

Resumen Auxiliar: Relaciones

Profesora: Natacha Astromujoff

Auxiliares: Vicente Maturana Gálvez & Ignacio Dagach Abugattas

Definición de Relación

Una relación es una tripleta (A, B, \mathcal{R}) donde $\mathcal{R} \subseteq A \times B$.

Para $(a, b) \in A \times B$:

- $a\mathcal{R}b$ si $(a, b) \in \mathcal{R}$
- $a\not\mathcal{R}b$ si $(a, b) \notin \mathcal{R}$

A : dominio, B : codominio.

Propiedades de Relaciones

Sea \mathcal{R} una relación en A :

- **Refleja:** $\forall x \in A, x\mathcal{R}x$
- **Simétrica:** $x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$
- **Antisimétrica:** $x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}x \Rightarrow x = y$
- **Transitiva:** $x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z \Rightarrow x\mathcal{R}z$

Relación de Equivalencia

Una relación \mathcal{R} es de **equivalencia** si es:

- **Refleja**
- **Simétrica**
- **Transitiva**

Relación de Orden

Una relación \mathcal{R} en A es de **orden** si es:

- **Refleja**
- **Antisimétrica**
- **Transitiva**

x precede a y si $x\mathcal{R}y$.

$x, y \in A$ son comparables si $x\mathcal{R}y$ o $y\mathcal{R}x$

Clase de Equivalencia

Dado $a \in A$, se define:

$$[a]_{\mathcal{R}} = \{x \in A \mid a\mathcal{R}x\}$$

Conjunto Cociente

Conjunto de clases de **equivalencia**:

$$A/\mathcal{R} = \{[a]_{\mathcal{R}} \mid a \in A\}$$

Orden Total

Una relación de **orden** \mathcal{R} es **total** si:

$$\forall x, y \in A, x\mathcal{R}y \vee y\mathcal{R}x$$

Divisibilidad

En \mathbb{Z} , se define $a \mid b$ si:

$$\exists q \in \mathbb{Z}, b = qa$$

Si $a \mid b$, entonces:

- a divide a b
- b es divisible por a
- b es múltiplo de a

Congruencia Módulo n

Sea $n \in \mathbb{N}$. Se define:

$$a \equiv_n b \Leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z}, a - b = qn$$