

Auxiliar 11: Condiciones de KKT

Programación no lineal II

Profesores: Gonzalo Muñoz y Daniel Rossi

Auxiliares: Felipe Fierro, Felipe Hueitra, Anais Muñoz, Leonardo Navarro, Jimmy Pirul

Pregunta 1 - Examen Recuperativo 2024-1

Considere el siguiente problema de optimización no-lineal, donde $a_i > 1$ para todo i ,

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \frac{a_i^2}{x_i} \\ \text{s.a} \quad & \sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n a_i \\ & x_i \geq 1 \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

- (a) Muestre que el problema es convexo.
- (b) Plantee las condiciones de KKT.
- (c) Determine si existe una solución al sistema KKT que cumpla $x_i > 1$ para todo i .

Pregunta 2: C3 2022 (opti dim jiji)

Dado $u = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$, nos proponemos encontrar un $x \in \mathbb{R}^3$ que verifique

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3$$

y se encuentre lo más cerca posible de u , de acuerdo a la norma Euclídeana ($\|z\| = \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + z_3^2}$).

- (a) Formalice el problema como uno de minimización convexa.
- (b) Explique por qué este problema tiene solución.
- (c) Escriba las ecuaciones de KKT para este problema.

Pregunta 3: Examen 2022 (Opti dim jiji)

Considere el siguiente problema de optimización:

$$(P) \quad \min 3x^2 + 2y^2 - 6x - 4y + 3$$

sujeto a:

$$x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x + y \leq 1$$

- (a) Justifique por qué el problema (P) es convexo y tiene solución.
- (b) ¿Se cumple dualidad fuerte?
- (c) Proponga una solución del problema (P) (se puede ayudar con un dibujo) y justifique usando Karush-Kuhn-Tucker.

Pregunta 4: C3 2022 (Opti dim jiji)

Escriba las ecuaciones de KKT para el problema:

$$(P) \quad \min -2x_1 - 6x_2 + x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2$$

sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$x_3 \leq 2$$

Demuestre que el punto $x = \left(\frac{4}{5}, \frac{6}{5}, 0\right)^\top$ es solución de (P) . ¿Es solución única?