IN2201 - Economía
Control 1

Instrucciones generales

Este control dura 3 horas. El control tiene dos secciones: Comentes y Matemáticos. Debe responder cada una de las preguntas en hojas separadas. La sección Comentes es obligatoria. En la sección Matemáticos, debe elegir 2 de las 3 preguntas. Si responde 3, se considerará las 2 peores. Durante el desarrollo del control, no se pueden usar teléfonos, computadores, ni tablets.

Sección 1: Comentes (Recuerde que esta sección es obligatoria)

Pregunta 1 - Preguntas Conceptuales (6 puntos)

Comente si las siguientes afirmaciones son verdaderas, falsas o inciertas; argumentando su respuesta. Si utiliza supuestos adicionales, explicítelos.

a. (1.5 puntos) Si solo hay dos bienes en la economía, el consumo de un bien cuyo precio aumenta solo puede incrementarse si el efecto ingreso va en dirección opuesta al efecto sustitución.

   Pauta
   Para este caso tenemos dos respuesta, la primera, Falso. El efecto sustitución siempre reduce la cantidad demandada cuando el precio sube, mientras que el efecto ingreso refleja el cambio en el poder adquisitivo. El efecto sustitución es negativo, por lo que la única forma en que el consumo aumente es si el efecto ingreso también es negativo.

   La segunda respuesta es Incierto. Al aumentar el precio de un bien, el consumidor tiende a sustituirlo por el otro bien más barato, reduciendo así su consumo del bien cuyo precio aumentó. Por ende, el efecto sustitución siempre va en sentido opuesto al aumento del precio, es decir, el efecto sustitución reduce la cantidad demandada del bien cuando el precio sube. Por otra parte, el aumento de precio reduce el poder adquisitivo del consumidor, y por ende el efecto ingreso depende si el bien es normal o inferior. Si el bien es normal, el efecto ingreso también reduce su consumo. Pero si el bien es inferior, el efecto ingreso puede aumentar su consumo.

   Entonces, para que el consumo de un bien aumente cuando sube su precio, el efecto ingreso debe ir en dirección opuesta (positivo) y mayor en magnitud que el efecto sustitución negativo. Esto ocurre en casos particulares como el de un bien Giffen, que es un tipo de bien inferior con un efecto ingreso muy fuerte.

   Para la respuesta 1:+0.5 por definir qué es el efecto ingreso y el efecto sustitución y +1 por explicar que el consumo aumenta solo si el efecto ingreso es negativo. (+0 si solo pone verdadero o falso sin explicar y +0.5 puntos si ponen verdadero pero está bien la explicación). Para la respuesta 2 puede ser incierta si considera los bienes de Giffen, en ese caso la distribución de puntaje es 0.5 por definir efecto ingreso y efecto sustitución, 1 punto por explicar ambos casos

b. (1.5 puntos) La mayoría de las compañías de cines aplican precios diferenciados según el tipo de cliente para las entradas, pero no para las palomitas de maíz, debido a que estas últimas tienen un margen de ganancia elevado y constituyen una fuente clave de ingresos para las compañías de cines.

Pauta
Falso. Esto se debe a que es más factible restringir la reventa en el caso de las entradas al cine (mediante control de acceso), mientras que en el caso de las palomitas de maíz, al ser un bien físico fácilmente transferible, resulta difícil evitar la reventa o el consumo compartido, lo que limita la efectividad de aplicar precios diferenciados.

+0.5 por mencionar la reventa, +0.5 por explicar lo que pasa con las palomitas de maíz y +0.5 por explicar qué pasa con las entradas al cine. Deben explicitar bien los supuestos en cada caso. Por ejemplo, si toman como supuesto que en la entrada al cine no realizan control de acceso y que por eso no se discrimina, considerar correcto.

c. (1.5 puntos) Darth Vader participa en un juego donde su estrategia está representada por x, que puede ser cualquier número entero entre 1 y 7, contra Luke Skywalker, cuya estrategia está representada por y, otro número entero entre 1 y 7. Las funciones de utilidad de Darth Vader y Luke Skywalker son iguales y están dadas por $U(x, y) = (x - 2)(y - 2)$. En este caso, no existe una estrategia dominante.

Pauta
Verdadero. Examinemos las estrategias posibles para x. Consideremos valores de y fijos, por ejemplo, si $y = 3$ entonces tenemos que $U(x, 3) = x - 2$. Esto es creciente en x, por lo tanto, Darth Vader preferiría elegir el valor más alto posible para x si $y > 2$, pero si $y < 2$, entonces el valor de x más bajo es mejor. Si $y = 2$ entonces tenemos que $U(x, 2) = 0$ no importa qué elija Darth Vader. Si $y = 1$ entonces tenemos que $U(x, 1) = -(x - 2)$. Lo que disminuye cuando x sube, por lo tanto, Darth Vader preferiría un x más pequeño. Entonces, el valor óptimo de x depende de lo que haga el otro jugador, y por ende, no hay una estrategia dominante.

+1 por explicar que la estrategia depende del otro, poniéndose en casos (solo +0.4 si explica general y solo +0.2 si no mencionan que la estrategia depende del otro). +0.5 por explicar que no hay estrategia dominante. (Solo +1 si hacen la matriz y resuelven pero no interpretan y solo +0.5 si hacen la matriz pero no resuelven.)

d. (1.5 puntos) Ignacio tiene \$50.000 disponibles esta semana y quiere contribuir a una causa benéfica. Con \$5.000, Ignacio puede dar una comida a una persona sin hogar. Con \$10.000, puede proporcionar refugio por una noche a una persona sin hogar. El costo de oportunidad de que Ignacio use todo su dinero para dar refugio depende de cuál opción sea más valiosa para las personas sin hogar en cuestión.

Pauta
Incierto. El costo de oportunidad es el valor del mejor uso alternativo que se sacrifica al tomar una decisión. Si Ignacio usa los \$50.000 exclusivamente para ofrecer refugio (cada noche cuesta \$10.000), podrá proporcionar 5 noches de refugio. Pero, con esos mismos \$50.000, también podría haber comprado 10 comidas (cada comida cuesta \$5.000). Entonces, al decidir gastar todo en refugio, el costo de oportunidad es renunciar a alimentar a 10 personas.

+0.5 por explicar qué es el costo de oportunidad, +0.5 por explicar un caso y +0.5 por explicar el otro caso. Es importante que expliciten los supuestos de cada caso. (Solo +1.3 si ponen verdadero o falso pero la explicación está bien)

Sección 2: Matemáticos (Recuerde elegir 2 de las siguientes 3 preguntas)

Pregunta 2 - Monopolio y Discriminación de Precios (6 puntos)

Una empresa monopolista dedicada al entretenimiento opera un parque de realidad virtual (VR) en una ciudad donde existen dos grupos distintos de clientes. El primer grupo está compuesto por profesionales jóvenes con altos ingresos, entusiastas de la tecnología, cuya demanda por sesiones de realidad virtual está dada por la función:

$$Q_1 = 50 - 0,8P_1(Q_1)$$

El segundo grupo está formado por personas mayores jubiladas, que disfrutan de experiencias recreativas más tranquilas y que tienen una renta más limitada. Su demanda está dada por:

$$Q_2 = 10 - 0,2P_2(Q_2)$$

El parque VR tiene un costo total de operación que depende de la cantidad total de sesiones ofrecidas a ambos grupos, y está dado por:

$$C(Q) = 100 + 5Q$$

a. (2 puntos) Comente qué tipo de discriminación realiza el monopolista si puede identificar el mercado en el que se encuentra el consumidor que compra el producto. Calcule y grafique los niveles óptimos de producción en cada mercado y utilidades del monopolista, asumiendo que el arbitraje de productos entre mercados no es posible.

Pauta

Como el monopolista puede identificar a qué grupo pertenece cada consumidor, pero no puede discriminar entre clientes de un mismo grupo, es posible hacer discriminación de tercer grado.

+0.5 por explicar por qué es discriminación en tercer grado. Solo +0.2 si no explica completamente.

Para encontrar los niveles óptimos de producción por mercado es necesario resolver un problema de maximización de utilidades conjuntas, considerando los ingresos por cada mercado y los costos totales de producción por la suma de todos los productos o bienes. Notar que esto es necesario ya que, de existir costos fijos o una función de producción no lineal, se pierde la propiedad de la aditividad de costos (i.e., $C(Q_1 + Q_2) \neq C(Q_1) + C(Q_2)$).

Primero, tenemos que las funciones de demanda inversas son:

$$P_1(Q_1) = 62,5 - 1,25Q_1$$
$$P_2(Q_2) = 50 - 5Q_2$$

El problema de maximización del monopolista es:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & IT_1(Q_1) + IT_2(Q_2) - CT(Q_1 + Q_2) = P_1(Q_1)Q_1 + P_2(Q_2)Q_2 - CT(Q_1 + Q_2) \\ & \text{s.a. } Q_1, Q_2 \geq 0 \end{aligned}$$

+0.1 por plantear correctamente el problema de maximización.

Para el mercado de profesionales jóvenes, la condición de primer orden es:

$$IMg_1 = 62,5 - 2,5Q_1 = 5 = CMg$$
$$Q_1 = 23$$

+0.2 por llegar a la cantidad correcta.

Es decir, el precio que el monopolista fija en este mercado es:

$$P_1 = 62,5 - 1,25 \cdot 23$$
$$P_1 = 33,75$$

+0.2 por llegar al precio correcto.

Para el mercado de personas mayores jubiladas, se tiene:

$$IMg_2 = 50 - 10Q_2 = 5 = CMg$$
$$Q_2 = 4,5$$

+0.2 por llegar a la cantidad correcta.

Para este mercado, el precio es:

$$P_2 = 50 - 5 \cdot 4,5$$
$$P_2 = 27,5$$

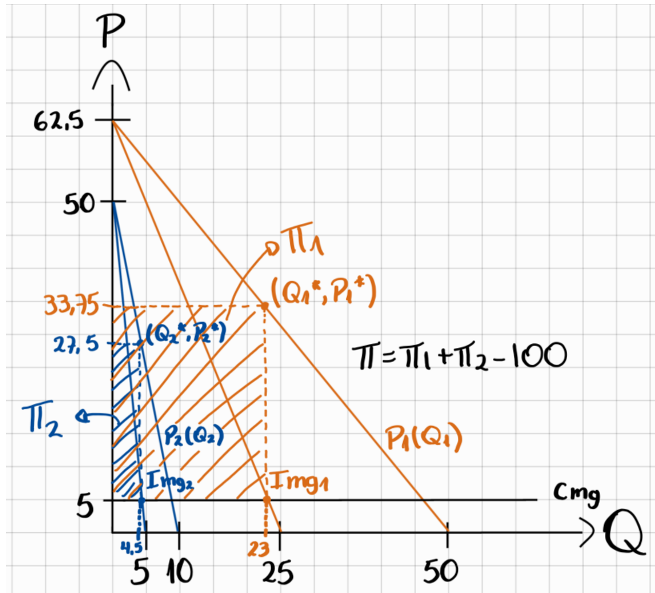
+0.2 por llegar al precio correcto.

Las utilidades del monopolista son:

$$\pi = IT_1 + IT_2 - CT\left(Q_1 + Q_2\right)$$
$$\pi = 23 \cdot 33,75 + 4,5 \cdot 27,5 - 100 - 5 \cdot (23 + 4,5)$$
$$\pi = 662,5$$

+0.1 por llegar a la utilidad correcta.

Gráficamente:



+0.5 por graficar correctamente e identificar los puntos óptimos y utilidades. (Solo +0.2 si hace uno de los dos mercados correctamente)

b. (1 punto) Calcule las elasticidades-precio de las demandas y establezca su relación con los precios de equilibrio.

Pauta

Para el mercado de profesionales jóvenes:

$$\|\eta_1\| = \left|\frac{\partial Q_1}{\partial P_1}\frac{P_1}{Q_1}\right| = \left|0,8 \cdot \frac{33,75}{23}\right|$$
$$\|\eta_1\| = 1,174$$

Para el mercado de personas mayores jubiladas:

$$\|\eta_2\| = \left|\frac{\partial Q_2}{\partial P_2}\frac{P_2}{Q_2}\right| = \left|0,2 \cdot \frac{27,5}{4,5}\right|$$
$$\|\eta_2\| = 1,222$$

El monopolista fija niveles de producción tales que se ubica en una región elástica en ambas curvas de demanda. Notar que en estos puntos de producción, la demanda del mercado de personas mayores jubiladas es más elástica (i.e., sensible al precio) que la del mercado de profesionales jóvenes, lo que explica que el precio resultante en el mercado de personas mayores jubiladas sea menor al del mercado de profesionales jóvenes.

+0.3 puntos por cada elasticidad y +0.4 puntos por interpretar las elasticidades y relacionarlo con los precios de equilibrio. Asignar la mitad del puntaje si hay error de arrastre pero calcula bien la elasticidad.

c. (2 puntos) Calcule y grafique el nivel óptimo de producción y utilidades del monopolista, suponiendo que no puede discriminar entre los clientes profesionales jóvenes y las personas mayores jubiladas.

Pauta

En este caso se opera sin discriminación, lo que implica que la demanda, es la demanda total, es decir, la suma de las demandas de los dos mercados. La suma de demandas resulta en la siguiente función por partes:

$$P(Q) = \begin{cases} 62,5 - 1,25Q & \text{si} \quad 0 \leq Q \leq 10 \\ 60 - Q & \text{si} \quad 10 \leq Q \leq 60 \end{cases}$$

+0.2 por plantear correctamente la demanda por partes y +0.2 por explicar. Asignar solo la mitad del puntaje si suma el total de la demanda y no lo divide por segmentos.

Esto es porque para $50 \leq P \leq 62,5$, solo los consumidores del mercado 1 están dispuestos a adquirir algún bien o producto. Luego, el punto donde la máxima disponibilidad a pagar de los consumidores del mercado 1 es igual o menor a 50 es para $Q \geq 10$. Para niveles de producción iguales o mayores a eso, las curvas de demanda se suman en cantidades. Luego, el problema de maximización del monopolista es:

$$\text{máx} \quad P(Q)Q - CT(Q)$$

La condición de primer orden es:

$$IMg(Q) = CMg(Q)$$

La función de ingreso marginal $IM(Q) = P'(Q)Q + P(Q)$ está definida en base a la función de demanda inversa $P(Q)$, por lo que también resulta en una función definida por partes:

$$IMg(Q) = \begin{cases} 62,5 - 2,5Q & \text{si} \quad 0 \leq Q \leq 10 \\ 60 - 2Q & \text{si} \quad 10 \leq Q \leq 60 \end{cases}$$

+0.3 por plantear correctamente el ingreso marginal por partes.

Ahora es necesario verificar si es que la intersección entre las curvas de ingreso marginal y costo marginal ocurre en el primer o segundo segmento de la función por partes. Supongamos primero que la intersección ocurre en la primera parte, es decir para $0 \leq Q \leq 10$:

$$\begin{aligned} \text{c.p.o:} \quad IMg(Q) = CMg(Q) &\Rightarrow 62,5 - 2,5Q = 5 \\ &\Rightarrow Q = 24,2 \end{aligned}$$

+0.2 por llegar a la cantidad correcta para el primer intervalo.

Esto es una contradicción, ya que supusimos que $0 \leq Q \leq 10$. Por lo tanto, la intersección debe ocurrir en el segmento $10 \leq Q \leq 60$. Para ese segmento:

$$\begin{aligned} \text{c.p.o:} \quad & 60 - 2Q - 5 = 0 \\ \Rightarrow \quad & Q = 27,5 \end{aligned}$$

+0.2 por llegar a la cantidad correcta para el segundo intervalo.

Reemplazando en la función de demanda, el precio es:

$$P = 60 - 27,5$$
$$P = 32,5$$

+0.2 por llegar al precio correcto.

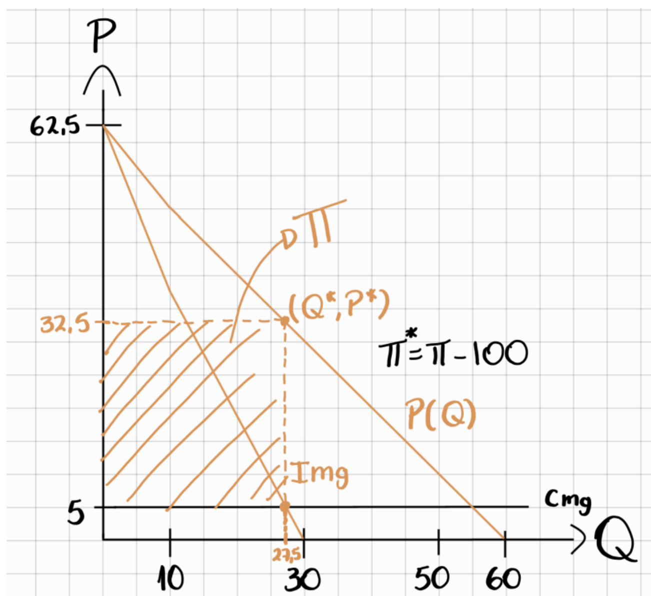
De lo anterior, la utilidad del monopolista es:

$$\pi = 32,5 \cdot 27,5 - 100 - 5 \cdot 27,5$$
$$\pi^* = 656,25$$

+0.2 por llegar a la utilidad correcta.

Por lo tanto el monopolista obtiene menores utilidades que si pudiera discriminar entre grupos de consumidores.

Gráficamente:



+0.5 puntos por graficar correctamente e identificar punto de equilibrio y utilidad.

d. (1 punto) Compare el nivel de demanda y el beneficio máximo del monopolista con y sin discriminación de precios.

Pauta
La cantidad ofertada total es igual en ambos casos, $Q = 27,5$. En el caso con discriminación de precios el monopolista debe obtener mayores utilidades que en el caso sin discriminación, ya que fijar los mismos precios en ambos mercados (sin discriminación) es un caso particular del problema con discriminación. Esto ocurre porque al discriminar el monopolista puede capturar un mayor porcentaje del excedente del consumidor.

$$\pi_{\text{disc}} = 662,5$$
$$\pi_{no-disc} = 656,25$$
$$\Delta\pi = 6,25$$

Es decir, con discriminación, el monopolista tiene $6,25$ más de utilidades.

+0.4 puntos por el cálculo matemático y +0.6 puntos por la explicación. (Solo +0.2 puntos si dice que es mayor con discriminación pero no explica por qué)

Pregunta 3 - Demanda (6 puntos)

Esta pregunta intenta modelar el consumo de subsistencia. Sea un consumidor que tiene riqueza W y consume solo dos tipos de bienes c_1 y c_2, por lo que la restricción presupuestaria es $W \geq p_1c_1 + p_2c_2$ con $p_1, p_2 > 0$ precios conocidos. Según datos oficiales, se observa que la demanda del bien c_2 está determinada por

$$c_2 = \begin{cases} 0 & \text{si } W < \gamma(p_1 + p_2) \\ \gamma + \frac{\alpha}{p_2}(W - \gamma(p_1 + p_2)) & \text{si } W \geq \gamma(p_1 + p_2) \end{cases}$$

con $\gamma > 0$ y α parámetros conocidos. Además, asuma que el agente es racional y su utilidad es monótona.

a. (1 punto) Determine la demanda del bien c_1 en función de parámetros conocidos.
Hint: Puede ser útil analizar por niveles de riqueza.

Pauta
Siguiendo el Hint separamos en dos casos:

- Si $W < \gamma(p_1 + p_2)$ entonces $c_2^* = 0$ y dado que el agente es racional y la utilidad es monótona la restricción presupuestaria se cumple con igualdad y se tiene que
$$c_1^* = \frac{W}{p_1}$$
- Análogamente si $W \geq \gamma(p_1 + p_2)$ se tiene que $c_1^* = \frac{W - p_2c_2^*}{p_1}$
$$\Rightarrow c_1^* = \alpha\gamma + \frac{1-\alpha}{p_1}(W - \gamma p_2)$$

+0.5 por llegar a cada expresión. Si sólo llega a una, asumiendo que es para toda la región o sin explicitar específicamente a que valor de W corresponde +0.3 aun cuando esté correcta la expresión. 25 % de descuento por errores netamente matemáticos

b. (1 punto) Determine la demanda de ambos bienes en el caso crítico o de frontera $W = \gamma(p_1+p_2)$ en función de parámetros conocidos. ¿Cómo interpreta el nivel de riqueza crítico?

Pauta
Note que si $W = \gamma(p_1 + p_2)$ de la expresión del enunciado como de la demanda derivada en el punto anterior tenemos
$$c_2^* = c_1^* = \gamma$$

Por lo tanto, este nivel de riqueza es tal que le permite al agente empezar a consumir del bien 2 óptimamente consumiendo como mínimo $c_2 = \gamma$.

+0.3 por llegar a cada consumo igual a γ. +0.4 por interpretación del resultado.

c. (1 punto) Específicamente para $W < \gamma(p_1+p_2)$ ¿Responde a una maximización de utilidades la demanda del bien c_1? Dé un ejemplo de función de utilidad que racionaliza el comportamiento del individuo en esta región.

Pauta
Notemos que del punto a. se tiene que

$$\frac{\partial c_1^*}{\partial W} = \frac{1}{p_1} > 0$$

por tanto la demanda el bien es creciente en el nivel de riqueza lo que responde a la maximización de utilidades. Por lo tanto, cualquier función de utilidad que sea creciente en c_1 y que no dependa de c_2 puede racionalizar este comportamiento. Por ejemplo $u(c_1, c_2) = c_1$.

+0.5 por argumentar que demanda responde a una maximización (ya sea matemáticamente o lo explique). +0.3 si argumenta que se debe solamente al uso total de recursos W. +0.3 por explicitar la condición que debe cumplir la función de utilidad. +0.2 por cualquier utilidad que sea creciente en c_1 y que no dependa de c_2

Después de análisis exhaustivo de los resultados empíricos de las decisiones de consumo, se ha determinado que la función de utilidad del consumidor cuando $W \geq \gamma(p_1 + p_2)$ es

$$u(c_1, c_2) = (c_1 + a_1)^{\beta}(c_2 + a_2)^{1-\beta}$$

con a_1, a_2 y β parámetros conocidos.

d. (1.5 puntos) Resuelva el problema de maximización del consumidor para determinar las demandas de cada bien asumiendo que $W \geq \gamma(p_1 + p_2)$.

Pauta
El problema de maximización que resuelve el consumidor es

$$\max_{c_1,c_2} \; (c_1 + a_1)^{\beta}(c_2 + a_2)^{1-\beta}$$
$$\text{s.a. } W \geq p_1c_1 + p_2c_2$$

Plateando el Lagrangeano con multiplicador λ se tiene

$$\mathcal{L}(_1, c_2, \lambda) = (c_1 + a_1)^{\beta}(c_2 + a_2)^{1-\beta} + \lambda(W - p_1c_1 - p_2c_2)$$

Aplicando CPO tenemos

$$\begin{aligned}
c_1 &: \beta(c_1 + a_1)^{\beta-1}(c_2 + a_2)^{1-\beta} - \lambda p_1 = 0\\
c_2 &: (1-\beta)(c_2 + a_2)^{-\beta}(c_1 + a_1)^{\beta} - \lambda p_2 = 0\\
\lambda &: p_1c_1 + p_2c_2 = W
\end{aligned}$$

Juntando las dos primeras condiciones tenemos

$$p_1(c_1 + a_1) = \frac{\beta}{1-\beta} p_2(c_2 + a_2) \tag{1}$$

Ahora bien, sumando $p_1 a_1$ y $p_2 a_2$ a ambos lados de la restricción presupuestaria tenemos

$$\begin{aligned} p_1 c_1 + p_2 c_2 + p_1 a_1 + p_2 a_2 &= W + p_1 a_1 + p_2 a_2 \\ \Rightarrow p_1(c_1 + a_1) + p_2(c_2 + a_2) &= W + p_1 a_1 + p_2 a_2 \end{aligned}$$

Usando la condición de optimalidad en (1) nos queda

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{1-\beta} p_2(c_2 + a_2) + p_2(c_2 + a_2) &= W + p_1 a_1 + p_2 a_2 \\ \Rightarrow c_2 &= \frac{(1-\beta)(W + p_1 a_1 + p_2 a_2)}{p_2} - a_2 \end{aligned}$$

Reemplazando el resultado en (1) obtenemos

$$c_1 = \frac{\beta(W + p_1 a_1 + p_2 a_2)}{p_1} - a_1$$

+0.5 por plantear el problema hasta el Lagrangeano. +0.5 por derivar cada expresión de c_i. +0.2 si esta correcto el procedimiento pero hay errores algebraicos.

e. (0.5 punto) ¿Qué condiciones deben cumplir los parámetros a_1, a_2 y β para que la modelación propuesta sea consistente con la demandas observadas para c_2 cuando $W \geq \gamma(p_1 + p_2)$?

Pauta
Para que sea consistente con las demandas observadas para c_2 basta con igualar la expresión del enunciado con la obtenida en el punto anterior, es decir, igualar las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} c_2 &= \gamma + \frac{\alpha}{p_2}(W - \gamma(p_1 + p_2)) \\ c_2 &= \frac{(1-\beta)(W + p_1 a_1 + p_2 a_2)}{p_2} - a_2 \end{aligned}$$

lo que implica que $a_1 = a_2 = -\gamma$ y $(1-\beta) = \alpha$.

+0.5 por llegar a las 3 condiciones correctas. +0.3 si llega a dos buenas y +0.2 si llega solo una. 25 % de descuento por errores netamente matemáticos o de arrastre

f. (1 punto) Defina alguna función de utilidad que permita racionalizar el comportamiento del consumidor para cualquier nivel de riqueza.
Hint: Recuerde que la función de utilidad podría ser no continua.

Pauta
Del resultado de la pregunta b. sabemos que cuando $W = \gamma(p_1 + p_2)$ se tiene $c_1 = c_2 = \gamma$. A su vez, de la pregunta e. tenemos que la función de utilidad que racionaliza el comportamiento del consumidor cuando $W \geq \gamma(p_1 + p_2)$ es

$$u(c_1, c_2) = (c_1 - \gamma)^{1-\alpha}(c_2 - \gamma)^{\alpha}$$

por lo que juntando ambos resultados la utilidad del consumidor en el punto crítico es $u(c_1, c_2) = 0$.

Por lo que dado que la función de utilidad es monótona, la utilidad del consumidor cuando $W < \gamma(p_1 + p_2)$ debe ser menor a la utilidad el punto crítico. Por lo que usando lo obtenido en c. sabemos que en esta región, la utilidad debe ser (i) creciente en c_1, (ii) no depender de c_2 y (iii) con menor o igual a cero. Una posible candidata de función de utilidad en esta región sería

$$u(c_1, c_2) = c_1 - \kappa$$

con κ constante que permita cumplir la condición (iii). Así, usando a. el mínimo valor de κ para esta forma funcional sería

$$\kappa = \gamma \frac{p_1 + p_2}{p_1}$$

Finalmente una candidata a función de utilidad sería

$$u(c_1, c_2) = \begin{cases} c_1 - \gamma \frac{p_1+p_2}{p_1} & \text{si } W < \gamma(p_1 + p_2) \\ (c_1 - \gamma)^{1-\alpha}(c_2 - \gamma)^{\alpha} & \text{si } W \geq \gamma(p_1 + p_2) \end{cases}$$

+0.5 por explicitar la condición iii. (+0.3 por llegar a condición de de utilidad en el punto crítico y +0.2 por que la utilidad sea menor a dicho valor en $W < \gamma(p_1 + p_2)$). +0.3 por mostrar una función que cumpla estas condiciones cuando $W < \gamma(p_1 + p_2)$. +0.2 por definir la función por partes. Si llegan a definir una función que cumpla las condiciones mencionadas (i. ii. y iii.) además de ser definida por partes pero no explicitan dichas condiciones otorgar solo +0.2 (concepto de definir la función por partes). Si se define por partes pero no se ocupa la función de utildiad del enunciado para $W \geq \gamma(p_1 + p_2)$ no sumar los +0.2 de la función por partes. 25 % de descuento por errores netamente matemáticos o errores de arrastre

Pregunta 4 - Teoría de Juegos (6 puntos)

Dos aerolíneas, Fly y Connect, venden un viaje de ida y vuelta en clase económica entre dos ciudades por 400\$. Cada una de las aerolíneas sirve a la mitad del mercado y piensa que si baja su tarifa un 10 % y la competidora no cambia la suya, su demanda aumentaría un 40 %. De este aumento, un 20 % representa a clientes de la otra empresa que se cambian atraídos por tarifas más bajas, y el 20 % restante representa a nuevos clientes atraídos por tarifas más bajas. Si ambas empresas bajan su precio un 10 %, ambas van a aumentar en un 20 % sus respectivas demandas debido a los nuevos clientes. El coste unitario de transportar a cada pasajero es de \$200 para cada una de las compañías aéreas. Supongamos que tienen que decidir simultáneamente si bajan los precios un 10 % o no.

a. (2.5 puntos) Escriba la matriz de pagos del juego y encuentre el equilibrio Nash.

Pauta

Sin pérdida de generalidad asumimos que el número total de pasajeros es $2N$ por lo que la matriz que define el total de pasajeros por compañía en función de sus opciones es

Connect

		400$	360$
Fly	400$	N, N	$N(1-0{,}2), N(1+0{,}4)$
	360$	$N(1+0{,}4), N(1-0{,}2)$	$N(1+0{,}2), N(1+0{,}2)$

Número de Pasajeros

Así las utilidades totales quedan

Connect

		400$	360$
Fly	400$	$N(400-200), N(400-200)$	$N(1-0{,}2), N(1+0{,}4)(400-200)$
	360$	$N(1+0{,}4)(400-200), N(1-0{,}2)(360-200)$	$N(1+0{,}2)(360-200), N(1+0{,}2)(360-200)$

Utilidades Totales

Normalizando $N = 1$, la forma normal del juego queda

Connect

		400$	360$
Fly	400$	$200, 200$	$160, \mathbf{224}$
	360$	$\mathbf{224}, 160$	$\mathbf{192}, \mathbf{192}$

Utilidades Totales

Por lo tanto, el Equilibrio Nash del juego corresponde a ($360,$360), es decir, ambas compañías deciden bajar un 10 % el precio de los tickets.

+0.5 por matriz de pasajeros, +0.5 por matriz de utilidades, +1.0 por encontrar matriz del juego en forma normal (normalizada) y marcar mejores respuestas (Si hay un error en la confección de alguna matriz pero la metodología para encontrar el EN está correcta, aparte de descontar el puntaje asociado a la confección de la matriz descontar 0.5), +0.5 por concluir (De concluir que el equilibrio de Nash es (192.192) o el correspondiente en función de N no asignar puntaje por conclusión). Si asumen un N arbitrario sin explicitar que es una normalización y todo lo demás correcto restar 0.5. De elegir otro N no afecta la distribución de pontajes siempre y cuando se explicite que es un supuesto sin pérdida de generalidad. Si indica que las estrategias no son los precios que pone la empresa ó las acciones de mantener o hacer descuento, 0 puntos en el inciso. Si hay errores matemáticos descontar 25 % del puntaje. En caso de que sólo algunos pagos estén mal, descontar el puntaje correspondiente (son 8 pagos por matriz, si tiene 3 buenos, asignar tres octavos del puntaje). En caso de hacer directamente la matriz de utilidad y no hacerlo por separado en matriz de utilidad y demanda, entregar puntaje de ambas matrices siempre que estén bien.

b. (2.5 puntos) Suponga ahora que las dos aerolíneas acuerdan que sus ingresos totales se acumulen en un fondo común que se reparte a partes iguales, mientras que cada aerolínea paga sus propios costes. Como antes, las aerolíneas tienen que decidir si bajan o no sus tarifas un 10 %. Escriba la nueva matriz de pagos del juego y encuentre el equilibrio Nash.

Pauta

Similarmente al punto anterior tenemos que el total de pasajeros queda

Fly \ Connect	400$	360$
400$	N, N	$0{,}8N, 1{,}4N$
360$	$1{,}4N, 0{,}8N$	$1{,}2N, 1{,}2N$

Número de Pasajeros

Ahora bien, el total de ingresos por compañía es

Fly \ Connect	400$	360$
400$	$400N, 400N$	$0{,}8 \cdot 400N, 1{,}4 \cdot 360N$
360$	$1{,}4 \cdot 360N, 0{,}8 \cdot 400N$	$1{,}2 \cdot 360N, 1{,}2 \cdot 360N$

Ingresos Totales

Fly \ Connect	400$	360$
400$	$400N, 400N$	$320N, 504N$
360$	$504N, 320N$	$432N, 432N$

Ingresos Totales

Por lo tanto, el ingreso total para ambas compañías es

Fly \ Connect	400$	360$
400$	$800N$	$824N$
360$	$824N$	$864N$

Ingresos Totales

Ahora bien, las utilidades totales quedarían

Fly \ Connect	400$	360$
400$	$400N - 200N, 400N - 200N$	$412N - 200 \cdot 0{,}8 \cdot N, 412N - 200 \cdot 1{,}4 \cdot N$
360$	$412N - 200 \cdot 1{,}4 \cdot N, 412 - 200 \cdot 0{,}8 \cdot N$	$432 - 200 \cdot 1{,}2 \cdot N, 432 - 200 \cdot 1{,}2 \cdot N$

Utilidades Totales

Por lo tanto, normalizando $N = 1$ el juego en forma normal queda

Fly \ Connect	400$	360$
400$	$\mathbf{200}, \mathbf{200}$	$\mathbf{252}, 132$
360$	$132, \mathbf{252}$	$192, 192$

Utilidades Totales

Por lo tanto, el Equilibrio Nash del juego corresponde a (\$400,\$400), es decir, ambas compañías deciden NO bajar un 10 % el precio de los tickets.

+0.2 por matriz de pasajeros, +0.3 matriz de ingresos totales, +0.5 matriz de ingresos agregado, +1.0 por encontrar matriz de utilidades por aerolinea, +0.5 por encontrar el EN (Si hay un error en la confección de alguna matriz pero la metodología para encontrar el EN está correcta, aparte de descontar el puntaje asociado a la confección de la matriz descontar 0.2, De concluir que el equilibrio de Nash es (200.200) o el correspondiente en función de N no asignar puntaje por conclusión). Mismas consideraciones que en a. Si asumen un N arbitrario sin explicitar que es una normalización y todo lo demás correcto restar 0.5. De elegir otro N no afecta la distribución de pontajes siempre y cuando se explicite que es un supuesto sin pérdida de generalidad, si consideran otras estrategias que no estén relacionadas a los precios, 0 puntos. Sino comprende la instrucción y realiza algo distinto (como por ejemplo si consideró que las utilidades se dividen a la mitad y le quedó una matriz donde en cada combinación de estrategias los pagos son iguales) a lo solicitado en el enunciado, dar 0 puntos por las matrices.

c. (1 punto) Si usted es el CEO de alguna de las compañías, ¿qué estrategia y reparto de utilidades escogería? ¿Cambiaría su decisión si estuviese en un ente regulador como la Fiscalía Nacional Económica? Argumente cada una de sus respuestas.

Pauta
En el caso de ser CEO de alguna compañía escogería no bajar un 10 % y compartir las utilidades totales ya que maximiza los pagos para cualquier firma (200 vs 192). Ahora bien, desde el punto de vista del regulador cambia la respuesta, ya que la cantidad transada de tickets es mayor para el equilibrio cuando no se comparten las utilidades (2.4N vs 2N), sumado a que el precio transado es menor (\$360 vs \$400). Además, esta situación da indicios de un comportamiento monopólico/colusivo, es decir, una menor cantidad tranzada y mayor precio para el caso en que se reparten las utilidades.

+0.5 por cada respuesta. Para el caso del CEO si sólo se argumenta por que son EN y no porque es la opción que maximiza las utilidades o no se argumenta solo se menciona otorgar 0.2. Para el caso del regulador si solo se menciona cantidad o precio asignar 0.2 debe mencionar ambas para el puntaje completo; a s u vez, si solo menciona que corresponde a un acto colusivo pero sin especificar que sucede con el precio y las cantidades tranzadas asignar 0.2. Si menciona que la fiscalía vela por el bien de la sociedad y como más personas podrán adquirir el bien, la sociedad estará en una mejor situación, asignar 0.2