Auxiliar 2

Profesor Auxiliar: Gerardo Beas

Resumen:

- Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE): Método clave para poder comparar aquellos proyectos o situaciones en las que su horizonte de evaluación sea diferente entre sí, y además los flujos sean repetibles.

¿Qué significa repetible? → "El sistema de riego de la planta industrial será reemplazado cada 8 años, y la planta industrial será operada indefinidamente"

Aquí tendríamos un proyecto repetible, puesto que cada 8 años el proyecto por mantención e inversión del sistema de riego se repetirá. Además, nos dicen que la duración de la planta industrial es indefinida, lo que nos sirve para asumir $n = \infty$.

Por último, recordemos que los objetivos del curso se enfocan en saber escoger el mejor proyecto de entre varias opciones posibles, por lo que, además de fijarnos en la tasa de descuento (r), nos importará poder comparar la rentabilidad de diferentes opciones. Sin embargo:

¿Qué pasa si tengo una situación como la anterior? ¿Por qué no puedo usar VAN?

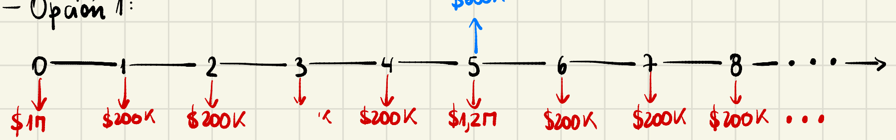
Veámoslo con ejemplos:

- Pensemos que soy el encargado de gestionar la operación de la máquina de café de \$500 de Civil, para ello deberé efectuar mantenciones, y en algún momento comprar otra cuando se cumpla la vida útil de la máquina. Por lo tanto, antes de echar a andar la operación, llega un experto en máquinas de café y presenta dos opciones de mantenimiento
  - Opción 1: Comprar la máquina por \$1M, luego se deben realizar mantenciones anuales de \$200K hasta el año 5 dónde se venderá la máquina por \$600K (Valor residual VR).
  - Opción 2: Mismos costos de mantenimiento que los de la opción 1, pero la máquina será usada hasta que deje de funcionar (8 años de vida útil con las mantenciones correspondientes).

Considerando que el negocio es a perpetuidad ⟶ El VAN es el sgte:

Supongamos $r = 0{,}1$

- Opción 1:



Para calcular el VAN tomemos sólo el primer ciclo

$$\Rightarrow VAN_{\text{opción } 1} = -1M + \frac{600K}{(1+0{,}1)^5} - \frac{200K\,((1+0{,}1)^5 - 1)}{(1+0{,}1)^5 \cdot 0{,}1}$$

$$\Rightarrow VAN_{\text{opción } 1} = -\$1\,385\,604$$

- Opción 2:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 0 & — 1 & — 2 & — 3 & — 4 & — 5 & — 6 & — 7 & — 8 & — \cdots \rightarrow \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ \$1M & \$200K & \$200K & \$200K & \$200K & \$200K & \$200K & \$200K & \$1{,}2M & \end{array}$$

$$\Rightarrow VAN_{\text{opción } 2} = -1M - \frac{200K\,((1+0{,}1)^8 - 1)}{(1+0{,}1)^8 \cdot 0{,}1} = -\$2\,066\,985$$

Con lo anterior, ¿Podemos concluir de inmediato cuál es el que conviene? → ¡NO!, porque aquí a diferencia de otros ejercicios que ya hemos revisado, se tiene una situación repetible y perpetua, puesto que si bien la Opción 1 es a simple vista más conveniente que la Opción 2 (considerando sus VAN), esta tiene una duración o ciclo de 5 años donde se deberá realizar nuevamente la inversión inicial.

Por su parte, la Opción 2 tiene un VAN más negativo, pero el ciclo es de 8 años, es decir que a los 8 años se debe realizar la "re-inversión".

En situaciones como la descrita no basta con calcular el VAN, ya que como son repetibles y perpetuas, deberá estudiarse cada opción a largo plazo → ¿Qué se hace entonces? ¿Se hace un dibujo infinito?

⇝ Se debe usar CAUE, la que no es más que una forma de transformar los flujos de un proyecto en cuotas constantes.

Supongamos $r=0$

⇝ En este caso:

$$\begin{array}{cccc} & & & \$1{,}6M \\ & & & \uparrow \\ 0 & — 1 & — 2 & — 3 \\ \downarrow & & & \\ \$1M & & & \end{array} \Rightarrow VAN = \$600K$$

lo que es equivalente a:

$$\begin{array}{cccc} & \$200K & \$200K & \$200K \\ & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 0 & — 1 & — 2 & — 3 \end{array}$$

si consideramos $r=0$, el VAN nuevamente es \$600K, pero logramos homogenizar los flujos, transformándolos en una cuota constante.

Lo anterior es justamente la idea del CAUE, ¿Pero qué pasa si $r \neq 0$?

Para cualquier r o n podremos transformar los flujos a cuotas usando la fórmula del Valor presente

$$VP = \frac{C\,((1+r)^n - 1)}{(1+r)^n \cdot r} \Rightarrow C = VP\,\frac{r\,(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Con lo anterior, podemos abordar el ejemplo de la máquina de café, pero antes falta un último detalle:

$$CAUE = VAN_1 \cdot \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$, VAN_1 corresponde al VAN del primer ciclo de nuestro proyecto perpetuo

Opción 1: $$CAUE = -1{,}385M \cdot \frac{0{,}1(1+0{,}1)^5}{(1+0{,}1)^5 - 1} \Rightarrow CAUE_{opción\ 1} = -\$365\,519$$

Opción 2: $$CAUE = -2{,}066M \cdot \frac{0{,}1(1+0{,}1)^8}{(1+0{,}1)^8 - 1} \Rightarrow CAUE_{opción\ 2} = -\$387\,445$$

Ahora sí, con este nuevo medidor, podemos concluir que efectivamente la Opción 1 es la más conveniente.

¿Cómo se verá esto?

0 — 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — ••• →

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$365K	$365K	$365K	$365K	$365K	$365K	$365K	$365K	$365K

Como se logró generar una distribución homogénea de los flujos, podremos comparar comparar cualquier proyecto entre sí independiente de si son repetibles o perpetuos, sólo necesitamos la cuota uniforme (CAUE) para determinar la rentabilidad de un proyecto repetible por sobre otro.

¿Por qué la cuota se mantiene constante hasta el infinito si el dinero pierde su valor con el paso del tiempo?

— Esto es porque el proyecto es repetible, siendo la inversión, el VR y cualquier flujo asociado el mismo para cada ciclo, y como suponemos que r se mantiene constante hasta el infinito, entonces será equivalente a que cada ciclo volviera al año 0. Al repetirse, teniendo siempre las mismas cuotas independiente del ciclo.

Además, ¿Por qué asumimos antes que bastaba con tomar el VAN del primer ciclo?

↝ Por lo mismo, pues todos los ciclos al repetirse serán equivalentes entre sí, como si todos se devolvieran al año 0. Con lo cual, tomando el VAN_1 ya podemos calcular la cuota a perpetuidad.

¿Que Significa CAUE?

C (costo) A (Actual) U (Uniforme) E (equivalente)

¡Último detalle!

⇝ Será conveniente calcular el VAN de todo proyecto, pues el CAUE nos ayuda a comparar proyectos, pero NO nos dice directamente qué tan rentable es el proyecto, ya que eso depende de la tasa de descuento r. Pero, ¿Cómo calculamos el VAN de un proyecto infinito?

⇝ En clases se mostró que el VAN de un proyecto perpetuo es $\approx C/r$, por lo tanto, en este caso servirá $CAUE/r$ → El cual nos dará el valor de todo el proyecto.

En conclusión, para proyectos repetibles y perpetuos:

① Calcular el VAN_1 de cada proyecto:

⇝ Recordemos que NO será directo llegar y comparar este VAN, pues inicialmente se tendrán horizontes de tiempo distintos, incluso si no hay nada para comparar este VAN_1 NO indica la rentabilidad de TODO el proyecto, pues éste es perpetuo y el VAN_1 es para un horizonte de tiempo finito.

② Calcular CAUE:

⇝ Se tendrán cuotas constantes para todo el proyecto. Servirá para comparar proyectos, sin embargo, no sirve para determinar el Valor Actual Neto (VAN) de todo el proyecto.

③ Calcular CAUE/r:

⇝ De esta forma, y según lo demostrado en clases, finalmente se obtendrá el valor del proyecto completo, pudiendo concluir su rentabilidad total.

P1 a) Tenemos una tasa de 0,2% real mensual y la debemos transformar a Nominal anual con $\pi = 3\%$ anual.

⇝ ¡OJO! la tasa y la inflación tienen distinta temporalidad

- Tenemos 2 formas

① Primero de nominal a real: transformamos primero la inflación π de anual a mensual

$$\Rightarrow 0{,}03 \text{ anual} \Leftrightarrow 0{,}0024 \text{ mensual}$$

Luego,

$$\underbrace{(0{,}002+1)}_{\text{Real mensual}}\underbrace{(0{,}0024+1)}_{\pi \text{ mensual}} - 1 = i_n \Rightarrow i_{n\,\text{mensual}} = 0{,}44\%$$

Luego de mensual a anual:

$$\boxed{(1+0{,}0044)^{12} - 1 = i_{\text{anual}} \Rightarrow i_{\text{anual}} = 0{,}05499 \Rightarrow r \approx 5{,}5\%}$$

② Primero de mensual a anual: En este caso como ya tenemos π en el horizonte anual, entonces no tenemos que hacer ese paso adicional, siendo entonces sólo necesario calcular la tasa anual

$$\Rightarrow (1+0{,}002)^{12} - 1 = i_{\text{anual}} \Rightarrow i_{\text{anual}} = 0{,}0242$$
(anual real)

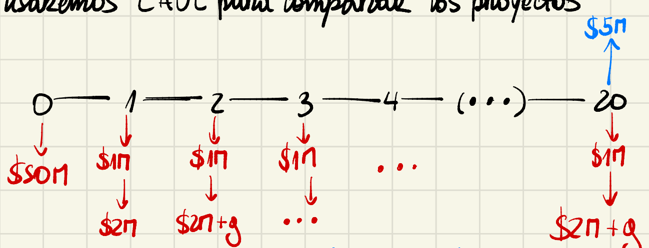
Luego, de real a nominal:

$$\boxed{\Rightarrow (0{,}0242+1)(0{,}03+1) - 1 = i_n \Rightarrow i_n = 0{,}05499 \Rightarrow r \approx 5{,}5\%}$$

∴ es equivalente

b) Tenemos una situación repetible y perpetua, con horizontes de tiempo distintos, para lo cual usaremos CAUE para comparar los proyectos

Opción 1:



*Hay crecimiento compuesto

Para este caso, en una situación de control les recomiendo que dejen el dibujo abreviado, pues como no hay flujos específicos entre el año 1 y el 20 basta con que se entiendan uds. Además dejen la situación con crecimiento expresada como $+g$, con el fin de entender que los \$2M no serán constantes sino distintos cada año con crecimiento g (en este caso 2%)

Entonces el cálculo queda como

$$-50M - \frac{1M\left((1+0{,}055)^{20}-1\right)}{(1+0{,}055)^{20}\cdot 0{,}055} - \underbrace{\frac{2M}{0{,}055-0{,}02}\cdot\left(1-\frac{(1+0{,}02)^{20}}{(1+0{,}055)^{20}}\right)}_{\text{formula de VP para cuotas con crecimiento}} + \frac{5M}{(1+0{,}055)^{20}}$$

$$\Rightarrow VAN_1 = -\$88\,278\,039$$

$$\Rightarrow CAUE = \frac{-88{,}278M\cdot 0{,}055\cdot(1+0{,}055)^{20}}{(1+0{,}055)^{20}-1} \Rightarrow \boxed{CAUE = -\$7\,387\,047}$$

Opción 2:

$$0 \longrightarrow \underset{\downarrow\ \$8M}{1} \longrightarrow \underset{\downarrow\ \$8M}{2} \longrightarrow \underset{\downarrow\ \$8M}{3} \longrightarrow (\cdots) \longrightarrow$$

Notemos que en este caso vamos a estar pagando \$8M infinitamente, por lo tanto, como no tenemos un horizonte finito y además es una cuota constante, no tenemos que hacer nada ya que nos están dando directamente el CAUE, ya que el CAUE no es más que una cuota uniforme e infinita

$$\Rightarrow CAUE = -\$8\,000\,000$$

Por lo tanto, como $CAUE_{opción\ 1} > CAUE_{opción\ 2} \Rightarrow$ la opción 1 es más conveniente

c) Tal como se mencionó, lo anterior nos permite comparar opciones entre sí, no indica directamente cuál es el costo total (o valor total) para todo el proyecto (pues es infinito), para esto $\Rightarrow$ teniendo que la alternativa seleccionada tiene $CAUE = -\$7\,387\,047$, basta con calcular $C/r = CAUE/r$

$$\Rightarrow VAN_{\infty} = \frac{-7\,387\,047}{0{,}055} = -\$134\,309\,950$$

$\rightsquigarrow$ lo que corresponde al costo de todo el proyecto