Universidad de Chile
Departamento de Ingeniería Industrial
IN4232 – Finanzas

Pauta CTP 2

Profesor: Iván Álvarez
Auxiliares: Josue Guillen y Guillermo Morales
Ayudantes: Camila Aguillón, Ricardo Bonilla, Gonzalo Cea, Bastián Iratchet, Raúl Sandoval y Francisca Santa Cruz

Un inversionista desea comprar un bono recién emitido. Los datos del bono son:

- Valor nominal: 100
- Intereses: 8% anual
- Madurez: 3 años

a) Si la tasa de mercado es de 10%. ¿Cuánto debe pagar por el bono?

Para obtener el precio del bono, debemos notar que la tasa cupón o de intereses es del 8% anual, con esta obtendremos el cupón anual de la siguiente forma:

$$C_t = 100 \times 8\% = 8$$

Considerando que la madurez es a 3 años, tendremos los siguientes flujos futuros:

- Los 3 cupones
- La amortización al final de la maduración que corresponde al face value o valor nominal

Valorizando y trayendo los flujos futuros a valor presente con la tasa yield de 10%:

$$P = \sum_{t=1}^{3} \frac{8}{(1+10\%)^1} + \frac{8}{(1+10\%)^2} + \frac{8}{(1+10\%)^3} + \frac{100}{(1+10\%)^3}$$
$$P = 95{,}026$$

El precio a pagar es 95,026, el bono es bajo el valor par, es decir, es cotizado bajo su valor de emisión (valor nominal). Esto ocurre debido a que la tasa de mercado (10%) es mayor a la tasa de cupón (8%).

b) Determine la duración del bono y explique el resultado obtenido

Debemos considerar el resultado anterior conociendo el precio del bono, calcularemos la duration (MacD) mediante la fórmula 2:

$$D = \frac{1}{95{,}02} \sum_{t=1}^{3} \frac{8 \times 1}{(1+10\%)^1} + \frac{8 \times 2}{(1+10\%)^2} + 3 \times \frac{100+8}{(1+10\%)^3}$$
$$D = 2{,}77 \text{ años}$$

La Duración es la media del vencimiento de todos los flujos que paga un bono. Así, a menor valor de cupón, la duración aumenta, pues el flujo final cobra mayor importancia. Por lo que a mayor valor cupón la duración disminuye, al recibir anticipadamente los flujos.

c) Determine cuanto cambia el precio del bono, cuando se produce un cambio de un 1% en el rendimiento del bono.

Existen 3 opciones para resolver este problema:

Opción 1 (forma directa):

Calculando manualmente la variación del precio, al haber un aumento del 1% en la TIR o yield, para ello, realizaremos un cálculo análogo a la pregunta a), en donde los flujos futuros no varían, pero si el factor de descuento que pondera a cada uno de estos: $1/(1+11\%)^t$ para el flujo t-ésimo hasta t=3 años.

Con esto el precio del bono con un aumento del 1% queda de la siguiente forma:

$$P = \sum_{t=1}^{3} \frac{8}{(1+11\%)^1} + \frac{8}{(1+11\%)^2} + \frac{8}{(1+11\%)^3} + \frac{100}{(1+11\%)^3}$$

$$P = 92{,}6689$$

Es decir, el precio tiene un variación de -2,5439% reduciéndose en 2,3574, ante un aumento de 1% en la yield.

Opción 2 (considerando ModD):

La otra opción es conocer que la duration modificada brinda de manera directa la sensibilidad del precio ante un aumento o disminución del 1% en la yield, primero calcularemos la duration modificada para la tasa yield del 10%, para esto usaremos la fórmula 4:

$$ModD = \frac{MacD}{(1+10\%)} = \frac{2{,}77}{(1+10\%)} = 2{,}5249 \ años$$

Con esto ante un aumento del 1% en la yield el precio variará en -2,5249% podemos conocer que el precio variará negativamente ante un aumento en la yield porque a mayor tasa yield, mayor el factor de descuento que se deduce a cada flujo futuro y por tanto cada flujo traído a valor presente tendrá un valor menor i.e un precio menor. La otra manera de conocer el signo es conocer de antemano la siguiente fórmula:

$$\Delta P\% = -ModD \times \Delta r$$

Con esto es directo, que ΔP% = -2,5249%

Por tanto, el precio disminuye en 2,3993 por lo que el nuevo precio de este bono ante un aumento de la tasa yield en 1% será de 92,6270.

Opción 3 (Considerando ModD y convexidad):

Si bien la fórmula anterior brinda una idea de la sensibilización del precio ante cambios en la yield, considerar la convexidad del bono brinda una mayor exactitud en la medida de la variación del precio de este. Para esto calcularemos primero la convexidad del bono mediante la siguiente fórmula:

$$Cv = \frac{1}{P \times (1+y)^2} \times \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t \times (t^2 + t)}{(1+r)^t} + \frac{F \times (T^2 + T)}{(1+r)^T}$$

Con esto basta reemplazar la tasa yield del 10%, flujos futuros y precio calculados en la pregunta a), en efecto:

$$Cv = \frac{1}{95{,}02 \times (1+10\%)^2} \times \sum_{t=1}^{3} \frac{8 \times (1^2+1)}{(1+10\%)^1} + \frac{8 \times (2^2+2)}{(1+10\%)^2} + \frac{8 \times (3^2+3)}{(1+10\%)^3} + \frac{100 \times (3^2+3)}{(1+10\%)^3}$$

$$Cv = 8{,}9398$$

Finalmente basta conocer que:

$$\Delta P\% = -ModD \times \Delta r + \frac{1}{2} \times Cv \times (\Delta r)^2$$

Reemplazando el ModD del bono con yield del 10% (aún sin aumento de tasa) calculado en la opción 2, el Cv y la variación de la tasa yield:

$$\Delta P\% = -2{,}5249 \times 1\% + \frac{1}{2} \times 8{,}9398 \times (1\%)^2$$

$$\Delta P\% = -2{,}4802\%$$

Por tanto, el precio disminuye en 2,3568 por lo que el nuevo precio de este bono ante un aumento de la tasa yield en 1% será de 92,6695.

d) Si no lo compra hoy, y lo compra un año más, cuando la tasa de mercado es del 9%. ¿Cuánto deberá pagar por el bono?

Si ha transcurrido un año, se tendrán los siguientes flujos futuros:

$$P_1 = \frac{8}{(1+9\%)^1} + \frac{8}{(1+9\%)^2} + \frac{100}{(1+9\%)^2}$$

$$P = 98{,}24$$

Formulas:

1)

$$VP = \sum_{T=1}^{T} \frac{C_T}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^T}$$

2)

$$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+y)^t}$$

3)

$$\mathrm{D} = \frac{1}{\mathrm{VP}} \sum_{t=1}^{T} \frac{t\,C_t}{(1+y)^t} = \sum_{t=1}^{T} t \frac{C_t \big/ (1+y)^t}{\text{Precio del bono}}$$

4)

$$D^* = \frac{D_M}{1+y}$$