

# Auxiliar 3

## Bonos

**Profesores: Luis Llanos y Rafael Epstein**  
Auxiliar: Felipe Vega, Frederick Russell y Leandro Venegas.

### **P1.- Bono BCC**

Asuma bonos BCP (pesos chilenos), en donde la tasa de un bono cero cupón a un año es 7% y de un bono cero cupón de dos años es 8%. El Banco Central planea emitir un bono a dos años que pague cupones una vez por año de 9%. El valor nominal del bono es CLP \$100.000. Con estos datos, calcule:

1. Precio del bono
2. YTM
3. Duration (MacD) y Duration Modificada (ModD)

### **P2.- Tasas spot y forward**

Suponga la siguiente lista de precios de bonos zero coupon bonds US Treasury con valor cara de \$1000:

Precio	Madurez
\$970	1
\$920	2
\$880	3
\$830	4

1. Estime la estructura de tasas
2. Encuentre la tasa forward para un préstamo a un año que comienza al final del tercer año
3. Encuentre la tasa forward para un préstamo a un año que comienza al final del segundo año

**P3.- Convexidad**

Considere un bono con maturity 10 años y un valor cara de \$100 que paga cupones anuales de 8%. Asuma que la estructura de tasas es plana al 5%.

1. Encuentre el precio del bono y su Macaulay Duration
2. Asuma un incremento de 10 bps en la yield a 10 años. Calcule el nuevo precio del bono de 2 maneras:
  - Utilizando la fórmula de valorización
  - Utilizando la Modified Duration para aproximar. ¿Existe alguna diferencia importante en ambos valores?
3. Ahora asuma un incremento de 200 bps y repita los dos cálculos realizados en el punto anterior.
4. Calcule la convexidad del bono y utilícela para estimar la variación del precio para un incremento en la yield de 10 bps y 200 bps respectivamente. ¿Existe alguna mejora?  
Comente por qué al utilizar la convexidad la estimación cambia y por qué el uso de la convexidad puede o no ser relevante.

**P4.- Portafolio de Bonos**

Una AFP está evaluando la construcción de un portafolio de renta fija para un horizonte de inversión de 3 años. Se consideran los siguientes instrumentos (bonos bullet):

Bono	Valor Nominal	Cupón Anual	Plazo (años)	Precio (% VN)	(YTM)
A	1.000	5 %	2	101	4,45 %
B	1.000	7 %	5	104	6,20 %
C	1.000	0 %	3	88	4,20 %

La AFP decide construir un portafolio compuesto por **40% en el Bono A, 40% en el Bono B, y 20% en el Bono C** (porcentaje sobre valor de mercado invertido). Considere que el valor del portafolio es de \$1.000.000

1. Calcule el valor de mercado total del portafolio y la cantidad (número de bonos) adquirida de cada instrumento.
2. Calcule la Mac y ModD de cada bono y del portafolio.
3. Analice la sensibilidad del portafolio frente a un alza de 50 bps en las tasas de interés.
4. Proponga una estrategia de cobertura de riesgo de tasa de interés Ajustando la composición entre los bonos dados.

5. Analice si el portafolio se encuentra inmunizado para un horizonte de 3 años. Si no lo está, indicar qué ajustes serían necesarios. Considere que la AFP busca mantener su posición en el bono C (0 cupón)

**P5.- Arbitraje**

Se tiene un bono bullet con tasa cupón del 8% a dos años cuyo valor nominal es \$1,000 y cuyo precio actual es \$1031. Por otro lado, se tiene un bono cero cupón a un año con un valor nominal de \$100 y un precio actual de \$95. Suponga que le ofrecen comprar el bono bullet a un año de la emisión a un precio de \$1150. Diseñe una estrategia de arbitraje, asumiendo que puede pedir prestado a la misma tasa de rendimiento ofrecida para el bono bullet. (Hint: calcule la tasa forward a un año dentro de un año, es decir,  $f_{1,1}$ )

# Resumen

## Bonos

Los bonos son un instrumento financiero utilizado por entidades gubernamentales y empresas para obtener financiamiento. Al comprar un bono, el inversor presta dinero al emisor a cambio de una rentabilidad establecida previamente. Un bono cuenta con las siguientes características:

- **Valor cara:** El valor nominal, par, emisión, carátula o principal, es el monto que el emisor del bono promete pagar al tenedor del mismo en una fecha de vencimiento establecida.
- **Tasa cupón:** Es la tasa de interés nominal que el emisor del bono acuerda pagar periódicamente al tenedor del mismo (generalmente en forma semestral o anual) sobre el valor cara del bono.
- **Madurez:** El plazo que transcurre desde la fecha de emisión del bono hasta su fecha de vencimiento.
- **Precio:** El precio de un bono puede ser calculado como la suma de los flujos de caja futuros (cupones) descontados a valor presente. Para un bono con  $n$  cupones y valor cara  $F$ , el precio  $P$  puede ser calculado como:

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1 + r_{0,t})^t} + \frac{F}{(1 + r_{0,T})^T}$$

Donde  $C$  es el monto del cupón,  $r$  es la tasa de descuento (spot o yield) y  $t$  es el número de períodos (generalmente medido en años) desde el presente hasta el pago del cupón correspondiente.

- **Tasa de descuento:** La tasa de descuento utilizada para calcular el precio de un bono puede ser una tasa spot (multiperiodo) o una tasa yield (TIR o YTM):
  - **Tasa spot:** La tasa spot  $r_{0,t}$  es una tasa de interés para un período específico. Esta tasa se utiliza para calcular el precio de un bono, que puede tener múltiples flujos de efectivo a lo largo de su vida. La tasa spot no es constante y puede variar para diferentes períodos de tiempo.
  - **Tasa yield (TIR o YTM):** Es la tasa de interés que hace que el valor presente de los flujos de caja del bono (cupones y valor cara) sea igual al precio actual del bono. Esta tasa incorpora los flujos de caja futuros del bono y se puede utilizar para comparar bonos con diferentes plazos y tasas de cupón.

## Tipos de bonos

Existen muchos tipos de bonos, sin embargo, estudiaremos dos principales:

- **Bono bullet:** El emisor paga los cupones al tenedor dentro de la madurez del bono, incluyendo en la fecha de vencimiento el pago del valor nominal.
- **Bono cero cupón:** El emisor no paga cupones dentro de la madurez del bono, por lo que el tenedor solo recibirá el valor nominal a la fecha de vencimiento.

## Tasas forward

Una tasa forward es una tasa de interés que se establece en un momento presente para ser efectiva en un momento futuro determinado, es la tasa que se establece hoy para una transacción futura que aún no ha ocurrido. Específicamente, una tasa forward de un período  $n$  a  $n + t$  es la tasa de interés acordada hoy para una transacción que comienza en el año  $n$  y vence en el año  $n + t$ , donde  $n$  es el plazo de la tasa

$$f_{n,t} = \left( \frac{(1 + r_{0,n+t})^{n+t}}{(1 + r_{0,n})^n} \right)^{\frac{1}{t}} - 1$$

- $f_{n,t}$ : Representa la tasa de interés forward que comienza a ser efectiva en el año  $n$  a un plazo de  $t$  años es decir hasta el año  $n + t$
- $r_{0,n+t}$ : Es la tasa spot para el periodo de tiempo  $n + t$  que se observa en el momento  $t = 0$  (es decir, en el presente).
- $r_{0,n}$ : Es la tasa spot para el periodo de tiempo  $n$  que se observa en el momento  $t = 0$ .

## Duration (MacD)

Es el tiempo promedio ponderado de los flujos de efectivo futuros del bono. A diferencia de la madurez, que mide el tiempo restante hasta el vencimiento del bono, la duration tiene en cuenta los flujos de efectivo futuros del bono y la tasa de rendimiento del mismo (YTM).

$$MacD = \frac{\sum_{t=1}^n t \times VP_t}{P}$$

Donde  $T$  es el tiempo de vencimiento del bono,  $VP_t$  es el valor presente del flujo futuro  $t$  y  $P$  es el precio del bono.

## Duration Modificado (ModD)

La Mod duration es similar a la duration, pero se ajusta por la tasa de interés. Mide el cambio porcentual en el precio de un bono por cada cambio de 1% en la tasa yield.

Es una medida importante de riesgo de los bonos, ya que cuanto mayor sea la Mod duration, mayor será la sensibilidad del precio del bono a los cambios en las tasas yield.

La Mod duration se define como:

$$ModD = \frac{MacD}{1 + y}$$

En resumen, la MacD representa el plazo promedio ponderado en el que se espera que un inversor recupere su inversión inicial en un bono, teniendo en cuenta los flujos de efectivo futuros generados por el bono.

La ModD representa la sensibilidad del precio del bono a movimientos en las tasas de interés (YTM).

## Convexidad de Bonos

La convexidad es una medida de segundo orden que mide la sensibilidad de un bono a los cambios en las tasas de interés del mercado y cómo esta sensibilidad cambia a medida que las tasas de interés (yield) cambian.

La convexidad aumenta cuando disminuye el cupón manteniendo fijos el plazo y la tasa de mercado. Esto implica que los bonos cupón cero serán aquellos que tengan la mayor convexidad dada una duración modificada.

La principal diferencia entre la duración modificada y la convexidad es que la primera mide la sensibilidad del precio de un bono a los cambios en las tasas de interés, en cambio la convexidad mide cómo cambia la sensibilidad de la duración modificada (ModD) del bono a medida que las tasas de interés (yield) cambian.

$$Cv = \frac{1}{P_0(1+y)^2} \sum_{t=1}^T \frac{FC_t}{(1+y)^t} (t^2 + t)$$

## Movimientos del precio a cambios en la yield o tasa de mercado

### 1era forma: Valorización

Precio antes del cambio en la yield (P):

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{F}{(1+y)^T}$$

Precio  $P^*$  con la nueva yield  $y^*$ :

$$P^* = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+y^*)^t} + \frac{F}{(1+y^*)^T}$$

Luego la variación en el precio se calcula como:

$$\Delta P = P^* - P$$

## 2da forma: Usando la ModD

$$\Delta P = -ModD \times \Delta y \times P$$

## 3era forma: Usando convexidad

$$\Delta P = [-(ModD \times \Delta y) + \frac{1}{2} \times Cv \times (\Delta y)^2] \times P$$

## Portafolio de bonos

En general las empresas, corporaciones y gobiernos no tienen en su balance general de activos/pasivos un solo bono, sino una cartera o portafolio de bonos:

Bono	Tasa Cupón	Precio	Madurez	Riesgo
A	$r_A$ %	$P_A$	$T_A$ años	BB
B	$r_B$ %	$P_B$	$T_B$ años	A
C	$r_C$ %	$P_C$	$T_C$ años	AAA

Tabla 1: Ejemplo de portafolio de bonos según riesgo S&P

Para valorizar una cartera de bonos se debe conocer el porcentaje o peso invertido de cada bono dentro la cartera  $\alpha_i$ .

La MacD de un portafolio resultará del promedio ponderado de la MacD de cada bono considerando los pesos invertidos  $\alpha_i$ . Es decir, si para el bono A, B y C, se tienen los pesos  $\alpha_A, \alpha_B$  y  $\alpha_C$ , con  $MacD_A, MacD_B$  y  $MacD_C$  entonces el MacD del portafolio P conformado por el bono A, B y C será:

$$MacD(P) = \alpha_A \times MacD_A + \alpha_B \times MacD_B + \alpha_C \times MacD_C$$

La fórmula general por tanto será:

$$MacD(P) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \times MacD_i$$