumir que la tasa de descuento será igual al rendimiento esperado de las acciones.

$$VPN = -50 - \frac{20}{1+0,12} + \frac{10}{0,12} \cdot \frac{1}{(1+0,12)^2}$$

   Primero, actualizamos \$20 millones del año 1:

$$\frac{20}{1,12} \approx 17,857$$

   Valor presente de la perpetuidad desde año 3:

$$\frac{10,44}{0,12} = 87 \quad \text{descontado 2 años: } \frac{87}{1,12^2} \approx 69,35$$

   VPN total:

$$VPN = -50 - 17,857 + 69,35 \approx 1,484 \approx 1,48$$

   (positivo, por lo que el proyecto crea valor)

5. Estime el nuevo precio teórico de la acción si la empresa lleva a cabo este proyecto.

   Pauta: Valor creado por proyecto por acción:

$$\Delta P = \frac{VPN \text{ total}}{\text{número de acciones}} = \frac{1.480.000}{100.000.000} = 0,0148 \text{ Millones } \approx 14.800$$

   Nuevo precio de la acción:

$$P_0^{nuevo} = 124.138 + 14.800 \approx \$138.938$$

6. Discuta brevemente (máx. 5 líneas) cómo podría afectar a los inversionistas un eventual cambio en la política de *payout*, considerando que en Chile los inversionistas institucionales y AFPs tienen un peso relevante.

   Pauta:

   - Un aumento en el *payout* reduciría la retención de utilidades y, por lo tanto, el crecimiento futuro (g), disminuyendo PVGO y el precio de la acción.
   - Disminuir el *payout* aumentaría la reinversión, mayor crecimiento y PVGO, pero podría afectar la liquidez de los inversionistas que dependen de dividendos.
   - Inversionistas institucionales y AFPs valoran flujos de dividendos estables, por lo que cambios bruscos podrían impactar su decisión de mantener acciones.

P3.- Portafolio de dos activos y diversificación

Un inversionista chileno considera invertir en dos acciones cuyos rendimientos están expresados en pesos chilenos (CLP):

Acción	Rendimiento esperado	Desviación estándar
X	9 %	18 %
Y	6 %	12 %

La correlación entre ambas acciones es $\rho_{XY} = -0,3$.
Sea w la fracción invertida en la acción X (y $1-w$ en la acción Y).

1. Escriba el rendimiento esperado del portafolio en función de w.

   Pauta:

$$E[r_p] = w \cdot E[r_X] + (1-w) \cdot E[r_Y]$$

$$E[r_p] = w \cdot 0,09 + (1-w) \cdot 0,06 = 0,06 + 0,03w$$

2. Escriba la varianza del portafolio en función de w.

   Pauta:

$$\text{Var}(r_p) = w^2\sigma_X^2 + (1-w)^2\sigma_Y^2 + 2w(1-w)\,\text{Cov}(X,Y)$$

   Como $\text{Cov}(X,Y) = \rho_{XY}\sigma_X\sigma_Y = -0,3 \cdot 0,18 \cdot 0,12 = -0,00648$:

$$\text{Var}(r_p) = w^2(0,18^2) + (1-w)^2(0,12^2) + 2w(1-w)(-0,00648)$$

$$\text{Var}(r_p) = 0,0324w^2 + 0,0144(1-2w+w^2) - 0,01296w + 0,00648w^2?$$

   Vamos a desarrollar paso a paso:

$$(1-w)^2 \cdot 0,0144 = 0,0144 - 0,0288w + 0,0144w^2$$

$$2w(1-w)(-0,00648) = -0,01296w + 0,01296w^2$$

   Sumando todos los términos:

$$\text{Var}(r_p) = (0,0324 + 0,0144 + 0,01296)w^2 + (-0,0288 - 0,01296)w + 0,0144$$

$$\text{Var}(r_p) = 0,05976w^2 - 0,04176w + 0,0144$$

3. Calcule $E[r_p]$ y σ_p para $w=0$, $w=1$ y $w=0,5$.

   Pauta:

   - $w=0$: $E[r_p] = 0,06$, $\sigma_p = \sqrt{0,0144} = 0,12$
   - $w=1$: $E[r_p] = 0,09$, $\sigma_p = \sqrt{0,0324} = 0,18$
   - $w=0,5$: $E[r_p] = 0,06 + 0,03 \cdot 0,5 = 0,075$

$$\text{Var}(r_p) = 0,05976(0,5)^2 - 0,04176(0,5) + 0,0144 = 0,01494$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,00846} \approx 0,09197$$

4. Dibuje $E[r_p]$ vs. σ_p para esos tres puntos y explique el beneficio de diversificación.

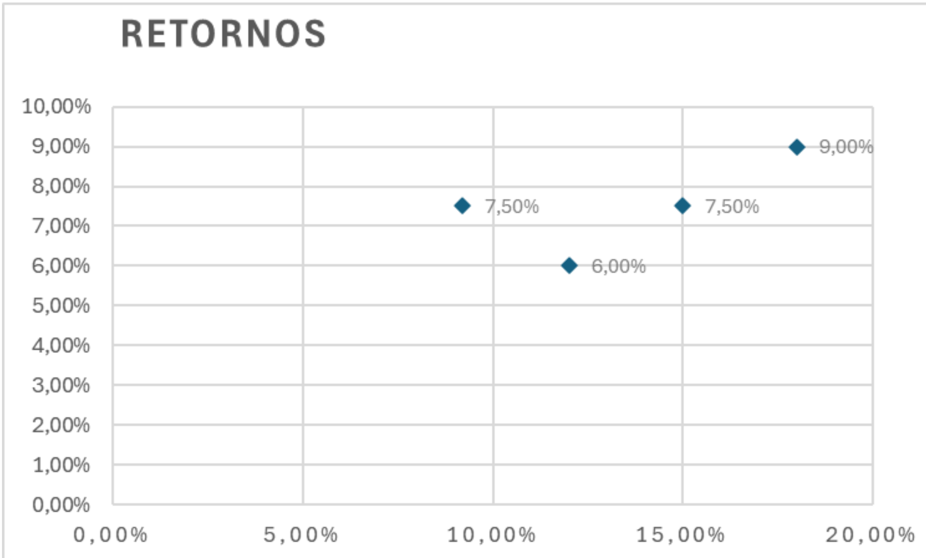

Figura 1: Gráfico P3

Pauta:

- Se observa que $w = 0,5$ tiene menor σ_p que el simple promedio de las desviaciones, mostrando que combinar activos con correlación negativa reduce el riesgo.

5. Determine el w que minimiza la varianza y calcule $E[r_p]$ y σ_p para ese portafolio.

Pauta:

Nota: Este inciso también podrían haberlo resuelto ocupando las fórmulas conocidas para los pesos de mínima varianza. En este caso, era menos latero hacer la derivada e igualar a 0. Recuerden que, los pesos de mínima varianza resultan de la generalización de esta derivada.

$$\frac{d\,\mathrm{Var}(r_p)}{dw} = 2 \cdot 0,05976w - 0,04176 = 0 \quad \Rightarrow \quad w = \frac{0,04176}{2 \cdot 0,05976} \approx 0,349$$

$$E[r_p] = 0,09 \cdot 0,35 + 0,06 \cdot 0,65 \approx 0,0705 \approx 7,05\,\%$$

$$\mathrm{Var}(r_p) = 0,05976(0,349)^2 - 0,04176(0,349) + 0,0144 \approx 0,007104578$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,007104578} \approx 0.08428 \approx 8,428\,\%$$