Auxiliar 1: Lógica Proposicional I

Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliares: Vicente Maturana Gálvez &
Ignacio Dagach Abugattas

P1. Contradicción y Exploratoria

Pruebe que las siguientes expresiones son tautologías:

a) $[(p \vee q) \iff (p \wedge r)] \implies [(q \implies p) \wedge (p \implies r)]$ por contradicción

b) $(p \implies q \vee r) \iff (p \wedge \bar{q} \implies r)$ de manera exploratoria

P2. Demostración Simbólica

Demuestre de manera simbólica que:

a) $[(p \implies \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r] \implies \bar{p}$

b) $(p \wedge q \implies r) \iff (p \wedge \bar{r} \implies \bar{q})$

P3. Encontrar los Valores de Verdad

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 sabiendo que

$$(p_1 \wedge p_2) \implies [(p_1 \iff \bar{p_3}) \implies (\bar{p_4} \vee (p_2 \wedge p_5))] \text{ es falsa}$$

P4. PDQ ... QED

Demuestre las siguientes proposiciones con la técnica de demostración señalada:

a) Se dice que un número q es racional si $q = \frac{n}{m}$, para n, m enteros y $m \neq 0$. Pruebe por contrarrecíproca que: $3q$ no es racional $\implies$ q no es racional.

b) Pruebe por contradicción que: no existen a, b enteros tales que $18a + 6b = 1$.

c) Pruebe de manera directa que: si m, n son impares, entonces mn es también impar.

d) Pruebe por contradicción que: no existe raíz real para la ecuación $x^2 + 1 = 0$.

e) Pruebe por contradicción que: si n^2 es par, entonces n es par.

Resumen Auxiliar 1: Lógica Proposicional I

Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliares: Vicente Maturana Gálvez & Ignacio Dagach Abugattas

Tautologías básicas

- **Dominancia**: $p \vee V \iff V$,
  $p \wedge F \iff F$
- **Identidad**: $p \wedge V \iff p$,
  $p \vee F \iff p$
- **Idempotencia**: $p \vee p \iff p$,
  $p \wedge p \iff p$
- **Doble negación**: $\bar{\bar{p}} \iff p$
- **Tercio excluso**: $p \vee \bar{p} \iff V$
- **Consistencia**: $p \wedge \bar{p} \iff F$
- **Absorción**: $p \vee (p \wedge q) \iff p$,
  $p \wedge (p \vee q) \iff p$
- **Relajación**: $p \wedge q \implies p$,
  $p \implies p \vee q$
- **Caracterización de la Implicancia**:
  $(p \implies q) \iff (\bar{p} \vee q)$

Técnicas de Demostración

- **Modus Ponens**:
  $p \wedge (p \implies q) \implies q$
- **Transitividad**:
  $(p \implies q) \wedge (q \implies r) \implies (p \implies r)$,
  $(p \iff q) \wedge (q \iff r) \implies (p \iff r)$
- **Contrarrecíproca**:
  $(p \implies q) \iff (\bar{q} \implies \bar{p})$
- **Reducción al Absurdo o Contradicción**:
  $[(p \implies q) \iff V] \iff [(p \wedge \bar{q}) \implies F]$
- **Doble Implicancia**:
  $(p \iff q) \iff (p \implies q) \wedge (q \implies p)$
- **Demostración por casos**:
  $[(p_1 \vee p_2 \vee ... \vee p_n) \implies q] \iff [(p_1 \implies q) \wedge (p_2 \implies q) \wedge ... \wedge (p_n \implies q)]$

Álgebra Booleana

- **Leyes de De Morgan**:
  $\overline{(p \wedge q)} \iff \bar{p} \vee \bar{q}$,
  $\overline{(p \vee q)} \iff \bar{p} \wedge \bar{q}$
- **Conmutatividad**:
  $p \vee q \iff q \vee p$,
  $p \wedge q \iff q \wedge p$
- **Asociatividad**:
  $p \vee (q \vee r) \iff (p \vee q) \vee r$,
  $p \wedge (q \wedge r) \iff (p \wedge q) \wedge r$
- **Distributividad**:
  $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$,
  $p \vee (q \wedge r) \iff (p \vee q) \wedge (p \vee r)$