

Auxiliar 14: Linealización de sistemas no lineales y equilibrios hiperbólicos

Profesor: Michal Kowalczyk

Auxiliares: Benjamín Gallardo - José Calderón

P1. Considere los siguientes sistemas no lineales:

- $x' = \sin x, \quad y' = \cos y$
- $x' = x(x^2 + y^2), \quad y' = y(x^2 + y^2)$
- $x' = x + y^2, \quad y' = 2y$

Para cada uno de estos sistemas:

- Determine sus puntos de equilibrio.
- Linealice el sistema en torno a cada punto de equilibrio.
- Clasifique el tipo de equilibrio del sistema linealizado.
- Indique si el sistema linealizado describe correctamente el comportamiento local del sistema original.
- Esboce el diagrama de fase del sistema original.

P2. Considere el sistema

$$\begin{cases} x' = x^2 + y \\ y' = x - y + a \end{cases}$$

donde a es un parámetro.

- Encuentre, para cada a , todos los puntos de equilibrio del sistema y escriba su respectivas ecuaciones variacionales.
- Describa el comportamiento del sistema linealizado en cada punto de equilibrio. ¿Se puede utilizar para aproximar el comportamiento del sistema no lineal?
- Esboce el diagrama de fase del sistema para distintos valores de a y comente acerca de la existencia de bifurcaciones.

P3. Para $0 < \alpha < 1/2$, considere el sistema no lineal:

$$\begin{aligned} x' &= x(1 - x - \alpha y) \\ y' &= y(1 - 2x - y) \end{aligned}$$

- Determine los puntos críticos y la matriz Jacobiana del sistema asociado.
- Calcule los valores propios de la matriz Jacobiana en los puntos críticos. Además, indique el tipo y estabilidad de cada punto.
- Encuentre los vectores propios asociados a la matriz Jacobiana evaluada en cada punto crítico.
- (Propuesto) Esboce los diagramas de fase para cada linealización considerando $\alpha = 1/4$.

P4. Considere el sistema no lineal:

$$\begin{aligned}x' &= x^2 - xe^{y+1} \\ y' &= y^2 + 2y - xy\end{aligned}$$

- (a) Determine los puntos críticos y clasifíquelos si son aislados o no aislados.
- (b) Clasifique la naturaleza de cada uno de estos puntos. Comente acerca del comportamiento de la linealización para cada uno de los puntos.