MA1001-6 Introducción al Cálculo-2025.
Profesor: Jessica Trespalacios J.
Auxiliar: Sebastián P. Pincheira
26 de mayo de 2025

Auxiliar Extra I

Sucesiones

Problema 1. *Demuestre la continuidad de la raíz cuadrada. Es decir, para cualquier sucesión no negativa convergente* (a_n), $(\sqrt{a_n})$ *converge y* $\lim \sqrt{a_n} = \sqrt{\lim a_n}$.

Problema 2. *(a).* [1] *(**2 pts.**) Sea* $s_n = 3 + \frac{\sqrt{n}}{2n+3}$. *Sea* $\varepsilon > 0$. *Muestre que existe un* n_0 *para el que se cumpla que si* $n \geq n_0$ *entonces*

$$|s_n - 3| < \varepsilon.$$

(b). [2] *(≥ **2 pts.**) Sean* $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *y* $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *sucesiones tal que* $a_n \to l$ *y* $b_n \to r$. *Demuestre que* $\max\{a_n, b_n\} \to \max\{l, r\}$.

(c). [3] *Calcule*

1). $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n^n n!}{\sqrt{n+1}}\right)$

2). $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n^2+1} - n)n$

3). $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{4n^4 + 2n^2}{n^4 + 5n^3 + 3n + 6}$

4). $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_n + n}{na_n^2 + 1}$ *donde* $a_n \to l$.

Problema 3. *(a).* [4] *(**2 pts.**) Sean* $a, b \in \mathbb{R}$ *y sean* $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *y* $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *dos sucesiones reales tales que* $a_n \leq a$, $b_n \leq b$ *para todo* $n \in \mathbb{N}$. *Suponga que* $a_n + b_n \to a + b$. *Demuestre que* $a_n \to a$ *y* $b_n \to b$.

(b). [5] *Sea* $a \in \mathbb{R}$ *y* $p\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *un polinomio de grado* $k \in \mathbb{N}$. *Calcule* $\lim p(n)\frac{a^n}{n^n}$.

(c). Sea (b_n) *acotada y* (a_n) *tal que* $(1/a_n)$ *es nula. Muestre que* $\frac{1}{a_n+b_n} \to 0$.

[1] MA1001-4 (Otoño 2020). *Control* 3, P1 (b).
[2] MA1001-4 (Otoño 2020), *Auxiliar* #10. P1. Este problema salió en el control del mismo semestre con $(a_n) = (1)$ y $r = 1$ (MA1001-4 (Otoño 2020). *Control* 3, P1 (c).).
[3] MA1001-4 (Otoño 2020), *Auxiliar* #10. P3.
[4] MA1001 (Primavera 2022), Control 3, P1 b).
[5] Apunte del Curso (MA1001), semana 9, problema P2.