Auxiliar 12

Separación de variables

Profesor: Víctor Ramos
Auxiliar: Bruno Pollarolo

Pregunta 1

Dos placas metálicas, conectadas a tierra ($V = 0$) y paralelas al plano xy, una en $y = 0$ y otra a una distancia $y = a$. El sistema está cerrado de tal modo que se aplica un potencial $V_0(y)$ entre placas.

a) Proponga una solución para el potencial electrostático $V(x, y)$ entre placas, utilizando separación de variables. Considere que se cumple la ecuación de Laplace y las condiciones de borde planteadas:

$$\begin{cases} \nabla^2 V = 0 & \\ V(x,a) = V(x,0) = 0 & x \in [0,\infty) \\ V(0,y) = V_0(y) & y \in [0,a] \\ V(x\to\infty, y) = 0 & y \in [0,a] \end{cases} \tag{1}$$

b) Considere $V(0, y) = V_0$. A partir de esto encuentre los coeficientes asociados a la solución reconociendo que en $x = 0$ V_0 se escribe como una expansión en serie de Fourier.

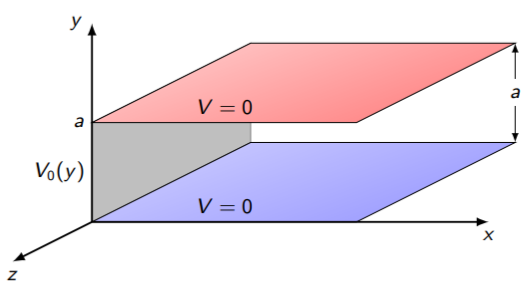

Figura 1: Configuración similar a capacitor, dos placas de metal paralelas al plano xz, una en $y = 0$ y otra en $y = a$. En $x = 0$ las placas están conectadas y cerradas con una tira infinita y aislada de las dos placas la cual mantiene un potencial especifico $V_0(y)$.

Pregunta 2

Considere la siguiente EDP con condiciones de borde e inicial dadas por

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}u(x,t) = \alpha\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) + F(x) & \forall t \geq 0, x \in (0,\pi) \\ u(x,0) = g(x) & x \in (0,\pi) \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 & \forall t \geq 0 \end{cases}$$

Con $g(x) = -\sin(2x) + \sin(4x)$ y $F(x) = \sin(x) + 3\sin(4x) - \sin(5x)$.

a) Considere una solución constante en el tiempo u_p. Encuentre u_p tal que sea solución a la ecuación diferencial asociada y cumpla las condiciones de borde.

b) Se define $u(x,t) = v(x,t) + u_p(x)$. Vea cuál es la ecuación resultante para v y resuélvala.

c) Obtenga la solución general para $u(x,t)$.