PERT (Program Evaluation and Review Technique)

Por Christian Willatt H., M. Eng.

Una de las principales funciones de la gestión es la toma de decisiones bajo condiciones de incerteza o riesgo. La gestión de proyectos no es la excepción.

El riesgo tiene 2 elementos: i) la probabilidad de que algo suceda, ii) y la pérdida o ganancia que resultará si sucede. Claramente, estamos más preocupados de protegernos de aquellas situaciones de pérdidas desastrosas.

El método de programación de la ruta crítica CPM asume que todo está determinado con certeza, es decir, que estamos trabajando en un medioambiente determinístico. Pero si examinamos la lista de factores incontrolables que aparecen en los proyectos, es obvio que la secuencia de actividades, sus costos y duraciones pueden no comportarse como se determinó en la fase de planificación del proyecto.

Existen 4 tipos de ambientes decisionales en los cuales un project manager puede encontrarse:

1. Donde la estructura de un plan y los parámetros que describen el plan son conocidos con certeza (ambiente determinístico)
2. Donde la estructura del plan es conocido con certeza pero los parámetros describiendo el plan son variables aleatorias.
3. La estructura del plan es incierta pero los parámetros describiendo cada alternativa estructural son conocidos con certeza.
4. Ambos la estructura del plan y los parámetros describiendo el plan son variables aleatorias.

Estos 4 casos se resumen en el siguiente cuadro

Parámetro / Estructura	Determinística	Estocástica
Determinística	CPM (1)	Ärboles de decisión (3)
Estocástica	PERT (2)	GERT (4)

En cálculos de CPM, se asume que ambos, la red de actividades y sus duraciones son conocidas con certeza. Pero en realidad, existe cierta incertidumbre en la estimación de la duración de las actividades debido a factores incontrolables. PERT permite modelar dicha incertidumbre en términos explícitos para incorporarla en el proceso de toma de decisiones.

Así, algunas preguntas de interés para el gerente de proyecto que PERT permite responder son:

- ¿Cuál es la probabilidad de completar el proyecto en una duración específica T*?
- ¿Cual es la duración del proyecto que debería considerarse en una propuesta de tal modo que la probabilidad de cumplirla iguale o exceda un valor específico?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un evento específico tenga una holgura positiva?

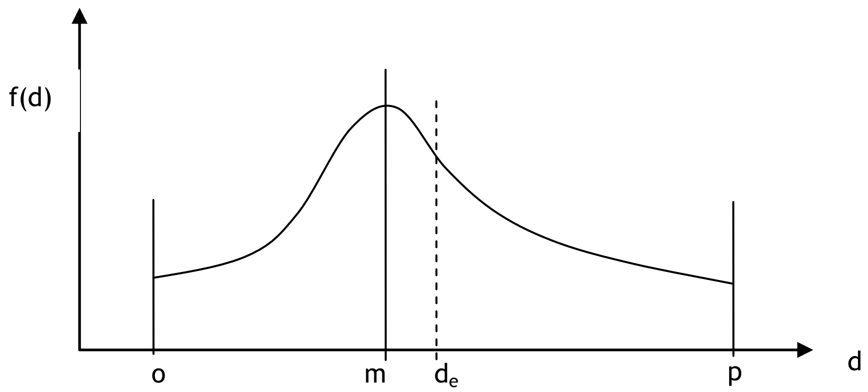
Para aplicar PERT se requieren tres estimaciones para la duración de una actividad, no una como en el CPM. Estas tres estimaciones se describen como:

- o, la duración optimista con una muy baja probabilidad de ocurrencia. Esta estimación responde a la pregunta: Si todo fuera bien, cual sería la mínima duración de la actividad?
- m, la duración más probable
- p, la duración más pesimista con una muy baja probabilidad de ocurrencia. P sería la mejor estimación para la máxima duración que sería requerida para completar la actividad si todo marchara mal (No incluye actos de Dios).

De este modo, o y p pueden definirse de tal modo que $P(di \leq o) \approx 0$ y $P(di \geq p) \approx 0$, donde di es la duración de la actividad i. Así, la duración de la actividad puede describirse como una distribución de probabilidad Beta. Las razones de emplear esta distribución son las siguientes:

- La distribución Beta es unimodal
- Tiene extremos finitos y no negativos
- No es necesariamente simétrica

Estos 3 atributos corresponden a nuestra intuición respecto de una función de frecuencias para la duración de una actividad.



Así, la duración esperada puede calcularse como:

$$d_e = \frac{p + 4m + o}{6}$$

y la desviación Standard como:

$$\sigma = \frac{p - o}{6}$$

Esta fórmula es una aproximación basada en la observación de que casi la totalidad de una distribución unimodal se encuentra contenida dentro de +- 3 desviaciones de la media (para la distribución normal este porcentaje es sobre el 99,7% y ninguna unimodal tiene menos de un 89%).

Ahora, el objetivo es encontrar las fechas esperadas de los eventos y sus varianzas. La fecha de un evento está determinada por la ruta más larga a él, y en este caso es igual a la suma de las duraciones de las actividades. Pero, dado que estas duraciones son variables aleatorias, la fecha del evento también lo es.

Entonces para un evento Y, se tiene

$\mathrm{Y} = \sum a_i \cdot x_i$ donde x_i son variables aleatorias

Luego,

$\overline{\mathrm{Y}} = \sum a_i \cdot \mu_i$ donde $\mu_i = \overline{x}_i$

$$\sigma_y{}^2 = \sum a_i^2 \cdot \sigma_{xi}{}^2 + 2\sum_{i}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} a_i \cdot a_j \cdot Cov[x_i, x_j]$$

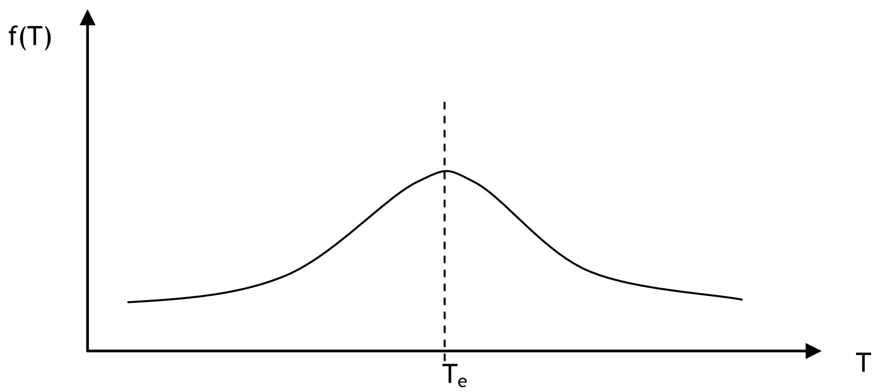
El método PERT asume que las duraciones de las actividades individuales son estadísticamente independientes, lo cual implica que $Cov[x_i, x_j] = 0$. Así, el valor esperado y la varianza para la duración total del proyecto es igual a la suma de los valores esperados y a la suma de las varianzas de las actividades en su ruta crítica, respectivamente:

$T_e = \sum d_e$ (considera actividades en la ruta más larga o ruta crítica)

$$\sigma_T{}^2 = \sum \sigma_d{}^2$$

Lo anterior, implica que la ruta crítica (la con mayor duración esperada) siempre dominará a otras rutas.

Considerando lo anterior, PERT asume que existe un número importante de actividades en la ruta crítica, con lo cual es posible aplicar el Teorema del Límite Central. Así, el proyecto será completado dentro de cierto plazo asumiendo una distribución normal.



Así, la probabilidad de falla, es decir, la probabilidad de que la duración del proyecto T exceda un cierto valor T* se calcula como:

$$Pf = 1 - Prob\ (T \le T^*) = 1 - Prob\ ((T - T_e)/\sigma_T \le (T^* - T_e/\sigma_T) = 1 - Prob\ (z \le Z)$$

donde z es una variable normal aleatoria con media 0 y desviación Standard 1 (Puede calcularse empleando la función DISTR.NORM.ESTAND de Microsoft Excel).

Ejemplo:

Suponga que para un proyecto se tiene que

T* = 20 días (fecha contrato)
T_e = 17 (duración estimada)
σ_T = 3 (Desviación Standard)

Entonces Z = 20-17/3 = 1, luego la probabilidad de que el proyecto sea completado en 20 días o menos es:

Prob ($z \le 1$) = 0,8413   es decir, un 84,1%.