

Auxiliar 15: Derivadas

Profesor: Álvaro Hernández U.

Auxiliares: Luis Fuentes Cruz y Antonia Suazo Ruiz

P1. Calcule la derivada por definición de:

$$f(x) = \cos x$$

P2. Sean $f, g, k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tres funciones tales que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) \leq g(x) \leq k(x).$$

Si además se sabe que f y k son derivables en 0, que $f'(0) = k'(0) = D$ y $f(0) = k(0)$, demuestre que g es derivable en 0 y que $g'(0) = D$.

P3. Derive

a) Sea f derivable distinta de 0, $g = \frac{1}{f}$.

d) x^x

b) $\left(\sqrt[3]{x^2 + \sqrt{1 + \cos^2 x}} \right)$

e) $a(x)^{b(x)}$

c) a^x con a constante real.

f) $\frac{e^{\sin x} - e^{-x}}{x}$

P4. Demuestre la siguiente proposición:

Proposición. Sea $f : [a, b] \rightarrow [c, d]$ una función monótona y biyectiva. Si f es diferenciable en $x_0 \in (a, b)$ y $f'(x_0) \neq 0$ entonces f^{-1} es diferenciable en $y_0 = f(x_0)$ y además

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}.$$

P5. Calcule usando L'Hôpital o no los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\pi x)}{x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{-\frac{x}{\ln x}}$