MA1001-6 Introducción al Cálculo-2025.
Profesor: Jessica Trespalacios J.
Auxiliar: Sebastián P. Pincheira
6 de junio de 2025

Auxiliar 11

exp*onencial*

Problema 1. *a) Demuestre que* $u_n = \frac{n^n}{n! e^n}$ *converge.*

b) Calcule explícitamente:

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n^2\left(e^{\frac{1}{n^2}}-1\right)-1\right)$$

c) Calcule

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(e^{\frac{1}{n}})^i.$$

Problema 2. *Calcule los siguientes límites.*

a) **(1,3 pts.)** $\lim_{n\to\infty} \frac{e^n}{2e^n - e^{-n}}$.

b) **(1 pts.)** $\lim_{n\to\infty} (1+e^n)^{1/n}$

c) **(1 pts.)** $\lim_{n\to\infty} \left\{\exp\left(\frac{n^2+2}{2n^2}\right) + n\log\left(1+\frac{1}{n}\right)\right\}$

Problema 3. *El objetivo del siguiente problema es encontrar, para cada* $x>0$ *una sucesión que converja a* $\log(x)$ *(al igual que se hizo con la función exponencial). Sea* $x>0$*, muestre que*

$$\log(x) = \lim_{n\to\infty} n(x^{1/n}-1)$$

Con lo que pudimos haber definido primero log *y luego definir* exp *como su inversa.*

Problema 4. *a) Sea* (x_n) *una sucesión y sea* (y_n) *convergente a* $y \neq 0$. *Muestre que si*

$$\lim_{n\to\infty} x_n y_n = l,$$

entonces x_n *converge a* l/y. *(Hint.* $\forall a,b,c \in \mathbb{R}$, $(ac>0 \wedge a<b<c \implies \min(|a|,|c|) < |b|)$.*)*

b) Sea (a_n) *convergente a* $L>0$. *Se define*

$$s_n = \left(1+\frac{a_n}{n}\right)^n$$

demuestre que

$$\lim_{n\to\infty} \frac{s_n}{\left(1+\frac{L}{n}\right)^n} = 1.$$

c) Calcule

$$\lim_{n\to\infty} s_n$$

si es que existe.