Resumen Auxiliar Extra Examen: Estructuras Algebraicas

Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliares: Vicente Maturana Gálvez & Ignacio Dagach Abugattas

Estructuras Algebraicas

Una **ley de composición interna** (l.c.i.) en $A \neq \emptyset$ es una función:

$$* : A \times A \to A$$

$$(x, y) \mapsto x * y$$

Al par $(A, *)$ se le llama **estructura algebraica**.

Una l.c.i. puede ser:

- **Asociativa:** $\forall x, y, z :$ $(x * y) * z = x * (y * z)$
- **Elemento neutro** (e)**:** $\forall x : x * e = e * x = x$
- **Inverso:** Para cada x existe x^{-1} tal que $x * x^{-1} = x^{-1} * x = e$
- **Conmutativa:** $\forall x, y : x * y = y * x$
- **Absorbente** (a)**:** $\forall x : x * a = a$
- **Idempotente (a):** $a * a = a$
- **Cancelable (a):** $a * x = a * y \implies x = y$

Grupo

$(G, *)$ es **grupo** si:

- $*$ es asociativa
- Existe elemento neutro
- Todo elemento tiene inverso

Un grupo se dice **Abeliano** si además es conmutativo

Subgrupo

Sea $(G, *)$ grupo y $H \subseteq G$ no vacío.
$(H, *)$ es **subgrupo** si:

$$\forall x, y \in H : x * y^{-1} \in H$$

Anillo

$(A, +, \cdot)$ es **anillo** si:

- $(A, +)$ es grupo abeliano
- $\cdot$ es asociativa
- $\cdot$ distribuye sobre $+$
- Existe neutro multiplicativo (1)

Es **conmutativo** si $\cdot$ es conmutativa.

Cuerpo

$(K, +, \cdot)$ es **cuerpo** si:

- Es anillo conmutativo
- $\forall x \neq 0$ existe inverso multiplicativo
- $0 \neq 1$

Divisores del cero:
En un anillo, $x \neq 0$ es **divisor del cero**, si $\exists y \neq 0$ tal que: $xy = 0 \lor yx = 0$.
De lo anterior, inmediatamente, y es divisor del cero

- Cuerpo $\implies$ No tiene divisores de cero
- x divisor del 0 $\implies$ x no es invertible para $\cdot$