DESARROLLO AUX 1

TAUTOLOGÍAS Y TÉCNICAS DE DEMOSTRACIÓN

MA1101-5

2025-1

Profesor: Jorge Aguayo A.

Auxiliar: Bianca Zamora Araya

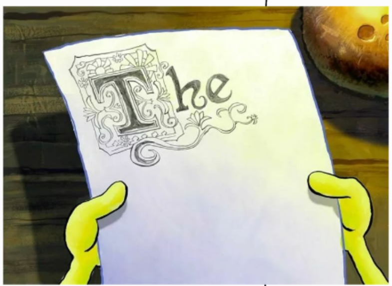
El cuerpo de un ejercicio al hacer una demostración (Bosquejo!)

cuerpo del problema a demostrar

Datos del problema ← se pueden enunciar como "Se sabe que..."

P.D.Q. Proposición a demostrar

"Por Demostrar Que"



En efecto, — comienzo de la demostración

Supóngase que . — se hace saber el método de Demostración a utilizar

Se quiere ver que .

⋮

Pero se sabe por enunciado que . — se utilizan las hipótesis del enunciado/del problema

⋮ — Desarrollar (uso de prop.'s, axiomas, teoremas, cosas T-)

En virtud de lo anterior, se concluye que — conclusión!

se cumple , demostrando lo pedido. ■ — símbolo para indicar que la demostración ha terminado.

alternativamente: Q.E.D.

"Quot Erat Demonstrandum"

Lo anterior es solo una estructura MUY genérica. Dependerá mucho del problema y de su estilo de desarrollo. Pero una idea transversal es que es como "narrar" su resolución. :)

P_1

P1   p, q, r proposiciones lógicas.

P.D.Q. $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q \Rightarrow r)$ es tautología ← que su valor de verdad sea Verdadero

$$\Leftrightarrow \left[(p \Rightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q \Rightarrow r)\right] \Leftrightarrow V$$

short for "Por Demostrar Que". Es una frase que se utiliza para enunciar la proposición lógica que se quiere demostrar.

Demostrar es utilizar algún argumento para justificar que su valor veritativo es V

Tal como pide el enunciado, se desarrollará utilizando una demostración simbólica. Esto quiere decir que se van a aplicar las tautologías ya conocidas (sus valores de verdad, y a qué son equivalentes) hasta obtener una expresión equivalente cuyo valor de verdad sea verdadero $\equiv V$.

La intuición es que, como se quiere desarrollar de forma simbólica, y hay varios $\Rightarrow$, se puede utilizar la caracterización del implica: $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \bar{A} \vee B$

(Lo resuelvo en la siguiente plana para que quede ordenado).

En efecto,

Simbólicamente:

$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q \Rightarrow r)$ ... se comienza de la prop. de interés

$\Leftrightarrow (\bar{p} \vee r) \Rightarrow (\overline{p \wedge q} \vee r)$ caracterizaç de la implicancia en ambas implicancias $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \bar{A} \vee B$

$\Leftrightarrow (\bar{p} \vee r) \Rightarrow (\underbrace{\bar{p} \vee \bar{q}} \vee r)$ ley de De Morgan $\overline{A \wedge B} \Leftrightarrow \bar{A} \vee \bar{B}$

$\Leftrightarrow (\overline{\bar{p} \vee r}) \vee \bar{p} \vee \bar{q} \vee r$ caracterizaç de la implicancia $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \bar{A} \vee B$

$\Leftrightarrow (\bar{\bar{p}} \wedge \bar{r}) \vee \bar{p} \vee \bar{q} \vee r$ ley de De Morgan $\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge \bar{B}$

$\Leftrightarrow (p \wedge \bar{r}) \vee \bar{p} \vee \bar{q} \vee r$ Doble Negación

$\Leftrightarrow [(p \wedge \bar{r}) \vee \bar{p}] \vee \bar{q} \vee r$ asociatividad de disyunción $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$

$\Leftrightarrow [(p \vee \bar{p}) \wedge (\bar{r} \vee \bar{p})] \vee \bar{q} \vee r$ distributividad de $\vee$ y $\wedge$ $(A \wedge B) \vee C \Leftrightarrow (A \vee C) \wedge (B \vee C)$ ¡queda al medio!

$\Leftrightarrow [V \wedge (\bar{r} \vee \bar{p})] \vee \bar{q} \vee r$ Tercio excluso $A \vee \bar{A} \Leftrightarrow V$ "una cosa o la otra"

$\Leftrightarrow [\bar{r} \vee \bar{p}] \vee \bar{q} \vee r$ identidad de conjunción $A \wedge V \Leftrightarrow A$ "depende de A"

superfluos porque solo hay disyunciones :)

$\Leftrightarrow \bar{p} \vee \underbrace{\bar{r} \vee r} \vee \bar{q}$ conmutatividad de disyunción $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$

$\Leftrightarrow \bar{p} \vee V \vee \bar{q}$ Tercio excluso $A \vee \bar{A} \Leftrightarrow V$

$\Leftrightarrow V$ // Dominancia de disyunción $A \vee V \Leftrightarrow V$ "V domina"

Como la proposición original es equivalente a una verdadera, se concluye que es tautología, demostrando lo pedido. ☒

P2

P2 p, q, r proposiciones lógicas

P.D.Q. $\underbrace{\left((p \Rightarrow \bar{q}) \wedge [(\bar{r} \vee q) \wedge r] \Rightarrow \bar{p} \right)}_{*} \Leftrightarrow V$

En general, las proposiciones lógicas que nos interesan demostrar son del tipo "si pasa esto entonces esto otro" (implicaciones). Luego, las técnicas de demostración se enfocan a resolverlas de diferentes maneras.

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \bar{A} \vee B$$

La forma directa para ver que $A \Rightarrow B$ es V, es mostrar que no puede ser F! Vale decir, que si A es V, se debe mostrar que B es V.

Esto porque el único caso en que $\Rightarrow$ es F es cuando A es V y B es F (en el resto de casos es verdadera!!), luego, basta ver que el caso crítico jamás ocurre al verificar que si A es V, entonces se cumple que B sea V.

A	B	$A \Rightarrow B$
V	V	V
V	~~F~~	F
F	V	V
F	F	V

Eu virtud de lo anterior, supondremos la hipótesis y vamos a chequear que la conclusión es cierta.

En efecto,

Supóngase que se tiene la hipótesis,
es decir, que $[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge [(\bar{r} \vee q) \wedge r]] \Leftrightarrow V$.

Se quiere ver que la conclusión es cierta,
i.e. que $\bar{p} \Leftrightarrow V$.

short for "id est"
que significa "es decir"

Como la hipótesis es verdadera, por definición de conjunción,
$p \Rightarrow \bar{q} \Leftrightarrow V$ y $(\bar{r} \vee q) \wedge r \Leftrightarrow V$.

Por definición de conjunción nuevamente, entonces se tiene
que $\bar{p} \vee q \Leftrightarrow V$ y $\boxed{r \Leftrightarrow V}$.

Ojo

Notar que $\bar{r} \vee q \underset{r \Leftrightarrow V}{\Leftrightarrow} \bar{V} \vee q \Leftrightarrow F \vee q \underset{\text{identidad de } \vee}{\Leftrightarrow} q$.

Como $(F \vee q) \Leftrightarrow V$ y $F \vee q \Leftrightarrow q$, entonces $q \Leftrightarrow V$.

o sea: $p \Rightarrow \bar{q} \underset{\text{caráct.} \Rightarrow}{\Leftrightarrow} \bar{p} \vee \bar{q} \underset{q \Leftrightarrow V}{\Leftrightarrow} \bar{p} \vee \bar{V} \underset{\bar{V} \Leftrightarrow F}{\Leftrightarrow} \bar{p} \vee F \underset{\text{identidad de } \wedge}{\Leftrightarrow} \boxed{\bar{p} \Leftrightarrow V}$

Así, por transitividad se tiene que $\bar{p} \Leftrightarrow V$.

Como se procedió por demostración directa, y a partir de la hipótesis se obtiene la conclusión, se concluye que la proposición * es tautología, Q.E.D. ▨

otra opción podría haber sido usar la información deducida a partir del hecho de que $\bar{p} \vee q \Leftrightarrow V$, es decir:

$\bar{p}$	q	$\bar{p} \vee q$	p
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	V
~~F~~	~~F~~	~~F~~	~~V~~

ponerse en los tres casos, y usar los valores de verdad de q y p.

esto se llama "exploración" o "ponerse en casos"

P3

P3 p, q, r, s proposiciones lógicas.

P.D.Q. $\left((p\Rightarrow q)\wedge(\bar{s}\Rightarrow \bar{r})\Rightarrow \bar{p}\vee \bar{r}\vee (q\wedge s)\right)\Leftrightarrow V$

$$\Leftrightarrow \overline{\bar{p}\vee \bar{r}\vee (q\wedge s)} \Rightarrow \overline{(p\Rightarrow q)\wedge(\bar{s}\Rightarrow \bar{r})}$$

contrarrecíproca $A\Rightarrow B \Leftrightarrow \bar{B}\Rightarrow \bar{A}$

$$\Leftrightarrow \bar{\bar{p}}\wedge \bar{\bar{r}}\wedge \overline{(q\wedge s)} \Rightarrow \overline{p\Rightarrow q}\vee \overline{\bar{s}\Rightarrow \bar{r}}$$

Ley de De Morgan

$$\Leftrightarrow p\wedge r\wedge \overline{(q\wedge s)} \Rightarrow \overline{\bar{p}\vee q}\vee \overline{\bar{\bar{s}}\vee \bar{r}}$$

* Doble Negación
* Caract. de $\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow p\wedge r\wedge \overline{(q\wedge s)} \Rightarrow (\bar{\bar{p}}\wedge \bar{q})\vee \overline{s\vee \bar{r}}$$

* Ley de De Morgan
* Doble negación

$$\Leftrightarrow p\wedge r\wedge \overline{(q\wedge s)} \Rightarrow (p\wedge \bar{q})\vee(\bar{s}\wedge \bar{\bar{r}})$$

* Doble negación
* Ley de De Morgan

$$\Leftrightarrow p\wedge r\wedge \overline{(q\wedge s)} \Rightarrow (p\wedge \bar{q})\vee(\bar{s}\wedge r)$$

Doble Negación

El método de contrarrecíproca consiste en reescribir el implica según la caracterización de contraposición (la idea es que esta sea más fácil de demostrar de forma directa) y utilizar demostración directa.

"supongo hipótesis, veo que conclusión es cierta"

Usar contrarrecíproca y demostración directa

En efecto,

Por contrarrecíproca,

Supóngase que se tiene $p \wedge \bar{r} \wedge \overline{(q \wedge r)}$.

Se quiere mostrar que se tiene $(p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{r} \wedge r)$.

En virtud de la hipótesis, por definición de la conjunción, se tiene que $p \Leftrightarrow V$, $\bar{r} \Leftrightarrow V$ y $\overline{q \wedge r} \Leftrightarrow V$

vale decir, que $\boxed{p \Leftrightarrow V}$, $\boxed{r \Leftrightarrow F}$ y $\bar{q} \vee \bar{r} \Leftrightarrow V$, al usar la def. de negación y ley de De Morgan, respect.

Como se tiene que $\bar{q} \vee \bar{r} \Leftrightarrow V$, por def. de disyunción, se tiene los siguientes tres casos:

(i) $q \Leftrightarrow F \wedge r \Leftrightarrow F$

(ii) $q \Leftrightarrow F \wedge r \Leftrightarrow V$

(iii) $q \Leftrightarrow V \wedge r \Leftrightarrow F$

$\bar{q}$	$\bar{r}$	$\bar{q} \vee \bar{r}$	q	r
V	V	V	F	F
V	F	V	F	V
F	V	V	V	F
F	F	F	V	V

Explorándolos:

$*\bar{q} \Leftrightarrow V$
$*q \Leftrightarrow F$

(i) $p \wedge \bar{q} \Leftrightarrow V \wedge \bar{F} \Leftrightarrow V \wedge V \Leftrightarrow V$

$\therefore (p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{r} \wedge r) \Leftrightarrow V$ //

def. disyunción

basta que alguno sea verdadero

(ii) ídem. significa "lo mismo"

$*\bar{r} \Leftrightarrow F$
$*r \Leftrightarrow V$

(iii) $\bar{r} \wedge r \Leftrightarrow \bar{F} \wedge V \Leftrightarrow V \wedge V \Leftrightarrow V$

$\therefore (p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{r} \wedge r) \Leftrightarrow V$ // def. $\vee$

Como en todos los casos se obtiene el predicado a partir de la hipótesis, se concluye que * es verdadera. Q.E.D. ☒

P4

P_4

p, q, r proposiciones

P.D.Q. $\underbrace{(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow \bar{r})}_{\star}$

Para demostrar una implicancia por contradicción, la idea central es mostrar que jamás puede ser Falso, pues si lo fuese, se llega a un absurdo (luego, es necesario que sea siempre verdadero $\therefore$ es tautología).

A partir de esto se tiene el procedimiento de asumir que

$A \Rightarrow B$ es Falso $\Leftrightarrow (\bar{A} \vee B \Leftrightarrow F)$

$\Leftrightarrow (\overline{\bar{A} \vee B} \Leftrightarrow V)$

$\Leftrightarrow (A \wedge \bar{B} \Leftrightarrow V)$ o sea, que la hipótesis es verdadera y simultáneamente la conclusión no lo es.

Asumir que se cumple la hipótesis y que la conclusión no se cumple (es Falsa); con ello, utilizar estos hechos para deducir hasta obtener alguna contradicción.

En efecto, $(A \wedge \overline{B} \Leftrightarrow F) \Leftrightarrow (\overline{A \wedge \overline{B}} \Leftrightarrow V) \Leftrightarrow (\overline{A} \vee B \Leftrightarrow V) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B) \Leftrightarrow V$

Hacia contradicción,

Se asume por hipótesis que $\left[(p \Rightarrow \overline{q}) \wedge (r \Rightarrow q)\right] \Leftrightarrow V$

Si $p \Rightarrow \overline{r}$ no ocurriera i.e. fuese Falso, entonces necesariamente $p \Leftrightarrow V$ y $\overline{r} \Leftrightarrow F$ i.e. $\boxed{p \Leftrightarrow V}$ y $\boxed{r \Leftrightarrow V}$.

$\Leftrightarrow \overline{p} \Leftrightarrow F$ $\quad \Leftrightarrow \overline{r} \Leftrightarrow F$

De la hipótesis, por definición de conjunción, ambas proposiciones son ciertas i.e. $(p \Rightarrow \overline{q}) \Leftrightarrow V$ y $(r \Rightarrow q) \Leftrightarrow V$.

Por caracterización del implica, $\underbrace{\overline{p} \vee \overline{q}}_{(i)} \Leftrightarrow V$ y $\underbrace{\overline{r} \vee q}_{(ii)} \Leftrightarrow V$

(i) $\underbrace{\overline{p} \vee \overline{q}}_{\Leftrightarrow V \text{ por hipótesis}}$

$\Leftrightarrow \overline{V} \vee \overline{q}$ $\quad$ $p \Leftrightarrow V$

$\Leftrightarrow F \vee \overline{q}$

$\Leftrightarrow \overline{q}$ $\quad$ identidad

$\therefore \overline{q} \Leftrightarrow V$ $\quad$ transitividad

(ii) $\underbrace{\overline{r} \vee q}_{\Leftrightarrow V \text{ por hipótesis}}$

$\Leftrightarrow F \vee q$ $\quad$ $\overline{r} \Leftrightarrow F$

$\Leftrightarrow q$ $\quad$ identidad

$\therefore q \Leftrightarrow V$

De (i) y (ii): $\overline{q} \Leftrightarrow V \Leftrightarrow q$,

o sea $\overline{q} \Leftrightarrow q$

pues contradice la def. de negación //

Luego, como se redujo a un absurdo y se procedió por contradicción, el supuesto es falso, su negación es cierta y se concluye que ☆ es tautología, mostrando así lo pedido. ■

↳ Alternativamente, se puede usar la inspección y analizar por casos.

q está involucrado en ambos supuestos.

Se sabe que $\bar{p} \vee \bar{q} \Leftrightarrow V$ y $\bar{r} \vee q \Leftrightarrow V$.

Inspeccionando:

$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\bar{p} \vee \bar{q}$	p	q
V	V	V	F	F
V	F	V	F	V
F	V	V	V	F
F	F	F	V	F

$\bar{r}$	q	$\bar{r} \vee q$	r	q	$\bar{q}$
V	V	V	F	V	F
V	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	F
F	F	F	V	F	V

Por casos (en q): $\underbrace{q \Leftrightarrow V}_{(i)}$ ó $\underbrace{q \Leftrightarrow F}_{(ii)}$

(i) Si $q \Leftrightarrow V \Rightarrow \bar{p} \Leftrightarrow V$ y $\bar{r} \Leftrightarrow V$

ó

necesariamente, por def. de disyunción

$\bar{p} \Leftrightarrow V$ y $\bar{r} \Leftrightarrow F$ pues $p \Leftrightarrow V$ //

(ii) Si $q \Leftrightarrow F \Rightarrow \bar{r} \Leftrightarrow V$ y $\bar{p} \Leftrightarrow V$

ó

necesariamente por def. de $\vee$

$\bar{r} \Leftrightarrow V$ y $\bar{p} \Leftrightarrow F$ pues $r \Leftrightarrow V$ //

Como se llegó a una contradicción en todos los casos, el supuesto es falso, su negación es cierta y se concluye que * es tautología, mostrando así lo pedido. ■

¡Hay otra forma mucho más breve para demostrar la proposición... Propuesto encontrarla!

P5

(P5) p_1, p_2, p_3, p_4 proposiciones lógicas cuyo valor veritativo se desconoce.

$$\left[p_4 \Rightarrow (p_3 \vee \overline{p_3})\right] \Rightarrow \left[\overline{(p_1 \Rightarrow p_2)} \wedge p_4 \wedge \overline{p_3}\right] \text{ es verdadero}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\left\{\left[p_4 \Rightarrow (p_3 \vee \overline{p_3})\right] \Rightarrow \left[\overline{(p_1 \Rightarrow p_2)} \wedge p_4 \wedge \overline{p_3}\right]\right\}}_{=:A} \Leftrightarrow V$$

Determinar valor de verdad de p_1, p_2, p_3, p_4.

La idea será utilizar la "exploración" y deducción a partir del hecho: $A \Leftrightarrow V$

En efecto,

Notar que $p_3 \vee \overline{p_3} \Leftrightarrow V$ por Tercio Excluso,

luego $[p_4 \Rightarrow (p_3 \vee \overline{p_3})]$

$\Leftrightarrow [p_4 \Rightarrow V]$

$\Leftrightarrow V$

(!!) (def. de $\Rightarrow$)

C	D	$C \Rightarrow D$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

(!!)

Como la hipótesis de A $\left(p_4 \Rightarrow (p_3 \vee \overline{p_3})\right)$ es verdadera y A es verdadera, necesariamente la conclusión de A debe ser verdadera, por def. de $\Rightarrow$:

$$\overline{(p_1 \Rightarrow p_2)} \wedge p_4 \wedge \overline{p_3} \Leftrightarrow V$$

$$\Leftrightarrow \left\{\overline{(p_1 \Rightarrow p_2)} \Leftrightarrow V\right\} \wedge (p_4 \Leftrightarrow V) \wedge (\overline{p_3} \Leftrightarrow V)$$

def. $\wedge$

$$\Leftrightarrow \left\{ \overline{\overline{p_1} \vee p_2} \Leftrightarrow V \right\} \wedge (p_4 \Leftrightarrow V) \wedge (p_3 \Leftrightarrow F)$$

* conmút. $\Rightarrow$
* def. $\sim$

$$\Leftrightarrow \left\{ (\overline{\overline{p_1}} \wedge \overline{p_2}) \Leftrightarrow V \right\} \wedge (p_4 \Leftrightarrow V) \wedge (p_3 \Leftrightarrow F)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ (p_1 \wedge \overline{p_2}) \Leftrightarrow V \right\} \wedge (p_4 \Leftrightarrow V) \wedge (p_3 \Leftrightarrow F)$$

$$\Leftrightarrow (p_1 \Leftrightarrow V) \wedge (\overline{p_2} \Leftrightarrow V) \wedge (p_4 \Leftrightarrow V) \wedge (p_3 \Leftrightarrow F)$$

def. $\wedge$

$$\Leftrightarrow (p_1 \Leftrightarrow V) \wedge (p_2 \Leftrightarrow F) \wedge (p_4 \Leftrightarrow V) \wedge (p_3 \Leftrightarrow F) \; //$$

En virtud de lo anterior, se concluye que los valores de verdad de las proposiciones lógicas son:

$$\begin{cases} p_1 : \text{Verdadero} \\ p_2 : \text{Falso} \\ p_3 : \text{Falso} \\ p_4 : \text{Verdadero} \end{cases}$$

Obteniendo así lo pedido. ∎

P6

P6 p, q, r, s proposiciones lógicas.
$s = s(p,q,r)$.

p	q	r	s
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	V

P6 a) Escribir $s = s(p,q,r)$ a partir de la tabla de verdad.

La idea es caracterizar s según cuándo es verdadera, lo cual está explícito en la tabla de verdad

En efecto,

Notar que a partir de la tabla de verdad, se puede caracterizar la proposición s como sigue:

$$V \overset{\text{def. de tabla}}{\Longleftrightarrow} s \Leftrightarrow \underbrace{(p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge \bar r)\vee(p\wedge \bar q\wedge \bar r)\vee(\bar p\wedge \bar q\wedge \bar r)}$$

$$\Leftrightarrow \Big\{\big[\underbrace{(p\wedge q)}_{=:A}\wedge r\big]\vee\big[(p\wedge q)\wedge \bar r\big]\Big\}\vee\Big\{\big[p\wedge \underbrace{(\bar q\wedge \bar r)}_{=:B}\big]\vee\big[\bar p\wedge(\bar q\wedge \bar r)\big]\Big\}$$

asociatividad $\wedge, \vee$

distributiv. de $\wedge$ c/r $\vee$

$$\Leftrightarrow \Big\{[A\wedge r]\vee[A\wedge \bar r]\Big\}\vee\Big\{[p\wedge B]\vee[\bar p\wedge B]\Big\}$$

$$\Leftrightarrow \Big\{A\wedge(r\vee \bar r)\Big\}\vee\Big\{(p\vee \bar p)\wedge B\Big\}$$

$$\Leftrightarrow \Big\{(p\wedge q)\wedge(r\vee \bar r)\Big\}\vee\Big\{(p\vee \bar p)\wedge(\bar q\wedge \bar r)\Big\}$$

$$\Leftrightarrow \Big\{(p\wedge q)\wedge V\Big\}\vee\Big\{V\wedge(\bar q\wedge \bar r)\Big\}$$

Tercio Excluso

$$\Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\bar{q} \wedge \bar{r})$$

Identidad de $\wedge$

$$\Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee \bar{q}] \wedge [(p \wedge q) \vee \bar{r}]$$

distributividad de $\vee$ c/r $\wedge$

$$\Leftrightarrow [(p \vee \bar{q}) \wedge (q \vee \bar{q})] \wedge [(p \vee \bar{r}) \wedge (q \vee \bar{r})]$$

distributividad de $\vee$ c/r $\wedge$

$$\Leftrightarrow [(\bar{q} \vee p) \wedge V] \wedge [(\bar{r} \vee p) \wedge (\bar{r} \vee q)]$$

* Tercico Excluso

* Conmutatividad de $\vee$

$$\Leftrightarrow (q \Rightarrow p) \wedge [(r \Rightarrow p) \wedge (r \Rightarrow q)]$$

* Caráct. de $\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow [(r \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)] \wedge (r \Rightarrow p)$$

* asoc. y conmut. de $\wedge$

$$\Leftrightarrow (r \Rightarrow p) \wedge (r \Rightarrow p)$$

* Transitividad de $\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow (r \Rightarrow p) \quad //$$

Por transitividad, se concluye que $r \Leftrightarrow (r \Rightarrow p)$, calculando así lo pedido $\blacksquare$

P6 b) P.D.Q. $s \Rightarrow (r \Rightarrow p)$

Aquí la intuición debiese decir que hay que considerar los valores de verdad de la tabla!

En efecto:

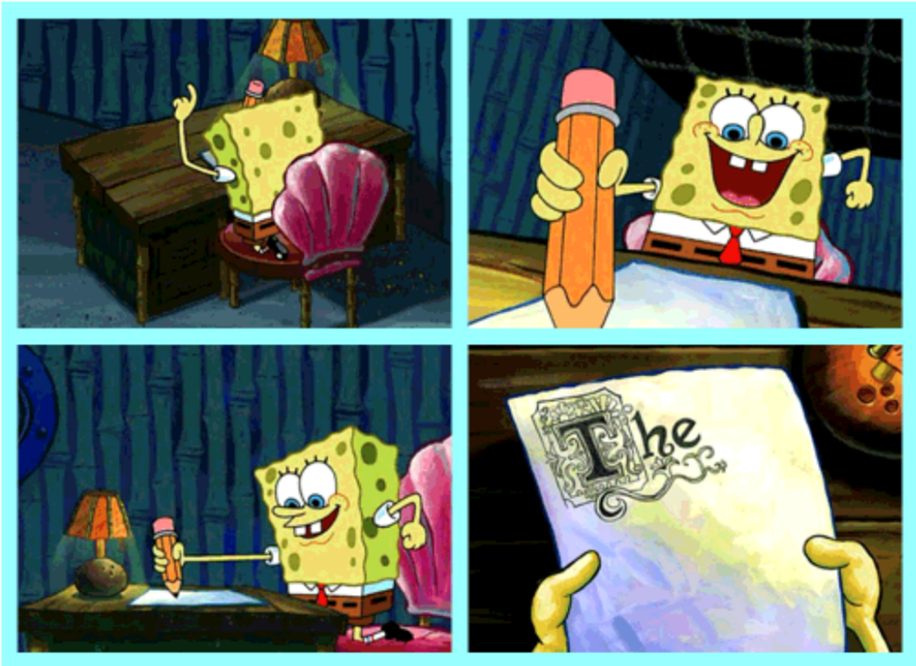
1° Argumento: por la caracterización de equivalencia y la parte anterior:

$$\{s \Leftrightarrow (r \Rightarrow p)\} \underset{\text{caráct. } \Leftrightarrow}{\Longleftrightarrow} \{s \Rightarrow (r \Rightarrow p)\} \wedge \{(r \Rightarrow p) \Rightarrow s\}$$

Se sabe que $s \Leftrightarrow V$ por la def. de la tabla, y en consecuencia de la def. de conjunción, entonces en particular se debe cumplir que $\{s \Rightarrow (r \Rightarrow p)\} \Longleftrightarrow V$, concluyendo lo pedido. ☒

2° Argumento: por demostración directa, usando la info. de la tabla

Aprender a desarrollar demostraciones puede sentirse un poco así:



...

Pero con la práctica, podrán identificar cuáles métodos convienen más, su razonamiento será más fluido y sus argumentos más sólidos.

Bienvenid@s a la Matemática !!

Quedo atenta a dudas!!


Cherry Pie
Fazerdaze