

Pauta CTP 2 Finanzas I – IN4232

Profesores: Rafael Epstein y Luis Llanos

Profesor Auxiliar: Rubén Ortega y Guillermo Morales

Ayudantes: Felipe Aguad, Axel Ballesteros, Josué Guillen, Catherine Méndez, Nicolás Ramírez,
Fernanda Saavedra y Francisca Santa Cruz

Pregunta 1 (10 puntos):

Una automotora le ofrece un crédito para pagar una parte del precio de un auto nuevo citando una tasa anual (APR) de 12%. Recuerde que los créditos automotrices típicamente requieren pagos mensuales.

(a) ¿qué tasa efectiva tiene ese crédito? (2 puntos)

Dado que la tasa anual es de un 12%, la tasa efectiva mensual (Effective Monthly Rate) sería de:

$$\frac{12\%}{12} = 1\%$$

Y la tasa efectiva anual sería de:

$$r_{anual} = \left(1 + \frac{12\%}{12}\right)^{12} - 1 = 12,68\%$$

(b) ¿Cuál es el valor de la cuota si el crédito es por un valor de \$5 millones y su repago se distribuye en 24 cuotas mensuales iguales, que se empiezan a pagar en 3 meses desde la entrega del auto? (8 puntos)

Acá debemos plantear la igualdad entre un annuity de 24 períodos con un desfase de 3 meses y los 5 millones, donde la incógnita será la cuota, así se tiene:

$$5 \text{ MM} = \frac{1}{1,01^2} * \left(\frac{C}{0,01} * \left[1 - \frac{1}{(1 + 0,01)^{24}} \right] \right)$$

$$5 \text{ MM} * 1,01^2 * 0,01 = C * \left[1 - \frac{1}{1,01^{24}} \right]$$

$$51.005 = 0,2124 * C$$

$$240.098,245 = C$$

Por lo que la cuota mensual que se paga a partir del tercer mes por un período de 24 meses es de aproximadamente \$ 240.098



Pregunta 2 (20 puntos)

El precio de mercado actual de un bono con cupón del 7,5% a dos años con un valor nominal de \$ 1.000 es \$ 990,526 (recuerde que dicho bono paga cupones de \$ 75 al final de los años 1 y 2, y el principal de \$ 1.000 al final del año 2). El precio actual de mercado de un bono de descuento puro a dos años con un valor nominal de \$ 1.500 es de \$ 1.286,118.

(a) ¿Cuál debe ser el precio de un bono de descuento puro (*zero coupon*) a un año con un valor nominal de \$ 50 para evitar el arbitraje? (10 puntos)

Primero usamos el bono de descuento puro para obtener la tasa spot a dos años:

$$1.286,118 = \frac{1.500}{(1 + r_2)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{1.500}{1.286,118}} - 1 = 7,9954 \% \approx 8 \%$$

Ahora que tenemos la tasa spot a 2 años, usamos el primer bono para obtener la tasa spot a un año, por lo que se tiene:

$$990,526 = \frac{75}{(1 + r_1)} + \frac{1.075}{1,0799^2}$$

$$990,526 = \frac{75}{(1 + r_1)} + 921,7179$$

$$68,8081 = \frac{75}{(1 + r_1)}$$

$$r_1 = \frac{75}{68,8081} - 1 = 8,9988\% \approx 9\%$$

Ahora que se tiene la tasa spot a un año, podemos calcular cual es el precio del bono de descuento puro a un año con un valor nominal de \$50 tal que no haya arbitraje:

$$V_0 = \frac{\$ 50}{1,089988} = \$ 45,872$$

Así, el precio del bono pedido tal que no haya arbitraje es de \$45,872.



(b) Suponga ahora que el precio de mercado actual de un bono con cupón del 7,5% a tres años con un valor nominal de \$ 1.000 es \$ 998,446 (recuerde que dicho bono paga cupones de \$ 75 al final de los años 1, 2, y 3 y el principal de \$ 1.000 al final del año 3). Determine $r_{0,3}$ o, equivalentemente, lo que sería la tasa de descuento de un bono cero-cupón a 3 años. (10 puntos)

Para este caso, ya tenemos las tasas spot de los años 1 y 2, por lo que se tiene la siguiente igualdad:

$$998,446 = \frac{75}{1,089988} + \frac{75}{1,0799^2} + \frac{1.075}{(1 + r_3)^3}$$

$$998,446 = 68,8081 + 64,3123 + \frac{1.075}{(1 + r_3)^3}$$

$$865,3256 = \frac{1.075}{(1 + r_3)^3}$$

$$r_3 = \sqrt[3]{\frac{1.075}{865,3256}} - 1 \approx 7,5\%$$

Por lo que la tasa spot a 3 años sería de un 7,5% aproximadamente.



Pregunta 3 (20 puntos)

Se le proporciona la siguiente información:

Bono	Cupón	Vencimiento	Precio
A	10%	1	104,762
B	7%	2	101,905
C	10%	3	109,488

Todos los pagos de cupones son anuales y los valores nominales son 100.

(a) Determine las tasas de interés de bonos de descuento (*zero coupon*) a 1, 2 y 3 años a partir de los precios dados.

Para obtener las tasas, primero se usará el bono A para obtener la tasa spot a 1 año, con esta ya obtenida, se usa el bono B y la tasa spot antes calculada para calcular la tasa a dos años y con las tasas spot a uno y dos años, además del bono C, se obtiene la tasa spot a 3 años. Con esto ya explicado se procede a calcular:

$$104,762 = \frac{110}{1 + r_1}$$

$$r_1 = \frac{110}{104,762} - 1 = 4,9990\% \approx 5\%$$

Ahora para obtener la tasa spot a dos años se tiene:

$$101,905 = \frac{7}{1,05} + \frac{107}{(1 + r_2)^2}$$

$$95,2383 = \frac{107}{(1 + r_2)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{107}{95,2383}} - 1 = 5,9952\% \approx 6\%$$

Para la tasa spot a tres años:

$$109,488 = \frac{10}{1,05} + \frac{10}{1,06^2} + \frac{110}{(1 + r_3)^3}$$



$$109,488 = 9,5238 + 8,8999 + \frac{110}{(1 + r_3)^3}$$

$$91,0642 = \frac{110}{(1 + r_3)^3}$$

$$r_3 = \sqrt[3]{\frac{110}{91,0642}} - 1 = 6,4997\% \approx 6,5\%$$

Así las tasas a uno, dos y tres años son 5%, 6% y 6,5% respectivamente.

(b) Calcule la tasa de interés anual a plazo desde el año uno hasta el año dos, es decir, f_2 .

Usando las tasas obtenidas anteriormente (del año 1 y 2), la tasa forward debe cumplir con:

$$(1 + r_2)^2 = (1 + r_1)(1 + f_2)$$

Así, reemplazando con las tasas:

$$1,06^2 = 1,05 * (1 + f_2)$$

$$f_2 = \frac{1,06^2}{1,05} - 1 = 7,01\% \approx 7\%$$

Por lo que la tasa forward del año 1 al año 2 es de un 7%.

Pregunta 4 (10 puntos)

¿Cuál de las siguientes inversiones se verá más afectada por los cambios en el nivel de las tasas de interés? Supongamos que las tasas de interés suben o bajan 50 puntos básicos ($\pm 0,5\%$). Clasifique las inversiones desde las menos afectadas (menor cambio de valor) hasta las más afectadas (mayor cambio de valor).

- (a) \$1 millón invertido en un BTP (bono de la Tesorería General de la República de Chile en pesos) con vencimiento a corto plazo.
- (b) \$1 millón invertido en un pagaré de la Tesorería (este pagaré es sin cupones) con vencimiento en septiembre de 2027.
- (c) \$1 millón invertido en un BTP con vencimiento en septiembre de 2027. El bono paga un cupón de 3,5%.
- (d) \$1 millón invertido en un BTP con vencimiento en septiembre de 2027. El bono paga un cupón de 5,25%.

Explique su clasificación.

Se tiene la siguiente ecuación como aproximación de la variación del precio de un bono:

$$\Delta P = -P * ModD * \Delta y$$

Así, ésta depende de cuánto varía la tasa y la duración modificada del bono, en este caso el movimiento de tasas sería el mismo para todos por lo que el determinante relevante sería la duración modificada, que a su vez viene determinada por la duración de Macaulay y la yield del bono, con estos datos en consideración se procede a definir una clasificación:

Desde el punto de vista de la duración, las opciones b) c) y d) terminan sus pagos en 5 años más mientras que la opción a) paga a corto plazo (menos de un año) lo cual le da una amplia diferencia respecto de este punto y sería el bono menos afectado.

Para los bonos b), c) y d), notemos que el b) es el único bono que no tiene pagos intermedios hasta su madurez dado que es un bono cero cupón y así su duración es de 5 años siendo aquel que es más afectado por variaciones de la tasa.

Respecto de los bonos c) y d), ambos pagan cupones pero el c) a una tasa cupón de un 3,5% mientras que el d) a una tasa cupón del 5,25% por lo que habrán mayores pagos de cupón en el tiempo para el bono d) y por lo tanto tendrá una menor duración por lo que se verá afectado en una menor medida que el bono c), así el orden de las inversiones de la menos afectada a la más afectada será:

Opción a) – Opción d) – Opción c) – Opción b)