

MA1001-6 Introducción al Cálculo-2025.

Profesor: Jessica Trespalcacios J.

Auxiliar: Sebastián P. Pincheira

16 de junio de 2025



AUXILIAR 12

Limites en \mathbb{R}

Problema 1. ¹ Calcule los siguientes límites:

$$1. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \text{ donde } x \geq 0.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin(x)}$$

$$3. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x+h)^n - ax^n}{h} \text{ donde } a, x \in \mathbb{R} \text{ y } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}.$$

$$4. \text{ Sea } p(x) \text{ un polinomio, es decir, } p(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k x^k \text{ para alguna sucesión real } (a_n)_{n \in \mathbb{N}}. \text{ Calcular } \frac{p(x+h) - p(x)}{h} \text{ con } x \in \mathbb{R}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x+1)}{x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(x))}{x^2}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \cos(x)^{\frac{1}{\sin^2(x)}}.$$

Problema 2. ² Sea

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \mathbb{Q} \\ x, & x \in \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Encuentre todos los puntos $a \in \mathbb{R}$ donde $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Problema 3. ³

$$1. \text{ Muestre que si } \lim_{x \rightarrow 0} f(x)/x = l \text{ con } b \neq 0, \text{ entonces } \lim_{x \rightarrow 0} f(bx)/x = bl.$$

$$2. \text{ Calcule } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{\sin(bx)} \text{ con } a, b \neq 0.$$

¹ del Spivak: Chap 5, 2. aux 13 de MA1001-4 Otoño 2020, 3. y 4. invención mía, 6. y 7. aux 13 de MA1001-4 Otoño 2020 5. inspirado en este mismo aux.

²Inspirado inconscientemente por Spivak, Calculus: Chapter 5, Limits. Problem 20).

³Spivak, Calculus, Chap. 5 Limits, Problem 14.