

**Auxiliar 15: Derivadas****Profesor:** Álvaro Hernández U.**Auxiliares:** Luis Fuentes Cruz y Antonia Suazo Ruiz**P1.** Calcule la derivada por definición de:

$$f(x) = \cos x$$

**P2.** Sean  $f, g, k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tres funciones tales que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) \leq g(x) \leq k(x).$$

Si además se sabe que  $f$  y  $k$  son derivables en 0, que  $f'(0) = k'(0) = D$  y  $f(0) = k(0)$ , demuestre que  $g$  es derivable en 0 y que  $g'(0) = D$ .

**P3.** Derive

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| a) Sea $f$ derivable distinta de 0, $g = \frac{1}{f}$ . | d) $x^x$                           |
| b) $\left(\sqrt[3]{x^2 + \sqrt{1 + \cos^2 x}}\right)$   | e) $a(x)^{b(x)}$                   |
| c) $a^x$ con $a$ constante real.                        | f) $\frac{e^{\sin x} - e^{-x}}{x}$ |

**P4.** Demuestre la siguiente proposición:

**Proposición.** Sea  $f : [a, b] \rightarrow [c, d]$  una función monótona y biyectiva. Si  $f$  es diferenciable en  $x_0 \in (a, b)$  y  $f'(x_0) \neq 0$  entonces  $f^{-1}$  es diferenciable en  $y_0 = f(x_0)$  y además

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}.$$

**P5.** Calcule usando L'Hôpital o no los siguientes límites:

- |   |   |
|---|---|
| a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\pi x)}{x^2}$ | c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + x)}{\sqrt{x}}$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{-\frac{x}{\ln x}}$        |   |