

Auxiliar 8

Sensibilidad II y Programación Entera

Profesores: Gonzalo Muñoz y Daniel Rossi

Auxiliares: Felipe Fierro, Felipe Hueitra, Anais Muñoz, Leonardo Navarro, Jimmy Pirul

Pregunta 1

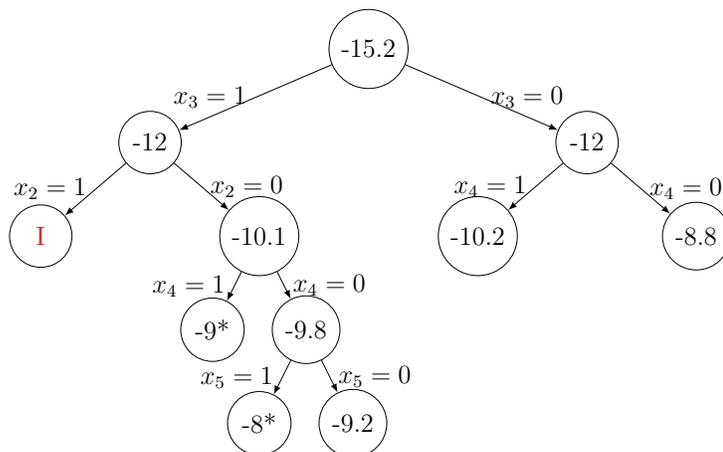
Considere el problema

$$\begin{aligned} z^* = \min \quad & -2x_1 \quad -3x_2 \quad -4x_3 \quad -5x_4 \\ \text{s.a} \quad & x_1 \quad +x_2 \quad -x_3 \quad +x_4 \leq 10 \\ & x_1 \quad +2x_2 \quad \quad \quad \leq 8 \\ & \quad \quad \quad x_3 \quad +x_4 \leq 20 \\ & x_1, \quad x_2, \quad x_3, \quad x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

1. **(1.5 puntos)** Escriba el problema en forma estándar y encuentre la solución que tiene base $B = \{x_1, x_3, x_4\}$. Muestre que esta solución es óptima. Encuentre z^* el valor óptimo de este problema.
2. **(1.5 puntos)** Si este problema representa la producción a menor costo de 4 tipos de items sujeto a tres recursos (las tres restricciones), ¿Cuáles son los precios sombras de los tres recursos?
3. **(1.5 puntos)** Se le hace una oferta por una cantidad adicional del tercer recurso a un precio de 4 por unidad. ¿Conviene adquirir este recurso adicional? ¿Cuánto compraría a este precio?

Pregunta 2: Branch and Bound

1. Considere el siguiente problema con variables binarias $\min c^T x \mid Ax = b, x \geq 0, x \in \{0, 1\}^n$. Suponga que este problema está siendo resuelto con branch and bound (BnB) lo que arroja el siguiente árbol de BnB. Cada nodo posee el valor de la relajación lineal o 'I' en caso que sea infactible. Además, el nodo que tiene un * es un nodo donde la relajación lineal tiene un óptimo entero.



- a) **(1.0 punto)** Determine las cotas superior e inferior del valor óptimo dado este árbol de BnB. Justifique su respuesta. ¿Qué gap (absoluto) tiene?
- b) **(1.0 punto)** Identifique cuáles nodos del árbol se deben seguir explorando y cuáles no. Debe justificar sus elecciones.
- c) **(1.5 puntos)** Suponga que un problema de optimización con variables enteras es infactible pero con relajación lineal factible, explique que pasa si se trata de resolver el problema con BnB.

Pregunta 3 - Branch and Bound

Un problema de programación entera se está resolviendo utilizando el algoritmo de Branch and Bound. A continuación, se presenta el árbol de problemas generado hasta la iteración actual. El primer nodo representa la relajación lineal del problema entero original, mientras que los demás corresponden a sus respectivas ramificaciones. Para cada subproblema se indica el valor óptimo de la función objetivo. Además, cada subproblema se marca con E si su solución es entera (es decir, factible para el problema original), y con NE en caso contrario.

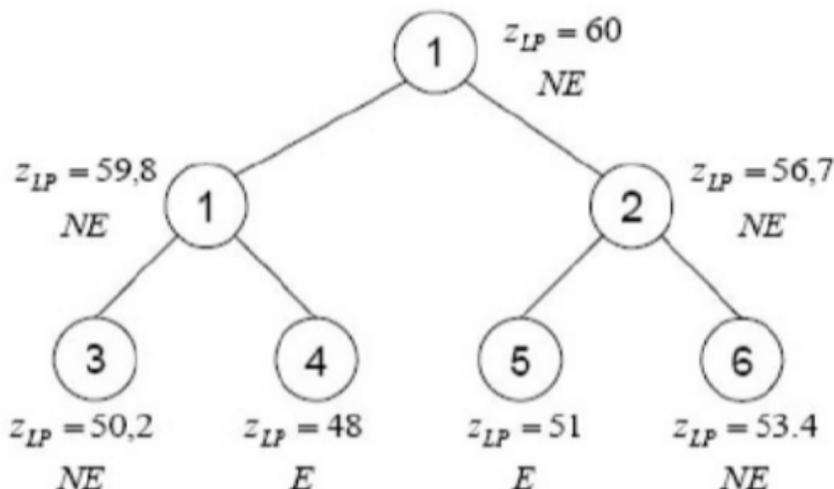


Figura 1: Ramificación que se lleva hasta el momento.

1. ¿El árbol anterior corresponde a un problema de maximización o a uno de minimización? ¿Cuál es el incumbente hasta la iteración actual?
2. En las siguientes iteraciones, ¿Qué nodos seguiría ramificando y qué nodos no seguiría ramificando? Explique.
3. Dé una cota superior y una inferior para el valor óptimo de la función objetivo del problema entero original según la información que conoce hasta la iteración actual. Suponga que los coeficientes de la función objetivo son enteros.

Resumen

- El resumen se subirá aparte, pues bnb y sensibilidad consideran muchas cosas.