



Auxiliar Extra C4: Axioma del Supremo y Sucesiones I

Profesor: Álvaro Hernández U.

Auxiliares: Luis Fuentes Cruz y Antonia Suazo Ruiz

P1. Determine si el siguiente conjunto tiene supremo. Si ese es el caso, calculelo:

$$A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\} \quad (1)$$

P2. Sea f una función estrictamente creciente cuyo dominio es el intervalo $[0, 1]$. Demuestre que el conjunto $f([0, 1])$ es acotado superiormente. Calcule el supremo del conjunto $f([0, 1])$ y determine si posee máximo.

P3. a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n!) + 2n^2}{3n^2 + 4}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(1 - \sqrt{1 + \frac{3}{n}} \right)$

P4. Considere la sucesión $s_n = \frac{n+2}{5n+2}$.

(a) Demuestre usando la definición que $\lim s_n = \frac{1}{5}$. Hágallo también con la propiedad arquimediana.

(b) Determine cuántos términos de (s_n) quedan fuera del intervalo

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{8}{510}, \frac{1}{5} + \frac{8}{510} \right).$$

P5. Para cada uno de los siguientes criterios, proponga una sucesión que lo cumpla o indique porqué es imposible:

(a) Sucesión no convergente y acotada.

(b) Sucesión convergente y no acotada.