

MA1001-6 Introducción al Cálculo-2025.**Profesora:** Jessica Trespalacios J.**Auxiliar:** Sebastián P. Pincheira**25 de abril de 2025**

AUXILIAR 6

Trigonometría

Problema 1.

(a) Muestre que

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \cos(x+y) = 0 \implies \sin(x+2y) = \sin(x)$$

(b) Muestre que

$$\cos^2(x) - \sin^2(y) = \cos(x-y)\cos(x+y)$$

Problema 2.

(a) Demuestre que

$$\forall x, y \in \text{Dom}(\tan), \tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

(b) Demuestre que si $x+y+z=\pi$, $y, x, y, x \in \text{Dom}(\tan)$, entonces

$$\tan(x) + \tan(y) + \tan(z) = \tan(x)\tan(y)\tan(z)$$

(c) ¿Que se puede decir sobre

$$\forall n \in \mathbb{N}, \forall x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}, x_1 + \dots + x_n = \pi \implies \tan(x_1) + \dots + \tan(x_n) = \tan(x_1) \dots \tan(x_n)?$$

Problema 3.

(a) Muestre que

$$\sin\left(k + \frac{1}{2}\right)x - \sin\left(k - \frac{1}{2}\right)x = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos kx.$$

(b) Concluya que

$$\frac{1}{2} + \cos(x) + \cos(2x) + \dots + \cos(nx) = \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}x\right)}{2 \sin\left(\frac{x}{2}\right)}.$$