



IN2201 - Economía

Tarea Módulo 7 - Oligopolio

Con el explosivo crecimiento global de las artes marciales mixtas (MMA), las transmisiones de la UFC se han convertido en un negocio millonario. Actualmente, el mercado de derechos de transmisión pay per view (donde las personas pagan un ticket para poder ver las peleas desde su casa) está dominado por tres grandes plataformas: FightPlay, OctagonTV y MMAStream.

Estas plataformas compiten en un mercado con demanda agregada dada por:

$$P(Q) = 150 - Q, \quad \text{donde } Q = q_1 + q_2 + q_3$$

Donde q_1 , q_2 y q_3 representan la demanda de FightPlay, OctagonTV y MMAStream respectivamente. Además, cada firma decide cuánto contenido exclusivo (cantidad de eventos transmitidos q_i) ofrecer. Las tres enfrentan un costo marginal constante de 30.

Pregunta 1

- (a) (1 punto) Escriba la función de utilidad de cada firma. Encuentre el equilibrio de Cournot entre las tres plataformas. Calcule el precio de equilibrio, las cantidades ofrecidas por cada firma, las utilidades individuales y el excedente del consumidor.

Pauta

Se tiene un mercado con demanda inversa $P(Q) = 150 - Q$, tres firmas idénticas que compiten en cantidades (modelo de Cournot), y un costo marginal constante $c = 30$ para cada firma.

El modelo considera $a = 150$, $c = 30$, $N = 3$, y $b = 1$.

Se aplican directamente las fórmulas vistas en clase (EOL) para el caso de firmas simétricas en Cournot:

$$q_i^* = \frac{a - c}{(N + 1)b}, \quad Q^* = \frac{N(a - c)}{(N + 1)b}, \quad P^* = \frac{a + Nc}{N + 1}$$

Sustituyendo los valores del problema:

$$\begin{aligned} q_i^* &= \frac{150 - 30}{(3 + 1) \cdot 1} = \frac{120}{4} = 30 \\ Q^* &= 3 \cdot 30 = 90 \\ P^* &= \frac{150 + 3 \cdot 30}{4} = \frac{240}{4} = 60 \end{aligned}$$

La utilidad por firma se calcula como:

$$\pi_i = (P^* - c) \cdot q_i^* = (60 - 30) \cdot 30 = 30 \cdot 30 = 900$$



El excedente del consumidor se obtiene con la fórmula del área del triángulo bajo la curva de demanda:

$$EC = \frac{1}{2}(a - P^*) \cdot Q^* = \frac{1}{2}(150 - 60) \cdot 90 = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 90 = 4050$$

Así se concluye que las cantidades ofrecidas por cada firma son $q_i = 30$, la cantidad total es $Q = 90$, el precio de equilibrio es $P = 60$, la utilidad individual es $\pi_i = 900$, y el excedente del consumidor es $EC = 4050$.

Se puede hacer planteando un problema de optimización pero se debe tener cuidado de no asumir simetría antes de derivar ya que ese es el caso de colusión (b).

- (b) (2 puntos) Ahora suponga que las tres plataformas logran un acuerdo de colusión legalmente válido (por ejemplo, una “cooperativa de distribución de eventos”). Determinan una cantidad total óptima a ofrecer, que dividirán equitativamente. Calcule esa cantidad, el nuevo precio, las utilidades por firma y el excedente del consumidor. Compare con el resultado competitivo y comente si esta medida perjudica o beneficia a la sociedad.

Pauta Si las tres plataformas logran un acuerdo de colusión y actúan como un monopolista, el grupo en conjunto maximiza la utilidad total conjunta en lugar de competir.

En este caso, se puede usar nuevamente la fórmula de cantidad óptima total pero con $N = 1$, es decir, como si hubiera una única firma maximizadora de beneficios. Se mantiene el costo marginal $c = 30$, y la demanda inversa sigue siendo $P(Q) = 150 - Q$, con $a = 150$, $b = 1$.

Aplicamos:

$$Q^{\text{colusión}} = \frac{N(a - c)}{(N + 1)b} \quad \text{con } N = 1 \Rightarrow Q = \frac{150 - 30}{2 \cdot 1} = \frac{120}{2} = 60$$

El precio asociado es:

$$P = 150 - Q = 150 - 60 = 90$$

Cada firma recibe un tercio de esa cantidad:

$$q_i = \frac{60}{3} = 20$$

La utilidad por firma es:

$$\pi_i = (P - c) \cdot q_i = (90 - 30) \cdot 20 = 60 \cdot 20 = 1200$$

El excedente del consumidor es:

$$EC = \frac{1}{2}(a - P) \cdot Q = \frac{1}{2}(150 - 90) \cdot 60 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 60 = 1800$$

Comparación con el equilibrio competitivo.



- En competencia Cournot: $Q = 90$, $P = 60$, $\pi_i = 900$, $EC = 4050$
- En colusión: $Q = 60$, $P = 90$, $\pi_i = 1200$, $EC = 1800$

Por lo tanto, al coludir, las firmas logran mayores utilidades, pero el consumidor enfrenta un precio más alto y una cantidad menor, lo que reduce el excedente del consumidor y genera una pérdida de eficiencia en términos de bienestar total, por ende la sociedad prefiere la situación donde no hay colusión.

Pregunta 2

Debido a pérdidas sostenidas, la plataforma **MMAStream** ha quebrado y abandonado el mercado. Las firmas restantes, **FightPlay** y **OctagonTV**, siguen compitiendo en cantidades (modelo de Cournot), pero ahora enfrentan diferentes estructuras de costos. Mientras que FightPlay mantiene un **costo marginal de 30**, OctagonTV ha innovado tecnológicamente, reduciendo su **costo marginal a 15**.

- (a) (1 punto) Encuentre el equilibrio de Cournot con costos marginales distintos para las dos plataformas. Calcule las cantidades ofrecidas por cada firma, el precio de mercado, las utilidades de ambas y el nuevo excedente del consumidor. Grafique los resultados de FightPlay con costo marginal de 30 y de OctagonTV, para OctagonTV grafique en ambos casos, con costos marginales de 30 y de 15. De una interpretación de lo que ocurre cuando la empresa cambia sus costos, indique que ocurre con la relación de la demanda entre las empresas

Pauta

La demanda inversa es $P(Q) = 150 - Q$, con $Q = q_1 + q_2$. FightPlay tiene un costo marginal $c_1 = 30$, mientras que OctagonTV tiene $c_2 = 15$.

Veamos que las utilidades de cada firma son las siguientes:

$$\pi_1 = (P - c_1)q_1 = (150 - q_1 - q_2 - 30)q_1 = (120 - q_1 - q_2)q_1$$

$$\pi_2 = (P - c_2)q_2 = (150 - q_1 - q_2 - 15)q_2 = (135 - q_1 - q_2)q_2$$

Derivamos cada función de utilidad respecto a su propia cantidad:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 120 - 2q_1 - q_2 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 135 - q_1 - 2q_2 = 0 \quad (2)$$

Resolviendo el sistema:

De (1): $q_2 = 120 - 2q_1$ Sustituimos en (2):

$$135 - q_1 - 2(120 - 2q_1) = 0 \Rightarrow 135 - q_1 - 240 + 4q_1 = 0 \Rightarrow -105 + 3q_1 = 0 \Rightarrow q_1 = 35$$



Reemplazamos $q_1 = 35$ en (1):

$$q_2 = 120 - 2 \cdot 35 = 120 - 70 = 50$$

Entonces:

$$Q = 35 + 50 = 85$$

$$P = 150 - 85 = 65$$

Utilidades individuales:

$$\pi_1 = (65 - 30) \cdot 35 = 35 \cdot 35 = 1225$$

$$\pi_2 = (65 - 15) \cdot 50 = 50 \cdot 50 = 2500$$

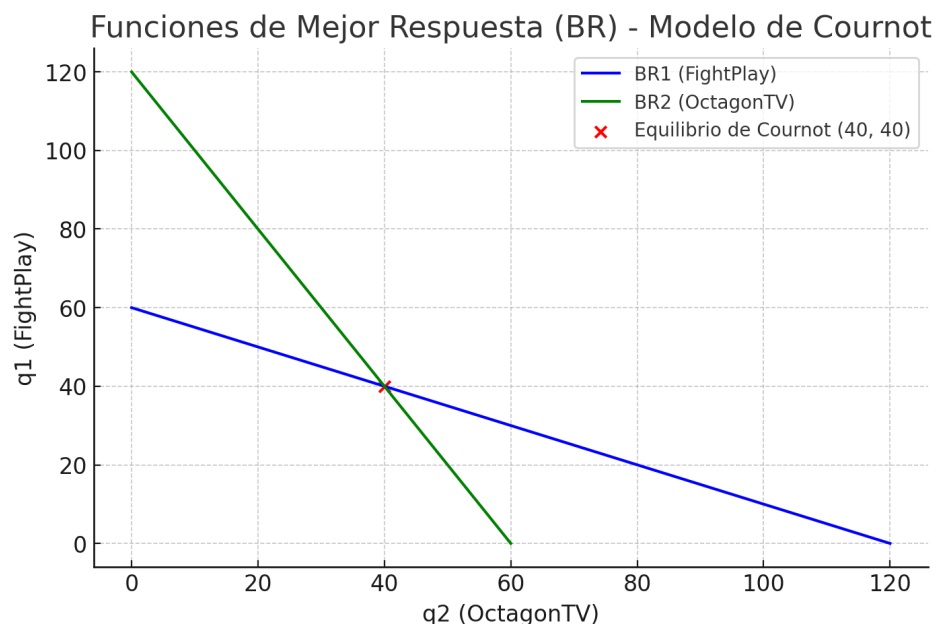
El excedente del consumidor se calcula como:

$$EC = \frac{1}{2}(150 - 65) \cdot 85 = \frac{1}{2} \cdot 85 \cdot 85 = \frac{7225}{2} = 3612,5$$

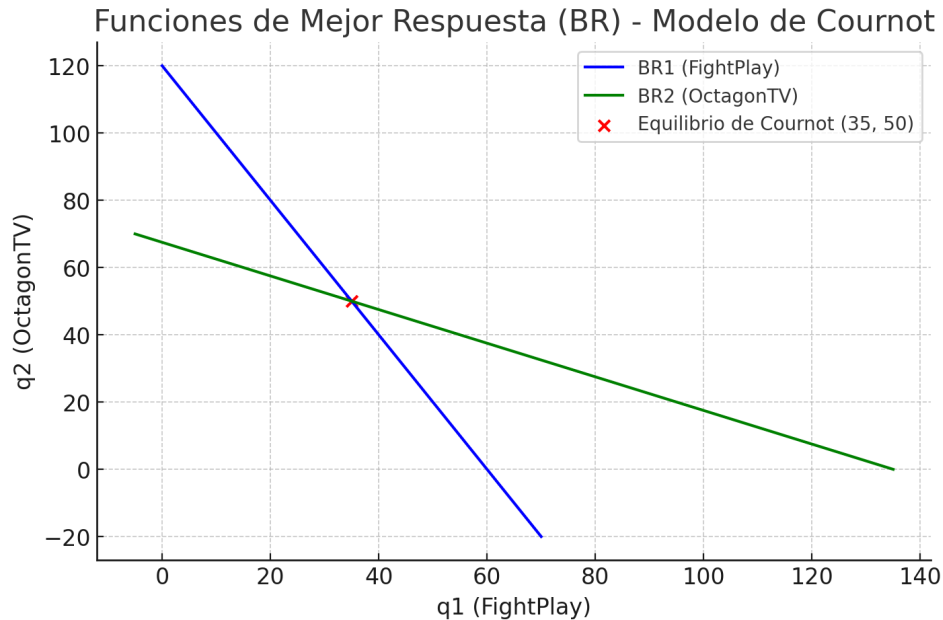
Así se concluye que FightPlay produce $q_1 = 35$, OctagonTV produce $q_2 = 50$, el precio de equilibrio es $P = 65$, las utilidades individuales son $\pi_1 = 1225$ y $\pi_2 = 2500$, y el excedente del consumidor es $EC = 3612,5$.

A la hora de hacer los gráficos, el desafío es saber que graficar, un estudiante de IN2201, debiese saber que la única forma de graficar y analizar demanda cuando se habla de Cournot, es con el gráfico mejor respuesta.

El gráfico cuando tienen costos iguales es el siguiente:



El gráfico cuando tienen costos distintos es el siguiente:



Al comparar los gráficos es posible ver que cuando una empresa reduce sus costos marginales en un modelo de Cournot, su capacidad para producir a menor costo aumenta, desplazando su función de reacción hacia niveles superiores de producción. Esto significa que, para cualquier nivel de producción de su competidor, la empresa con costos más bajos optará por producir más. Como resultado, el equilibrio de Cournot cambia: la empresa más eficiente captura una mayor cuota de mercado, mientras que su rival podría reducir su participación o ajustar su estrategia. Además, este aumento en la producción presiona el precio del mercado a la baja, alterando la relación de demanda entre ambas firmas y modificando el panorama competitivo.

En caso de que se haya hecho el gráfico de los resultados en un gráfico con los ejes "Precio vs cantidad", donde quedaría la recta de la demanda y de los costos entregar la mitad del puntaje ya que falla en la parte de la interpretación, sin embargo también es un resultado interesante y que entrega información

- (b) (1 punto) Indique cual es la situación favorita de la sociedad, (en p1a donde es oligopolio de 3 firmas, en p1b) donde es colusión de 3 firmas o en p2a)

Pauta Comparando el excedente del consumidor en los tres casos:

- Parte (a) – Oligopolio de 3 firmas (Cournot simétrico): $EC = 4050$
- Parte (b) – Colusión de 3 firmas: $EC = 1800$
- Parte (c) – Duopolio con costos distintos: $EC = 3612,5$



La situación más conveniente para la sociedad es la de la **parte (a)**, donde el excedente del consumidor es mayor: $EC = 4050$. Esto significa que los consumidores disfrutan de una mayor cantidad ofrecida en el mercado a un precio más bajo, lo cual mejora su bienestar.

- (c) (1 punto) Las empresas deciden fusionarse y le argumentan a la fiscalía nacional económica que esta fusión debería ser permitida ya que la sociedad recibirá un mayor beneficio a que en la situación (p2a) debido a que el nuevo costo de la firma fusionada será el promedio ponderado de ambos costos. Determine si la fiscalía nacional económica debería permitir esta fusión.

Pauta Si las empresas se fusionan, actúan como un único monopolista. En este caso, buscan maximizar la utilidad total conjunta:

La demanda es $P(Q) = 150 - Q$ y asumimos que el monopolio enfrentará un **costo marginal medio ponderado**. Para simplificar, supongamos que ambas firmas producen en partes iguales, por lo tanto el costo marginal conjunto puede aproximarse como el promedio:

$$c = \frac{30 + 15}{2} = 22,5$$

Aplicamos la fórmula del equilibrio de Cournot para un monopolio ($N = 1$), usando:

$$Q^* = \frac{N(a - c)}{(N + 1)b}, \quad \text{con } N = 1, b = 1 \Rightarrow Q^* = \frac{150 - 22,5}{2} = \frac{127,5}{2} = 63,75$$

El precio de mercado sería:

$$P = 150 - 63,75 = 86,25$$

La utilidad conjunta del monopolio es:

$$\pi = (P - c) \cdot Q = (86,25 - 22,5) \cdot 63,75 = 63,75 \cdot 63,75 = 4066,40625$$

El excedente del consumidor en el caso monopolístico:

$$EC = \frac{1}{2}(150 - 86,25) \cdot 63,75 = \frac{1}{2} \cdot 63,75 \cdot 63,75 = 2033,2$$

Comparación con la situación (P2a), donde el excedente del consumidor era $EC = 3612,5$:

- En duopolio con competencia: $EC = 3612,5$
- En monopolio post-fusión: $EC = 2033,2$

Desde la perspectiva del bienestar del consumidor, la fusión no debería ser aprobada por la Fiscalía Nacional Económica, ya que el excedente del consumidor se reduce significativamente. Aunque las empresas aumenten su utilidad conjunta, la sociedad en su conjunto queda peor, pues se restringe la cantidad ofrecida y se eleva el precio. Esta situación afecta negativamente el acceso al producto y genera una pérdida de eficiencia en términos de bienestar total.