

Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025**Profesor:** Ignacio Andrade S.**Auxiliares:** Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.**Ayudante:** Facundo Esquivel.

Auxiliar 28: Qué onda?

P1. Onda en medios materiales aislantes

Imagine un detector de señales electromagnéticas que se encuentra dentro de un cristal con permitividad y permeabilidad conocidas (ϵ_1, μ_1) y conductividad nula. El detector, al exponerse a una onda electromagnética, mide su número de onda \vec{k} y la máxima magnitud del campo magnético dentro del cristal. Una señal está incidiendo en el cristal en forma normal a la interfaz. Considerando la onda como:

$$\vec{B} = \tilde{B}_t e^{i(kz - \omega t)} \hat{z}$$

- Encuentre la frecuencia ω de la señal.
- Determine los campos eléctricos y magnéticos tanto en el aire como en el cristal.
- Comente sobre la capacidad de detección basada en los coeficientes de reflexión y transmisión.

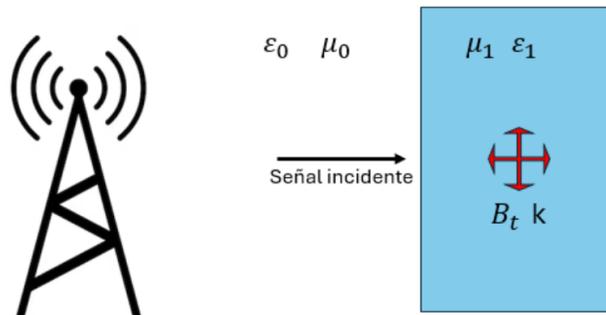


Figura 1

P2. Longitud de penetración

Considere un conductor neutro ($\rho = 0$) de permitividad ϵ , permeabilidad μ y conductividad g en el que se propaga una onda electromagnética en la dirección \hat{z} con frecuencia angular ω .

- Utilice las ecuaciones de Maxwell-Heaviside y ley de Ohm para encontrar la ecuación de ondas que \vec{E} y \vec{B} satisfacen dentro del conductor.
- Utilizando el ansatz $\vec{E} = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \hat{z}$, encuentre la relación entre k y ω , y demuestre que $k = k_R + ik_I$.
- Determine los valores de k_R y k_I en función de ϵ , μ , g y ω .
- Reescriba la solución para el campo eléctrico y grafique $Re(\vec{E})$ en función de z . ¿Qué tan profundo penetra la onda en el conductor?.

Resumen

Ecuaciones de Maxwell-Heaviside

En el vacío, las ecuaciones que describen prácticamente todos los fenómenos electromagnéticos son las siguientes:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

Ondas Electromagnéticas

Al tomar el rotor en la ley de Faraday y la ley de Ampère-Maxwell, y aplicar la siguiente identidad vectorial:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F} \quad (5)$$

se llega a que las ecuaciones para \vec{E} y \vec{B} en el vacío son:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (6)$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (7)$$